

九年级数学试题参考答案

答案仅供参考，敬请各位老师认真核对后阅卷

一、选择题 1.D 2. A 3.C 4.D 5.B 6.A 7.C 8.B

二、填空题 9. $m(m+2)(m-2)$ 10. $k < 5$ 且 $k \neq 1$ 11. $x = \frac{5}{3}$

12. $\frac{9\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}\pi$ 13. $\frac{2\sqrt{21}}{7}$ 14. $2^{n+1} - 2$

三、解答题（共 13 小题）

15. 解： $|-2| + (\sqrt{2022} - \pi)^0 - (\frac{1}{3})^{-1} - \sqrt{3}\sin 60^\circ$

$$= 2 + 1 - 3 - \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

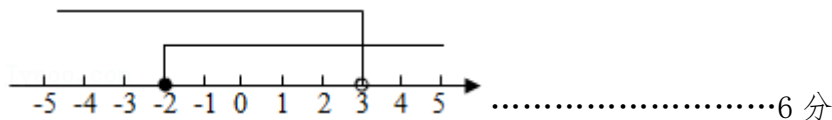
$$= 2 + 1 - 3 - \frac{3}{2} = -\frac{3}{2} \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

16. 解：解不等式 $3x - 5 < x + 1$ ，得： $x < 3$ ， $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

解不等式 $2(2x - 1) \geq 3x - 4$ ，得： $x \geq -2$ ， $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

则不等式组的解集为 $-2 \leq x < 3$ ， $\dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

将不等式组的解集表示在数轴上如下：



17. 证明： \because 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore AB = BC = CD = AD$ ， $\angle A = \angle C$ ， 在 $\triangle ADM$ 和 $\triangle CDN$ 中，

$$\begin{cases} AD = CD \\ \angle A = \angle C \\ AM = CN \end{cases} \therefore \triangle ADM \cong \triangle CDN (SAS), \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$\therefore DM = DN$ ， $\therefore \angle DMN = \angle DNM$. $\dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

18. 解：由题意得： $AD \perp CE$ ，过点 B 作 $BM \perp CE$ ， $BF \perp EA$ ，

\because 灯罩 BC 长为 30cm ，光线最佳时灯罩 BC 与水平线所成的角为 30° ，

$$\because CM \perp MB, \text{ 即三角形 } CMB \text{ 为直角三角形, } \therefore \sin 30^\circ = \frac{CM}{BC} = \frac{CM}{30}$$

$\therefore CM = 15\text{cm}$ ， $\dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

$$\text{在直角三角形 } ABF \text{ 中, } \sin 60^\circ = \frac{BF}{BA} \therefore \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{BF}{40} \text{ 解得: } BF = 20\sqrt{3} \angle ADC = \angle BMD = \angle$$

$BFD = 90^\circ$ ， $\dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

∴ 四边形 $BFDM$ 为矩形, ∴ $MD=BF$. ∴ $CE=CM+MD+DE=CM+BF+ED=15+20\sqrt{3}+2=17+20$

$\sqrt{3} \approx 51.6 \text{ cm}$.

答: 此时灯罩顶端 C 到桌面的高度 CE 是 51.6 cm7 分

19. 解: 设每件定价为 x 元, 则日销售量为:

$$20 + \frac{60-x}{5} \times 10 = (140-2x) \text{ 件},$$

依题意得:

$$(x-40)(140-2x) = (60-40) \times 20, \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\text{整理得: } x^2 - 110x + 3000 = 0,$$

$$\text{解得: } x_1 = 50, x_2 = 60 (\text{不合题意, 舍去})$$

答: 每件售价定为 50 元.6 分

20. 解: (1) ∵ 一次函数 $y=kx+1$ ($k \neq 0$) 与反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ ($m \neq 0$) 的图象

有公共点 $A(1, 2)$, ∴ 将点 A 代入反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 可得: $2=\frac{m}{1}$,

解得: $m=2$, ∴ 反比例函数的解析式为: $y=\frac{2}{x}$;2 分

$2=k+1$, ∴ $k=1$, ∴ 一次函数的解析式为: $y=x+1$;4 分

(2) ∵ 点 $N(3, 0)$, ∴ B 与 C 的横坐标为 3, ∴ 点 B 的纵坐标为: $y=3+1=4$,
点 C 的纵坐标为: $y=\frac{2}{3}$, ∴ 点 $B(3, 4)$, 点 $C(3, \frac{2}{3})$, ∴ $BC=4-\frac{2}{3}=\frac{10}{3}$,

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times \frac{10}{3} \times (3-1) = \frac{10}{3}; \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

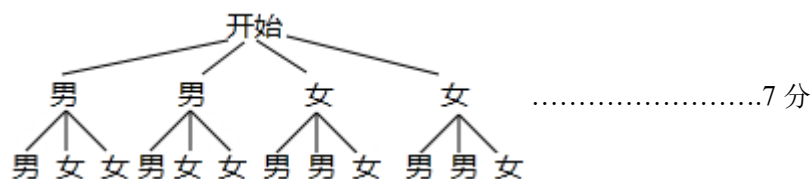
21. 解: (1) 接受问卷调查的学生共有 $30 \div 50\% = 60$ (人),

条形统计图中 m 的值为 $60 - (4+30+16) = 10$;2 分

该学校学生中对校园安全知识达到“非常了解”和“基本了解”程度的总人数为:

$$1800 \times \frac{4+30}{60} = 1020 \text{ (人)}; \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

(3) 由题意列树状图:



由树状图可知, 所有等可能的结果有 12 种, 恰好抽到 1 名男生和 1 名女生的结果有 8 种,

∴ 恰好抽到 1 名男生和 1 名女生的概率为 $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$9 分

22. (1) 证明: $\because BC$ 平分 $\angle ABD$,

$\therefore \angle OBC = \angle DBC$, \because 点 C 在圆上, OC 为半径,

$\therefore OB = OC$, $\therefore \angle OBC = \angle OCB$, $\therefore \angle OCB = \angle DBC$, $\therefore OC \parallel BD$,

$\because BD \perp CD$, $\therefore \angle CDB = 90^\circ$, $\because OC \parallel BD$, $\therefore \angle OCD + \angle CDB = 180^\circ$,

$\therefore \angle OCD = 90^\circ$, $\therefore OC \perp CD$,5 分

又 $\because OC$ 为半径, $\therefore CD$ 为圆 O 的切线.

(2) 解: 连接 AC , $\because \odot O$ 半径为 5, $\therefore AB = 10$,

$\because AB$ 是直径, $\therefore \angle ACB = 90^\circ$,

$\because \sin \angle ABC = \frac{4}{5}$, $\therefore AC = AB \cdot \sin \angle ABC = 8$,

$\therefore BC = 6$, $\because \angle BDC = \angle ACB = 90^\circ$, $\angle ABC = \angle CBD$, $\therefore \triangle ABC \sim \triangle CBD$,

$\therefore \frac{AB}{CB} = \frac{AC}{CD}$, $\therefore CD = 4.8$10 分

23. (1) 证明: \because 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$\therefore AD = DC$, $\angle ADC = 90^\circ$.

$\because DE = DF$, $\angle EDF = 90^\circ$. $\therefore \angle ADC = \angle EDF$,

$\therefore \angle ADE = \angle CDF$,

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle CDF$ 中,

$$\begin{cases} DA = DC \\ \angle ADE = \angle CDF \\ DE = DF \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CDF$ (SAS);3 分

(2) ①证明: 如图 2 中, 设 AG 与 CD 相交于点 P .

$\because \angle ADP = 90^\circ$, $\therefore \angle DAP + \angle DPA = 90^\circ$.

$\because \triangle ADE \cong \triangle CDF$, $\therefore \angle DAE = \angle DCF$. $\because \angle DPA = \angle GPC$,

$\therefore \angle DAE + \angle DPA = \angle GPC + \angle GCP = 90^\circ$. $\therefore \angle PGN = 90^\circ$,

$\because BM \perp AG$, $BN \perp GN$, \therefore 四边形 $BMGN$ 是矩形,5 分

$\therefore \angle MBN = 90^\circ$. \because 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$\therefore AB = BC$, $\angle ABC = \angle MBN = 90^\circ$. $\therefore \angle ABM = \angle CBN$.

又 $\because \angle AMB = \angle BNC = 90^\circ$, $\therefore \triangle AMB \cong \triangle CNB$. $\therefore MB = NB$.

\therefore 矩形 $BMGN$ 是正方形;7 分

②解: 作 $DH \perp AG$ 交 AG 于点 H , 作 $BM \perp AG$ 于点 M ,

此时 $\triangle AMB \cong \triangle AHD$.

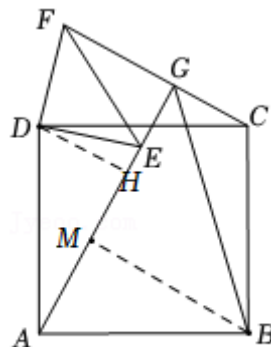
$\therefore BM = AH$.

$\because AH^2 = AD^2 - DH^2$, $AD = 4$,

$\therefore DH$ 最大时, AH 最小, $DH_{\text{最大值}} = DE = 2$.

$\therefore BM_{\text{最小值}} = AH_{\text{最小值}} = 2\sqrt{3}$. 由 (2) ①可知, $\triangle BGM$ 是等腰直角三角形,

$\therefore BG_{\text{最小值}} = \sqrt{2}BM = 2\sqrt{6}$10 分



(图3)

24. 解: (1) \because 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于点 $A(1, 0)$ 和点 $B(-3, 0)$, $\therefore OB = 3$, $\because OC = OB$, $\therefore OC = 3$, $\therefore c = 3$,

$$\therefore \begin{cases} a + b + 3 = 0 \\ 9a - 3b + 3 = 0 \end{cases},$$

解得: $\begin{cases} a = -1 \\ b = -2 \end{cases}$, \therefore 所求抛物线解析式为: $y = -x^2 - 2x + 3$, $C(0, 3)$;3 分

(2) 存在.4 分

理由: 如图 2, 连接 BE , EC , 过点 E 作 $EF \perp x$ 轴于点 F , 设 $E(a, -a^2 - 2a + 3)$

$(-3 < a < 0)$, $\because EF \perp BC$ 于点 F , 当线段 EF 的长度最大时, $\triangle BEC$ 的面积最大,

$\therefore EF = -a^2 - 2a + 3$, $BF = a + 3$, $OF = -a$,

$$\therefore S_{\triangle BEC} = S_{\text{四边形} BOCE} - S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2}BF \cdot EF + \frac{1}{2}(OC + EF) \cdot OF - \frac{1}{2} \cdot OB \cdot OC$$

$$= \frac{1}{2}(a + 3) \cdot (-a^2 - 2a + 3) + \frac{1}{2}(-a^2 - 2a + 6) \cdot (-a) - \frac{9}{2}$$

$$= -\frac{3}{2}a^2 - \frac{9}{2}a$$

$$= -\frac{3}{2}\left(a + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{27}{8}, \text{7 分}$$

\therefore 当 $a = -\frac{3}{2}$ 时, $S_{\triangle BEC}$ 最大, 此时 $E\left(-\frac{3}{2}, \frac{15}{4}\right)$;8 分

(3) \therefore 满足条件的点 P 的坐标为 $P(-1, 1)$ 或 $(-1, -2)$10 分