

南京市 2022 年初中学业水平考试答案

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 2 分，共 12 分。在每小题所给出的四个选项中，恰有一项是符合题目要求的，请将正确选项的字母代号填涂在答题卡相应位置上）

题号	1	2	3	4	5	6
答案	A	B	C	A	D	B

第 6 题解析：

本题需要运用一定的空间想象能力，折叠成直三棱柱后，平面 $AMNB$ 与平面 ACB 垂直，再结合勾股定理可得： $CM = \sqrt{34}$ ， $CN = \sqrt{41}$ ， $CP = \sqrt{34}$ ， $CQ = 5$ ，所以选 B.

二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分. 不需写出解答过程，请把答案直接填写在答题卡相应的位置上）

题号	7	8	9	10	11
答案	3.84×10^5	$x \neq 3$	$\sqrt{2}$	$x_1 = 1, x_2 = 3$	32
题号	12	13	14	15	16
答案	11	$a = -1, c = 1$ (答案不唯一)	(2, 5)	72	99

第 13 题解析：答案不唯一，需满足 $a < 0, c - a = 2$

第 16 题解析：(13, 0) 是第 $1+2+\cdots+13+1=92$ 个点，所以 (6, 7) 是第 99 个点.

三、解答题（本大题共 11 小题，共 88 分，请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

$$\begin{aligned}
 17. \text{ 解: 原式} &= \frac{a+b}{ab} \div \frac{a^2-b^2}{ab} \\
 &= \frac{a+b}{ab} \cdot \frac{ab}{(a+b)(a-b)} \\
 &= \frac{1}{a-b}
 \end{aligned}$$

$$\text{当 } a=3, b=2 \text{ 时, 原式} = \frac{1}{3-2} = 1$$

$$18. \text{ 解: } \begin{cases} 3(x-2) \leq x-4 & \text{①} \\ \frac{1+2x}{3} > x-1 & \text{②} \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 \text{由①得: } 3x-6 &\leq x-4 \\
 2x &\leq 2 \\
 x &\leq 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{由②得: } 1+2x &> 3x-3 \\
 x &< 4
 \end{aligned}$$

所以，原不等式组的解集为： $x \leq 1$

19. 【答案】解：设购买的白色复印纸 x 箱，彩色复印纸 y 箱.

$$\text{由题意得: } \begin{cases} x = 5y - 3 \\ 80x + 180y = 2660 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x = 22 \\ y = 5 \end{cases}$$

答：购买的白色复印纸 22 箱，彩色复印纸 5 箱.

20. (1) 选择 A 公司.

理由如下：A 公司送餐用时稳定，基本在 25min-30min 之间，而 B 公司送餐时间不稳定，忽快忽慢，不利于员工用餐.

选择 B 公司.

理由如下：A 公司平均用时 27min，而 B 公司平均用时 22min，B 公司平均花时更短.

(言之有理即可)

(2) 选择 B 公司.

理由如下：从各自 10 个工作日送餐情况看，A 公司的送餐时间没有低于 20min 的，而 B 公司虽然有 4 次超过 30 分钟，但是其余 6 次都不超过 20min，所以选择 B 公司.

21. (1) 随机选取 1 个景点，有 5 种等可能结果：A、B、C、D、E，其中恰好在甲城市的为 A、B 占 2 种，所以恰好在甲城市的概率为：

$$P(\text{恰好在甲城市}) = \frac{2}{5}$$

即随机选取 1 个景点，恰好在甲城市的概率为 $\frac{2}{5}$.

(2) 随机选取 2 个景点，共有 10 种等可能结果：AB、AC、AD、AE、BC、BD、BE、CD、CE、DE，其中满足恰好在同一个城市的为：AB、CD、CE、DE，占其中 4 种，所以恰好在同一个城市的概率为：

$$P(\text{恰好在同一个城市}) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

即随机选取 2 个景点，恰好在同一个城市的概率为 $\frac{2}{5}$.

22. 证明：∵ AC 平分 $\angle BAM$, $AM \parallel BN$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2, \quad \angle 2 = \angle 3$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 3$$

$$\therefore BA = BC$$

又 ∵ $BD \perp AC$ 于点 O

$$\therefore OA = OC$$

在 $\triangle AOD$ 和 $\triangle COB$ 中

$$\begin{cases} \angle 2 = \angle 3 \\ OA = OC \\ \angle AOD = \angle COB \end{cases}$$

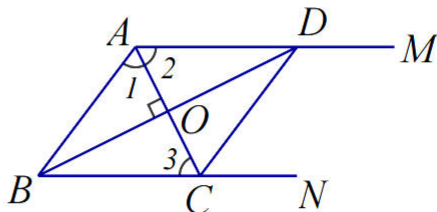
$$\therefore \triangle AOD \cong \triangle COB \text{ (ASA)}$$

$$\therefore OD = OB$$

∴ 四边形 ABCD 是平行四边形

$$\text{又 } \because BA = BC$$

∴ 平行四边形 ABCD 是菱形



23. 【答案】过点 B 做 $BH \perp DA$ 的延长线于点 H

$$\text{在 } \triangle ABH \text{ 中, } \sin \angle HAB = \frac{HB}{AB}, \cos \angle HAB = \frac{AH}{AB}$$

$$\because AB = 30\text{km}, \angle HAB = 58^\circ, \sin 58^\circ \approx 0.85, \cos 58^\circ \approx 0.53$$

$$\therefore HB = 0.85 \times 30 = 25.5, AH = 0.53 \times 30 = 15.9$$

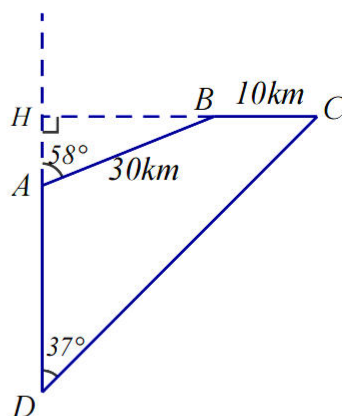
$$\text{在 } \triangle DHC \text{ 中, } \tan \angle D = \frac{CH}{DH}$$

$$\because \angle D = 37^\circ, \tan 37^\circ \approx 0.75, CH = HB + BC = 25.5 + 10 = 35.5$$

$$\therefore DH = \frac{CH}{\tan \angle D} = \frac{35.5}{0.75} \approx 47.33$$

$$\therefore AD = DH - AH = 47.33 - 15.9 = 31.43 \approx 31$$

$\therefore D$ 处距离港口 A 约 31 km.



24. (1) 证明: 连接 AD 、 AE 、 OD 、 OE

$$\because AB = AC$$

$$\therefore \angle B = \angle C$$

在 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACE$ 中

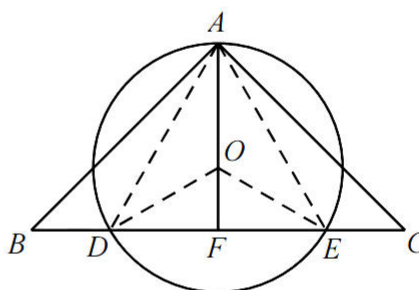
$$\begin{cases} AB = AC \\ \angle B = \angle C \\ BD = CE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE \text{ (SAS)}$$

$$\therefore AD = AE$$

$$\text{又 } \because OD = OE$$

$$\therefore AO \text{ 垂直平分 } DE, \text{ 即 } AF \perp BC$$



(2) 设求 $\odot O$ 的半径为 x ,

由(1)可知 F 为 DE 中点, 又 $BD = CE$, 所以 F 为 BC 中点, $BF = CF = \frac{1}{2}BC = 6$

$$\text{在 } \triangle ABF \text{ 中, } AF = \sqrt{AB^2 - BF^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$$

$$\text{在 } \triangle DOF \text{ 中, } DF = BF - DB = 6 - 2 = 4, OF = AF - AO = 8 - x, OD = x$$

$$\because OD^2 = DF^2 + OF^2$$

$$\therefore x^2 = 4^2 + (8 - x)^2 \text{ 解得 } x = 5$$

$\therefore \odot O$ 的半径为 5.

25. (1) 若每分钟向甲注水 40m^3 , 则每分钟向乙注水 60m^3 , $\frac{3000 - 1200}{40} = \frac{3000 - 300}{60} = 45$

两个水池同时注满. $y_1 = 1200 + 40x$ ($0 \leq x \leq 45$), $y_2 = 300 + 60x$ ($0 \leq x \leq 45$)

(2) 若每分钟向甲注水 50m^3 , 则每分钟向乙注水 50m^3 ,

$\frac{3000 - 1200}{50} = 36 < \frac{3000 - 300}{50}$, 所以此种情况, 甲先注满, 然后单独向乙注水

$$y_2 = \begin{cases} 300 + 50x & (0 \leq x \leq 36) \\ 100x - 1500 & (36 < x \leq 45) \end{cases}$$

图像略

(3) 由于甲比乙提前 3 min 注满, 所以后 3min, 乙每分钟注入 100 m^3 , 所以在甲

注满时, 乙只注入到 2700 m^3 , 所以 $\frac{3000-1200}{a} = \frac{2700-300}{100-a}$, 解得 $a = \frac{300}{7}$.

经检验, $a = \frac{300}{7}$ 符合题意, 是方程的解, 所以 $a = \frac{300}{7}$.

26. (1) 5

(2) $\because \angle AFE + \angle GFP = 90^\circ$, $\angle AFE + \angle AEF = 90^\circ$

$$\therefore \angle AEF = \angle GFP$$

$$\text{又} \because \angle A = \angle PGF = 90^\circ$$

$$\therefore \triangle AEF \sim \triangle GFP$$

$$\therefore \frac{AE}{GF} = \frac{EF}{PF}$$

在 $\triangle AEF$ 中, $AE=2$, $AF=x$

$$\therefore EF = \sqrt{AE^2 + AF^2} = \sqrt{2^2 + x^2} = \sqrt{4 + x^2}$$

$$\text{又} \because \frac{GF}{EF} = k$$

$$\therefore GF = kEF = k\sqrt{4 + x^2}$$

$$\therefore \frac{2}{k\sqrt{4 + x^2}} = \frac{\sqrt{4 + x^2}}{y} \quad \text{即} \quad y = \frac{k}{2}(x^2 + 4) = \frac{k}{2}x^2 + 2k$$

(3) 若点 P 在 CD 上, 则 $y = PF = BC = 6$

$$\text{由 (2) 得} k = \frac{2y}{x^2 + 4}$$

$$\therefore k = \frac{12}{x^2 + 4}$$

\because 点 F 从点 A 到点 B 运动

$$\therefore 0 \leq x \leq 10$$

$$\therefore 4 \leq x^2 + 4 \leq 104$$

$$\therefore \frac{3}{26} \leq \frac{12}{x^2 + 4} \leq 3 \quad \text{即} \quad \frac{3}{26} \leq k \leq 3$$

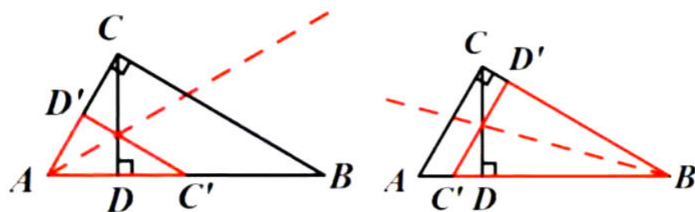
又 $\because G$ 是 EF 上一点

$$\therefore k \leq 1$$

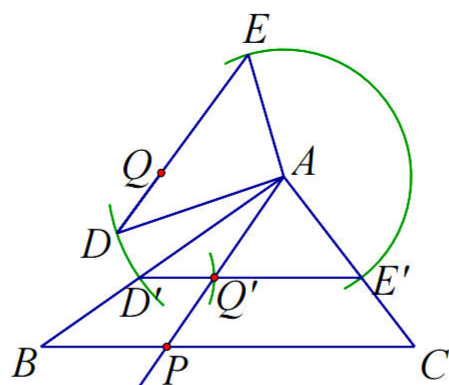
$$\therefore \frac{3}{26} \leq k \leq 1$$

27. (1) ①②

解析: ①②的图示如下,



(2) 如图, 点 P 即为所求;



(3) $\because \angle ABE = \angle C, \angle BAE = \angle CAD$

$$\therefore \triangle ABE \sim \triangle ACD$$

$$\therefore \frac{AB}{AC} = \frac{BE}{CD}$$

延长 BE 交 AC 于点 F ,

$$\therefore \angle BAF = \angle CAB$$

$$\therefore \triangle ABF \sim \triangle ACB$$

$$\therefore \frac{AB}{AC} = \frac{BF}{BC}$$

$$\therefore \frac{BE}{CD} = \frac{BF}{BC}$$

$\because D$ 是 BC 中点

$$\therefore BD = CD$$

$$\therefore \frac{BE}{BD} = \frac{BF}{BC}$$

$$\therefore \frac{BE}{BF} = \frac{BD}{BC}$$

又 $\because \angle DBE = \angle CBF$

$$\therefore \triangle BDE \sim \triangle BCF$$

$$\because \angle BDE = \angle C$$

$$\therefore DE \parallel AC$$

