

# 九年级数学参考答案

一、选择题(共 6 小题,每小题 3 分)

1. A    2. C    3. D    4. C    5. B    6. D

二、填空题(共 6 小题,每小题 3 分)

7.  $\sqrt{3}$     8.  $n(x-3)^2$     9. -2    10. (1,4)    11.  $3\sqrt{2}$     12. 8,  $\frac{29}{4}$  或  $\frac{64-6\sqrt{21}}{5}$

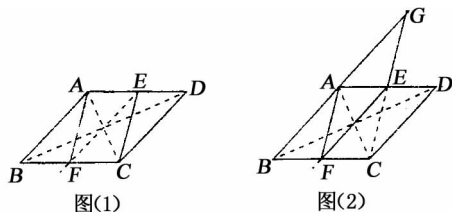
三、(本大题共 5 小题,每小题 6 分,共 30 分)

13. (1) 原式  $= x^2 - 4 - (x^2 - 2x + 1)$   
 $= x^2 - 4 - x^2 + 2x - 1$   
 $= 2x - 5$  ..... 3 分

(2)  $2x - 2 \geq x - 2 + 6$   
 $2x - x \geq -2 + 2 + 6$   
 $x \geq 6$  ..... 3 分

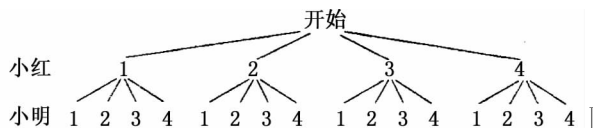
14. 证明:  $\because$  四边形  $ABCD$  为平行四边形,  $\therefore AB \parallel CD$ ,  $O$  为  $AC$  的中点,  $\therefore \angle ABD = \angle BDC$   
 又  $AC = 2BO$ ,  $\therefore \angle ABC = 90^\circ$ ,  $\therefore$  平行四边形为矩形  
 $\therefore BD$  为  $\angle ABC$  的平分线,  $\therefore \angle ABD = \angle DBC$ ,  $\therefore \angle CDB = \angle DBC$ ,  
 $\therefore BC = CD$ ,  $\therefore$  矩形  $ABCD$  为正方形 ..... (6 分)

15. (1) 如图(1), 平行四边形  $AFCE$  即为所求. (答案不唯一) ..... (3 分)  
 (2) 如图(2), 平行四边形  $AFEG$  即为所求. (答案不唯一) ..... (6 分)



16. (1) 随机  $\frac{1}{4}$  ..... (2 分)

(2) 设四个队列分别为 1, 2, 3, 4, 根据题意画树状图如下:



由树状图可知, 共有 16 种等可能的结果, 其中小红与小明在同一队列的结果有 4 种.

$\therefore P(\text{小红与小明在同一队列}) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$  ..... (6 分)

17. 解: 设想去看动漫电影的学生共有  $x$  人 ..... (1 分)

根据题意得： $\frac{400}{x-1} \times 80\% = \frac{400-16}{x}$  ..... (3分)

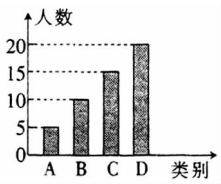
解得： $x=6$  ..... (5分)

经检验， $x=6$  是原方程的根且符合题意.

答：想去看动漫电影的学生共 6 人.

四、(本大题共 3 小题，每小题 8 分，共 24 分)

18. 解：(1)  $108^\circ$   $m=15$ ，补图如下：



..... (4分)

(2)  $1000 \times 20\% = 200$  (人)，我想对青年人说，加强锻炼，身体健康比什么都重要！（答案不唯一） ..... (6分)

(3) 中位数为 16，众数为 16. .... 8分

19. (1) 将  $A(1,6)$  代入反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  中，得  $6 = \frac{k}{1}$ ，解得  $k=6$ ，

故反比例函数的表达式为  $y = \frac{6}{x}$  ..... (1分)

将  $B(b, -2)$  代入反比例函数  $y = \frac{6}{x}$  中，

得  $-2 = \frac{6}{b}$ ，解得  $b = -3$ ，故  $B(-3, -2)$  ..... (2分)

将  $A(1,6), B(-3, -2)$  代入一次函数  $y = mx + n$  中得  $\begin{cases} 6 = m + n \\ -2 = -3m + n \end{cases}$ ，解得  $\begin{cases} m = 2 \\ n = 4 \end{cases}$

故一次函数解析式为  $y = 2x + 4$  ..... (4分)

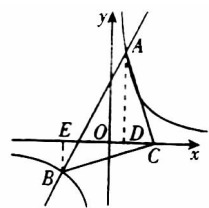
(2) 如图，过点  $A$  作  $AD \perp x$  轴于点  $D$ ，过点  $B$  作  $BE \perp x$  轴于点  $E$ ，

则  $\angle ADC = \angle BEC = 90^\circ$ ， $\therefore \angle ACD + \angle DAC = 90^\circ$ ，  
 $\therefore \triangle ABC$  为等腰直角三角形， $\angle ACB = 90^\circ, AC = BC$ ，  
 $\therefore \angle ACD + \angle BCE = 90^\circ$ ， $\therefore \angle CAD = \angle BCE$ .

在  $\triangle ACD$  和  $\triangle CBE$  中， $\begin{cases} \angle ADC = \angle CEB \\ \angle CAD = \angle BCE \\ AC = CB \end{cases}$

$\therefore \triangle ACD \cong \triangle CBE (AAS)$ ， $\therefore AD = CE$

$\therefore A(1,6), B(-3, -2)$ ， $\therefore CE = AD = 6, E(-3,0), \therefore C(3,0)$  ..... (8分)



20. 解：(1) 四边形  $CFED$  是菱形 ..... (1分)

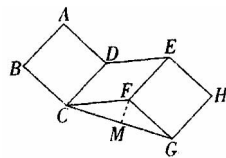
理由： $\therefore$  正方形  $ABCD$  与正方形  $EFGH$  的面积相等， $\therefore CD = EF$

$\therefore CD \parallel EF$ ， $\therefore$  四边形  $CDEF$  是平行四边形 ..... (3分)

$\therefore \angle EFC = \angle CDE = 140^\circ$ ， $\therefore \angle CFG = 360^\circ - \angle EFG - \angle EFC = 130^\circ$

$$\therefore \angle FCG = 180^\circ - \angle CFG - \angle CGF = 25^\circ = \angle CGF, \therefore CF = FG = EF = 100\text{cm}$$

$\therefore \square CDEF$  是菱形 ..... (5 分)



(2) 作  $FM \perp CG$  于点  $M$ , 在  $Rt\triangle FGM$  中,  $\cos \angle FGM = \frac{GM}{FG}$

$$\therefore \cos 25^\circ = \frac{GM}{100}, \text{ 得 } GM \approx 91\text{cm} \quad \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$\therefore CG = 2GM = 2 \times 91 = 182\text{cm} \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

五、(本大题共 2 小题, 每小题 9 分, 共 18 分)

21. (1) 证明: 连接  $OB$  和  $OC$

$$\because OA = OB = OC, \angle A = 65^\circ, AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle A = \angle OBA = 65^\circ, \angle ABC = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$$

$$\angle OCB = \angle OBC = 115^\circ - 65^\circ = 50^\circ \quad \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$$

$$\therefore \angle OCE = \angle ECB + \angle OCB = 40^\circ + 50^\circ = 90^\circ$$

$$\because \text{点 } C \text{ 在 } \odot O \text{ 上}, \therefore EC \text{ 是 } \odot O \text{ 的切线} \quad \dots\dots\dots (4 \text{ 分})$$

(2) 解: 过点  $F$  作  $FG \parallel AB$  交  $OA$  于点  $G$ ,  $\therefore AG \parallel BE$ ,

$$\therefore \text{四边形 } BAGF \text{ 为平行四边形}, \therefore BF = AG, AB = FG$$

设  $\odot O$  的半径为  $x$ , 则  $BC = AD = x + 1$

$$\because OE \perp BC, \therefore BF = \frac{1}{2}BC = \frac{x+1}{2}$$

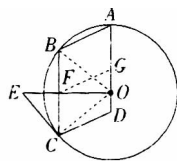
$$\because \text{在 } Rt\triangle OBF \text{ 中}, BF^2 + OF^2 = OB^2, \therefore \left(\frac{x+1}{2}\right)^2 + 4^2 = x^2$$

$$\text{解得 } x = 5, \therefore OA = 5, BC = AD = 6 \quad \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$\therefore AG = BF = 3, OG = OA - AG = 2,$$

$$\because AD \parallel BC, OE \perp BC, \therefore OE \perp AD,$$

$$\therefore \text{在 } Rt\triangle OGF \text{ 中}, FG = \sqrt{OF^2 + OG^2} = 2\sqrt{5}, \therefore AB = FG = 2\sqrt{5} \quad \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$



22. (1) 若  $A(1,1)$ , 则抛物线  $C_1$  的解析式为  $y = (x-1)^2 + 1$

$$\text{令 } x = 0, \text{ 则有 } y = (0-1)^2 + 2, \therefore D_1 \text{ 的坐标为 } (0,2) \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

(2) 填空: ①  $(0,6)$ ; ②  $(0,12)$ ; ③  $[0, n(n+1)]$  ..... 5 分 (每空 1 分)

$$(3) \because D_n \text{ 在 } [0, n(n+1)], \therefore OD_n = n(n+1),$$

$$\because A_{2016}(2016, 2016), OB = A_{2016}B = 2016, \therefore B(0, 2016)$$

$$\because \triangle A_{2016}D_nB \text{ 是等腰直角三角形}, \therefore A_{2016}B = BD_n$$

$$\textcircled{1} D_n \text{ 点在 } B \text{ 点上方时}, BD_n = n(n+1) - 2016, \therefore n(n+1) - 2016 = 2016, n_1 = 63, n_2 = -64 \text{ (舍去)}$$

$$\textcircled{2} D_n \text{ 点在 } B \text{ 点下方时}, BD_n = 2016 - n(n+1), \therefore 2016 - n(n+1) = 2016,$$

$$\text{此时 } n = 0 \text{ 或 } -1, \text{ 都不合题意}, \therefore n = 63 \quad \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

(第(3)小题 4 分)

六、(本大题共 12 分)

23. (1) ①  $AD = \frac{1}{2}BC$ , ②  $AD$  长为 9 (4 分) (每空 2 分)

(2) 猜想:  $AD = \frac{1}{2}BC$  ..... 5 分

证明: (答案不唯一, 供参考)

如图 1, 延长  $AD$  至  $E$ , 使  $DE = AD$ , 连接  $B'E$ ,  $C'E$

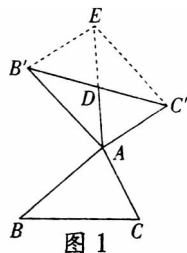
$\because AD$  是  $\triangle ABC$  的“旋补中线”,  $\therefore B'D = C'D$ ,  $\therefore$  四边形  $AB'EC'$  是平行四边形,

$\therefore EC' \parallel B'A$ ,  $EC' = B'A$ ,  $\therefore \angle AC'E + \angle B'AC' = 180^\circ$

由定义可知:  $\angle B'AC' + \angle BAC = 180^\circ$ ,  $B'A = BA$ ,  $CA = C'A$ ,

$\therefore \angle AC'E = \angle BAC$ ,  $EC' = BA$ ,  $\therefore \triangle AC'E \cong \triangle CAB$ ,

$\therefore AE = BC$ ,  $\therefore AD = \frac{1}{2}AE$ ,  $\therefore AD = \frac{1}{2}BC$  ..... (8 分)



(3) 存在 ..... 9 分

如图 2, 以  $AD$  为边向四边形  $ABCD$  的内部作等边  $\triangle PAD$ , 连接  $PB$ ,  $PC$ , 延长  $BP$  交  $AD$  于点  $F$

则有  $\angle ADP = \angle APD = 60^\circ$ ,  $PA = PD = AD = 6$ ,

$\therefore \angle CDA = 150^\circ$ ,  $\therefore \angle CDP = 90^\circ$ ,

过点  $P$  作  $PE \perp BC$  于点  $E$ , 易知四边形  $PDCE$  为矩形.

$\therefore CE = PD = 6$ ,  $\therefore \tan \angle 1 = \frac{CD}{PD} = \frac{2\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$\therefore \angle 1 = 30^\circ$ ,  $\angle 2 = 60^\circ$ ,  $\therefore BE = 12 - 6 = 6 = CE$

又  $PE \perp BC$ ,  $\therefore PC = PB$ ,  $\angle 3 = \angle 2 = 60^\circ$ ,

$\therefore \angle APD + \angle BPC = 60^\circ + 120^\circ = 180^\circ$ ,

又  $PA = PD$ ,  $PB = PC$ ,  $\therefore \triangle PDC$  是  $\triangle PAB$  的“旋补三角形”

$\therefore \angle 3 = 60^\circ$ ,  $\angle DPE = 90^\circ$ ,  $\therefore \angle DPF = 30^\circ$ ,

$\therefore BF \perp AD$ ,  $AF = \frac{1}{2}AD = 3$ ,  $PF = 3\sqrt{3}$ ,

在  $Rt \triangle PBE$  中,  $PB = \sqrt{PE^2 + BE^2} = \sqrt{CD^2 + BE^2} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 6^2} = 4\sqrt{3}$ ,

$\therefore BF = PB + PF = 7\sqrt{3}$

在  $Rt \triangle ABF$  中,  $AB = \sqrt{(7\sqrt{3})^2 + 3^2} = 2\sqrt{39}$

$\therefore \triangle PDC$  是  $\triangle PAB$  的“旋补三角形”

$\therefore \triangle PAB$  的“旋补中线”长为  $\frac{1}{2}AB = \sqrt{39}$ . ..... 12 分

