

2022—2023 学年度下学期

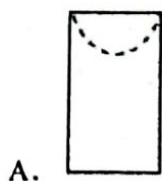
九年级数学期中试卷

说明：本卷共有六大题，23 个小题，全卷满分 120 分。

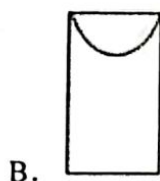
一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分。每小题只有一个正确选项）

1. 下列各数中，比 -2 小的数是（ ）A. -3 B. -1 C. $-\sqrt{2}$ D. $-\frac{\pi}{2}$

2. 如图，一个圆柱体被截去一部分，则该几何体的左视图是（ ）



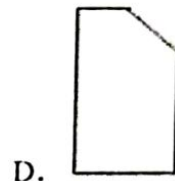
A.



B.



C.

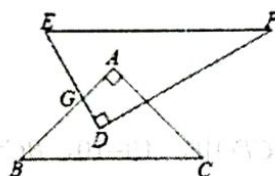


D.



从正面看

(第 2 题)



(第 3 题)

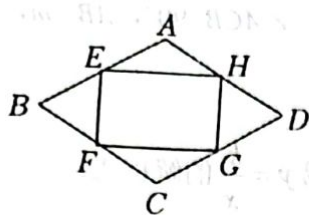
3. 如图摆放的一副学生用直角三角板， $\angle F = 30^\circ$ ， $\angle C = 45^\circ$ ， AB 与 DE 相交于点 G ，当 $EF \parallel BC$ 时， $\angle EGB$ 的度数是（ ）A. 135° B. 120° C. 115° D. 105° 4. 本学期某校举行了四次数学测试，李娜同学四次的成绩（单位：分）分别为 80，70，90，70，王玥同学四次的成绩分别为 80， a （ $a \geq 70$ ），70，90，且李娜同学四次成绩的中位数比王玥同学四次成绩的中位数少 5 分，则下列说法正确的是（ ）A. a 的值为 70

B. 两位同学成绩的平均数相同

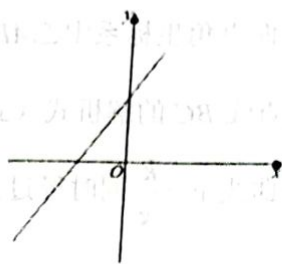
C. 李娜同学成绩的众数比王玥同学成绩的众数大

D. 王玥同学的成绩比李娜同学的成绩稳定

5. 如图，在菱形 $ABCD$ 中， $\angle A = 120^\circ$ ， AB 的长为 4. 点 E ， F ， G ， H 分别为 AB ， BC ， CD ， DA 边的中点，连接点 E ， F ， G ， H ，则在四边形 $EFGH$ 中， $\frac{EF}{FG} =$ （ ）A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 

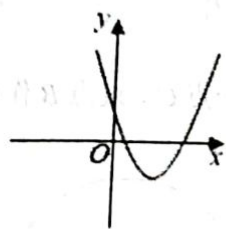


(第5题)

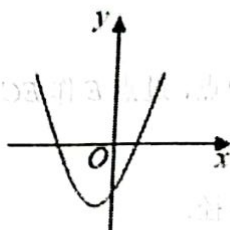


(第6题)

6. 已知一次函数 $y = \frac{b}{a}x + c$ 的图象如图, 则二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 在平面直角坐标系中的图象可能是 ()



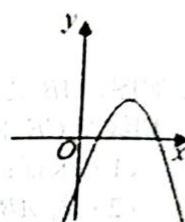
A.



B.



C.

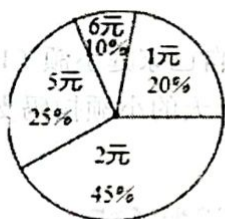


D.

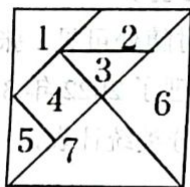
二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

7. 计算: $\sqrt{(-2)^2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

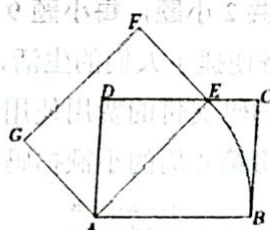
8. 某校超市销售黑色中性笔, 它们的单价分别为 1 元、2 元、5 元、6 元. 某日的销售情况如图所示, 则这天销售的所有黑色中性笔的单价的中位数是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 元.



(第8题)



(第9题)



(第11题)

9. 七巧板又称七巧图、智慧板, 是中国民间流传的智力玩具, 它是由等腰直角三角形, 正方形和平行四边形组成的. 如图, 若编号 3 的图形中一条直角边为 $\sqrt{2}$, 那么整个七巧板所组成的正方形面积为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
10. 《孙子算经》中有一道题: “今有木, 不知长短. 引绳度之, 余绳四尺五, 屈绳量之, 不足一尺. 问木长几何?” 译文大致是: “用一根绳子去量一根木条, 绳子剩余 4.5 尺; 将绳子对折再量木条, 木条剩余 1 尺, 问木条长多少尺.” 如果设木条长为 x 尺, 绳子长为 y 尺, 根据题意列方程组 $\underline{\hspace{2cm}}$ (不需化简).
11. 如图, 将矩形 $ABCD$ 绕着点 A 逆时针旋转得到矩形 $AEFG$, 点 B 的对应点 E 落在边 CD 上, 且 $DE = AD = 2$, 则弧 BE 的长为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
12. 在平面直角坐标系中, 已知点 $A(4, 0)$, $B(0, -4)$, $C(4, -4)$, 点 D 在直线 BC 上, $BD = 1$, 点 P 是 y 轴上一动点, 若 $AP \perp DP$, 则点 P 的坐标是 $\underline{\hspace{2cm}}$.



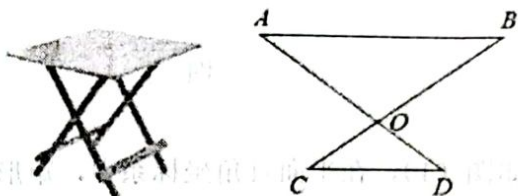
三、(本大题共 5 小题, 每小题 6 分, 共 30 分)

13. (本小题共 2 小题, 每小题 3 分)

(1) 化简: $(1 - \frac{1}{x+1}) \div \frac{x}{1-x^2}$.

图

(2) 如图设计一张折叠型方桌, 若 $AO = BO = 50\text{cm}$, $CO = DO = 30\text{cm}$, 将桌子放平后, 要使 AB 距离地面的高为 40cm , 则两条桌腿需要叉开的 $\angle AOB$ 应为多少度.



14. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4mx + 3m^2 = 0$.

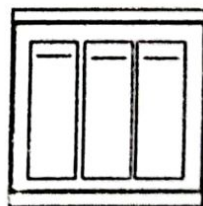
(1) 求证: 该方程总有两个实数根;

(2) 若 $m > 0$, 且该方程的两个实数根的差为 2, 求 m 的值.

15. 如图, 小惠家大门进门处有一个三位单极开关, 每个开关分别控制着 A (楼梯), B (客厅), C (走廊) 三盏电灯, 其中走廊的灯已坏 (对应的开关闭合灯也不亮).

(1) 若小惠任意闭合一个开关, “客厅灯亮”是____事件; 若小惠闭合所有三个开关, “楼梯, 客厅, 走廊灯全亮”是____事件 (填“不可能”、“必然”或“随机”);

(2) 若任意闭合其中两个开关, 试用画树状图或列表的方法求“客厅和楼梯灯都亮”的概率.



16. 已知 $\triangle ABC$ 和 $\triangle FDE$ 是等边三角形，点 A, B, D, E 在同一直线上， D 是 AE 的中点，请仅用无刻度直尺按下列要求作图（保留作图痕迹）。

(1) 在图1中做线段 AE 的中垂线；

(2) 在图2中作以 DE 为边的菱形。

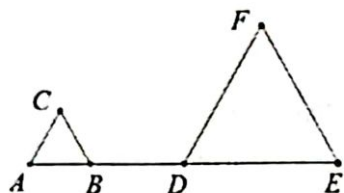


图 1

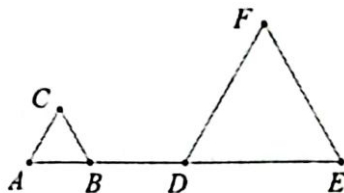
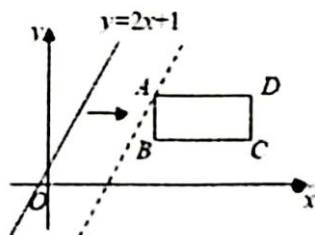
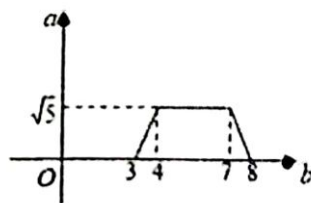


图 2

17. 如图(1)，在平面直角坐标系中，矩形 $ABCD$ 在第一象限，且 $BC \parallel x$ 轴，直线 $y=2x+1$ 沿 x 轴正方向平移，在平移过程中，直线被矩形 $ABCD$ 截得的线段长为 a ，直线在 x 轴上平移的距离为 b ， a, b 间的函数关系图象如图(2)所示，求矩形 $ABCD$ 的面积。



(1)



(2)

四、(本大题共3小题，每小题8分，共24分)

18. 图1是某小型汽车的侧面示意图，其中矩形 $ABCD$ 表示该车的后备箱，在打开后备箱的过程中，箱盖 ADE 可以绕点 A 逆时针方向旋转，当旋转角为 60° 时，箱盖 ADE 落在 $AD'E'$ 的位置（如图2所示）。已知 $AD=96$ 厘米， $DE=28$ 厘米， $EC=42$ 厘米。

(1) 求点 D' 到 BC 的距离；

(2) 求 E, E' 两点的距离。

($\sqrt{3} \approx 1.732$ ，结果保留一位小数)

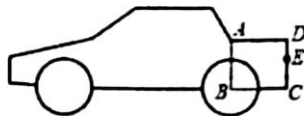


图 1

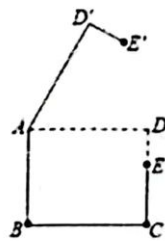


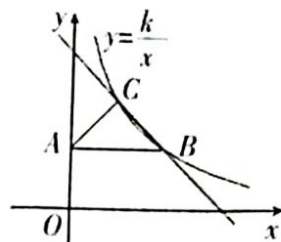
图 2



19. 如图, 在平面直角坐标系中 $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形, $\angle ACB=90^\circ$, $AB=m$, $A(0, 2)$, $AB \parallel x$ 轴.

(1) 试求直线 BC 的解析式 (式中可含 m).

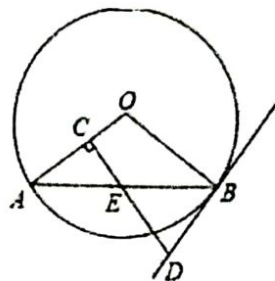
(2) 若双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 同时经过点 B 和点 C , 求双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 的解析式.



20. 如图, AB 是 $\odot O$ 的一条弦, E 是 AB 的中点, 过点 E 作 $EC \perp OA$ 于点 C , 过点 B 作 $\odot O$ 的切线交 CE 的延长线于点 D .

(1) 求证: $DB = DE$;

(2) 若 $AB = 12$, $BD = 5$, 求 $\odot O$ 的半径.



五、(本大题共 2 小题, 每小题 9 分, 共 18 分)

21. 数字经济便捷了人们的生活, 扫码支付随处可见. 张阿姨为了解自己家庭小额 (100 元及以下) 扫码支付的费用使用情况, 整理了 2022 年 3 月 20 日这一天的小额扫码支付明细与 3 月份第 4 周的小额扫码支付费用分类统计表.

3月20日小额
扫码支付明细

1. 超市购物	-17.00
2. 便利店购物	-4.00
3. 菜市场购物	-6.00
4. 药店购物	-7.00
5. 餐饮消费	-5.00
6. 其他消费	-14.00

3月份第四周小额
扫码支付分类统计表

类别	金额元	百分比
A 日用百货	150	25%
B 教育医疗	120	b
C 日常饮食	a	30%
D 休闲娱乐	60	10%
E 其它	90	15%

3月份第四周小额
扫码支付扇形统计图



请根据以上信息回答下列问题:

- 请计算 3 月 20 日小额扫码支付金额的平均值 (结果保留一位小数);
- 3 月份第四周小额扫码支付费用分类统计表中 $a =$ _____, $b =$ _____;
- 补全三月份第四周小额扫码支付费用扇形统计图 (图中已刻有圆周的二十等分点);
- 请预估张阿姨 2022 年 (按 52 周计算) 小额扫码支付费用中 "C: 日常饮食" 类别大约需要支出多少钱?



22. 如图1, 已知直线 $l: y = -x + 2$ 与 y 轴交于点 A , 抛物线 $y = (x-1)^2 + m$ 也经过点 A , 其顶点为 B , 将该抛物线沿直线 l 平移使顶点 B 落在直线 l 的点 D 处, 点 D 的横坐标 $n(n > 1)$.

- (1) 求点 B 的坐标;
- (2) 平移后的抛物线可以表示为_____ (用含 n 的式子表示);
- (3) 若平移后的抛物线与原抛物线相交于点 C , 且点 C 的横坐标为 a .
 - ① 请求出 a 与 n 的函数关系式.
 - ② 如图2, 连接 AC , CD , 若 $\angle ACD = 90^\circ$, 求 a 的值.

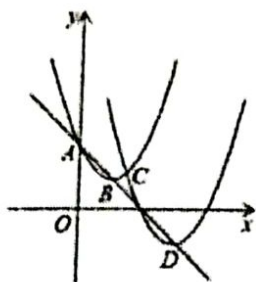


图1

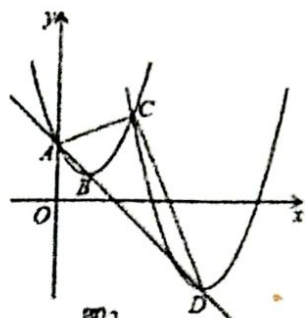


图2

六、(本大题共12分)

23. 问题情境:

如图1, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=10$, $BC=8$. E 为边 BC 上一点, 沿直线 DE 将矩形折叠, 使点 C 落在 AB 边的点 C' 处.

猜想验证:

- (1) 填空: AC' 的长为_____.
- (2) 如图2, 将 $\triangle DCE$ 沿线段 AB 向右平移, 使点 C' 与点 B 重合, 得到 $\triangle D'BE'$, $D'E'$ 与 BC 交于点 F , $D'B$ 与 DE 交于点 G .
 - ① 求 EF 的长;
 - ② 连接 GF , EE' , 则四边形 $GEE'F$ 是平行四边形吗? 若是, 予以证明; 若不是, 请说明理由.

拓展研究:

- (3) 如图3, 将 $\triangle D'BE'$ 沿点 B 按逆时针方向旋转一定角度 α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$), $D'E'$ 分别交 DE 和 BC 于点 M 和点 N . 当 $D'B \parallel DE$ 时, 分别求出 $\tan \alpha$ 的值和线段 MN 的长.

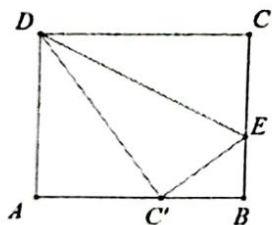


图1

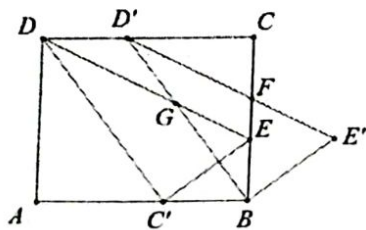


图2

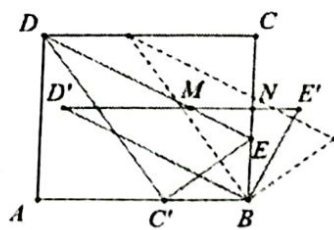


图3



九年级数学下学期期中试卷参考答案

一、选择题：1-6 AADDBC;

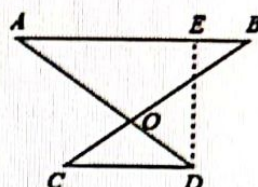
二、填空题：7、2；8、2；9、16；10、 $\begin{cases} x+4.5=y \\ \frac{y}{2}+1=x \end{cases}$ ；11、 $\frac{\sqrt{2}}{2}\pi$ ；

12、 $P_1(0, -2+2\sqrt{2})$, $P_2(0, -2-2\sqrt{2})$ 或 $P_2(0, -2)$.

三、(本大题共5小题，共30分)

13、(1) 解：原式= $\frac{x}{x+1} \cdot \frac{(1+x) \cdot (1-x)}{x}$ 2分
 $=1-x$3分

(2) 解：如图，作 $DE \perp AB$ 于 E1分
 $\because AD = 50 + 30 = 80\text{cm}$, $DE = 40\text{cm}$, $\therefore \angle A = 30^\circ$,
 $\because AO = BO$, $\therefore \angle B = \angle A = 30^\circ$,2分
 $\therefore \angle AOB = 180^\circ - 30^\circ - 30^\circ = 120^\circ$. (方法不唯一)3分



14、(1) 证明：由题意得： $a=1, b=-4m, c=3m^2$,
 $\therefore \Delta = b^2 - 4ac = 16m^2 - 4 \times 1 \times 3m^2 = 4m^2$,2分
 $\because m^2 \geq 0$, $\therefore \Delta = 4m^2 \geq 0$,
 \therefore 该方程总有两个实数根；3分

(2) 解：设关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4mx + 3m^2 = 0$ 的两实数根为 x_1, x_2 , 则有：
 $x_1 + x_2 = 4m, x_1 \cdot x_2 = 3m^2$,4分

$\because |x_1 - x_2| = 2$,
 $\therefore (x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 16m^2 - 12m^2 = 4$,5分
 解得： $m = \pm 1$,
 $\because m > 0$, $\therefore m = 1$6分

15、解：(1) 随机；不可能；2分 (一空1分)

(2) 设客厅灯亮了为事件 A , 楼梯灯亮了为事件 B , 走廊灯亮了为事件 C ; 则树状图如右:

\therefore 共有6种结果, 其中“客厅灯和楼梯灯亮了”的有2种, ...4分

$\therefore P(\text{客厅灯和楼梯灯都亮了}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$6分



16、解：(1) 如图(1);2分

MD 即为所作的中垂线;3分

(2) 如图(2);5分



17、解：如图所示，过点 B 、 D 分别作 $y=2x+1$ 的平行线，交 AD 、 BC 于点 E 、 F 。

由图象和题意可得：

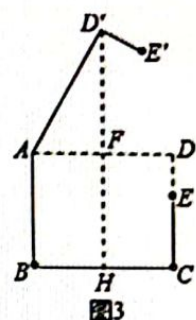
$$AE=4-3=1, CF=8-7=1,$$

$$BE=DF=\sqrt{5}, BF=DE=7-4=3, \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\text{则 } AB=\sqrt{BE^2-AE^2}=\sqrt{5-1}=2,$$

$$BC=BF+CF=3+1=4, \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$\therefore \text{矩形 } ABCD \text{ 的面积为 } AB \cdot BC=2 \times 4=8. \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$



四、(本大题共 3 小题，共 24 分)

18、解：(1) 过点 D' 作 $D'H \perp BC$ ，垂足为点 H ，交 AD 于点 F ，如图 3 所示。

由题意，得： $AD'=AD=96$ 厘米， $\angle DAD'=60^\circ$ 。

\because 四边形 $ABCD$ 是矩形， $\therefore AD \parallel BC$ ，

$\therefore \angle AFD' = \angle BHD' = 90^\circ$ 。

在 $Rt\triangle AD'F$ 中， $D'F = AD' \cdot \sin \angle DAD' = 96 \times \sin 60^\circ = 48\sqrt{3}$ (厘米)。……2 分

又 $\because CE=42$ 厘米， $DE=28$ 厘米，

$\therefore FH = DC = DE + CE = 70$ 厘米，

$\therefore D'H = D'F + FH = (48\sqrt{3} + 70) = 48 \times 1.732 + 70 = 153.136 \approx 153.1$ 厘米。

答：点 D' 到 BC 的距离为 153.1 厘米。……4 分

(2) 连接 AE ， AE' ， EE' ，如图 4 所示。

由题意，得： $AE' = AE$ ， $\angle EAE' = 60^\circ$ ，

$\therefore \triangle AEE'$ 是等边三角形， $\therefore EE' = AE$ 。

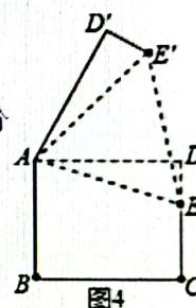
\because 四边形 $ABCD$ 是矩形， $\therefore \angle ADE = 90^\circ$ 。

在 $Rt\triangle ADE$ 中， $AD=96$ 厘米， $DE=28$ 厘米，……6 分

$$\therefore AE = \sqrt{AD^2 + DE^2} = \sqrt{96^2 + 28^2} = 100 \text{ (厘米)},$$

$$\therefore EE' = 100 \text{ 厘米}.$$

答： E 、 E' 两点的距离是 100 厘米。……8 分



19、解：(1) $\because AB \parallel x$ 轴， $AB=m$ ， $A(0,2)$ ， $B(m,2)$ ，

过 C 作 $CD \perp AB$ 于点 D ， $AC=BC$ ， $\angle C=90^\circ$ ，……2 分

$$\therefore AD=CD=DB=\frac{m}{2}, \text{ 则 } C(\frac{m}{2}, \frac{m}{2}+2).$$

设直线 BC 解析式为 $y=kx+b$ ，则



$$\begin{cases} 2 = mk + b, \\ 0.5m + 2 = 0.5k + b, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 = mk + b, \\ 0.5m + 2 = 0.5k + b, \end{cases}$$

.....4分

解得 $k = -1, b = m + 2$, 直线 BC 解析式为: $y = -x + m + 2$.

(2) $\because B, C$ 都是双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 上的点,6分

$$\therefore k = 2m = \frac{m}{2} \left(\frac{m}{2} + 2 \right),$$

.....8分

$m_1 = 0$ (不合题意, 舍去), $m_2 = 4$.

20、(1) 证明 $\because AO = OB, \therefore \angle OAB = \angle OBA,$

$\because BD$ 是切线, $\therefore OB \perp BD, \therefore \angle OBD = 90^\circ,$

$\therefore \angle OBE + \angle EBD = 90^\circ,$ 2分

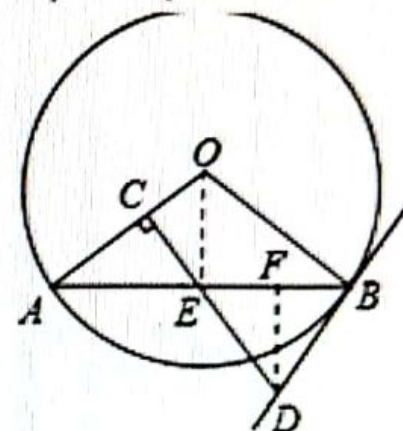
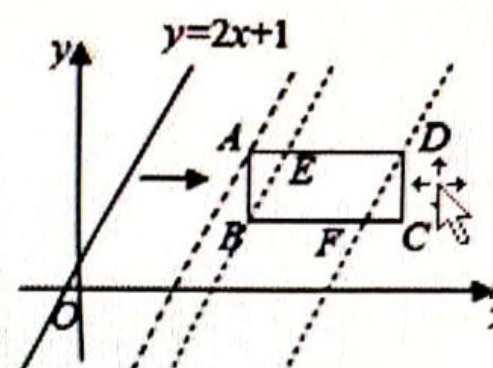
$\because EC \perp OA, \therefore \angle CAE + \angle CEA = 90^\circ,$

$\because \angle CEA = \angle DEB, \therefore \angle EBD = \angle BED,$

$\therefore DB = DE.$ 4分

(2) 作 $DF \perp AB$ 于 F , 连接 OE .

$\because DB = DE, AE = EB = 6,$



$$\because DB = DE, AE = EB = 6,$$

$$\therefore EF = \frac{1}{2}BE = 3, OE \perp AB,$$

$$\text{在 Rt}\triangle EDF \text{ 中, } DE = BD = 5, EF = 3, \therefore DF = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4, \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\because \angle AOE + \angle A = 90^\circ, \angle DEF + \angle A = 90^\circ, \therefore \angle AOE = \angle DEF,$$

$$\therefore \sin \angle DEF = \sin \angle AOE = \frac{AE}{AO} = \frac{4}{5},$$

$$\because AE = 6, \therefore AO = \frac{15}{2}. \therefore \odot O \text{ 的半径为 } \frac{15}{2}. \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

五、(本大题共 2 小题, 共 18 分)

$$21、\text{解: (1) } 17 + 4 + 6 + 7 + 5 + 14 = 53 \text{ (元),}$$

$$53 \div 6 \approx 8.8 \text{ (元),}$$

所以 3 月 20 日小额扫码支付金额的平均值为 8.8 元; $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

$$(2) a = 150 \div 25\% \times 30\% = 180,$$

$$25\% + b + 30\% + 10\% + 15\% = 1,$$

$$\text{解得: } b = 20\%,$$

$$\therefore a = 180, b = 20\%; \dots\dots\dots 4 \text{ 分 (每空 1 分)}$$

$$(3) B \text{ 教育医疗: } 360^\circ \times 20\% = 72^\circ;$$

$$C \text{ 日常饮食: } 360^\circ \times 30\% = 108^\circ;$$

$$D \text{ 休闲娱乐: } 360^\circ \times 10\% = 36^\circ;$$

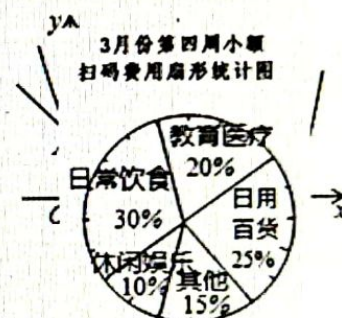
$$E \text{ 其它: } 360^\circ \times 15\% = 54^\circ,$$

绘制扇形图如右图所示: $\dots\dots\dots 7 \text{ 分}$

$$(4) 150 \div 25\% = 600 \text{ (元), } 600 \times 30\% = 180 \text{ (元),}$$

$$180 \times 52 = 9360 \text{ (元),}$$

答: 预估 2022 年日常饮食类需要花费 9360 元. $\dots\dots\dots 9 \text{ 分}$



$$22、\text{解: (1) 当 } x = 0 \text{ 时候, } y = -x + 2 = 2, \therefore A(0, 2),$$

$$\text{把 } A(0, 2) \text{ 代入 } y = (x - 1)^2 + m, \text{ 得 } 1 + m = 2 \therefore m = 1.$$

$$\therefore y = (x - 1)^2 + 1, \therefore B(1, 1); \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$(2) \text{ 由 (1) 知, 该抛物线的解析式为: } y = (x - 1)^2 + 1,$$

$$\because D(n, 2 - n),$$

$$\therefore \text{ 则平移后抛物线的解析式为: } y = (x - n)^2 + 2 - n.$$

$$\text{故答案是: } y = (x - n)^2 + 2 - n. \text{ (或 } y = x^2 - 2nx + n^2 - n + 2) \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$(3) \text{ ① } \because C \text{ 是两个抛物线的交点,}$$



解得: $b = 20\%$;

$\therefore a = 180, b = 20\%$;4分(每空1分)

(3) B 教育医疗: $360^\circ \times 20\% = 72^\circ$;

C 日常饮食: $360^\circ \times 30\% = 108^\circ$;

D 休闲娱乐: $360^\circ \times 10\% = 36^\circ$;

E 其它: $360^\circ \times 15\% = 54^\circ$;

绘制扇形图如右图所示:7分

(4) $150 \div 25\% = 600$ (元), $600 \times 30\% = 180$ (元),

$180 \times 52 = 9360$ (元),

答: 预估 2022 年日常饮食类需要花费 9360 元.9分

22、解: (1) 当 $x = 0$ 时候, $y = -x + 2 = 2$, $\therefore A(0, 2)$,

把 $A(0, 2)$ 代入 $y = (x - 1)^2 + m$, 得 $1 + m = 2 \therefore m = 1$.

$\therefore y = (x - 1)^2 + 1$, $\therefore B(1, 1)$;2分

(2) 由 (1) 知, 该抛物线的解析式为: $y = (x - 1)^2 + 1$,

$\therefore D(n, 2 - n)$,

\therefore 则平移后抛物线的解析式为: $y = (x - n)^2 + 2 - n$.

故答案是: $y = (x - n)^2 + 2 - n$. (或 $y = x^2 - 2nx + n^2 - n + 2$)4分

(3) ① $\because C$ 是两个抛物线的交点,

\therefore 点 C 的纵坐标可以表示为: $(a - 1)^2 + 1$ 或 $(a - n)^2 - n + 2$,

由题意得 $(a - 1)^2 + 1 = (a - n)^2 - n + 2$, 整理得 $2an - 2a = n^2 - n$,

$\because n > 1$, $\therefore a = \frac{n^2 - n}{2n - 2} = \frac{n}{2}$6分

② 过点 C 作 y 轴的垂线, 垂足为 E , 过点 D 作 $DF \perp CE$ 于点 F ,

$\because \angle ACD = 90^\circ$, $\therefore \angle ACE = \angle CDF$, 又 $\because \angle AEC = \angle DFC$,

$\therefore \triangle ACE \sim \triangle CDF$, $\therefore \frac{AE}{EC} = \frac{CF}{DF}$7分

又 $\because C(a, a^2 - 2a + 2)$, $D(2a, 2 - 2a)$, $\therefore AE = a^2 - 2a$, $DF = a^2$, $CE = CF = a$,

$\therefore \frac{a^2 - 2a}{a} = \frac{a}{a^2}$, $\therefore a^2 - 2a = 1$, 解得: $a = \pm\sqrt{2} + 1$,8分

$\because n > 1$, $\therefore a = \frac{n}{2} > \frac{1}{2}$, $\therefore a = \sqrt{2} + 1$9分

六、(本大题共 1 小题, 共 12 分)

23、(1) 6;2分



(2) ①解: 如图2, $\because AB=10$, 由(1)知 $AC=6$, $\therefore CB=4$,

设 $CE=x$, $BC=8$, 则 $CE=CE=x$, $EB=8-x$,

在 $Rt\triangle CBE$ 中, $EB^2 + C'B^2 = C'E^2$, 即 $(8-x)^2 + 4^2 = x^2$, 解得 $x=5$, 即 $CE=5$,3分

又 $\because \triangle DBE$ 是 $\triangle DCE$ 平移而得, $\therefore DD'=CB=4$, $D'C=6$, 且 $D'E \parallel DE$,

$\therefore Rt\triangle CDF \sim Rt\triangle CDR$,4分

则 $\frac{CD}{CD} = \frac{CF}{CE}$, 即 $\frac{6}{10} = \frac{CF}{5}$, 解得 $CF=3$, $\therefore EF=CE-CF=5-3=2$;5分

② $\because \triangle DBE$ 是 $\triangle DCE$ 平移而得, $\therefore EE'=4$,

如图, 连接 GF , 若四边形 $GEEF$ 是平行四边形, 则有 $GF \parallel EE'$, 而 $EE' \parallel CB$,

$\therefore GF \parallel DC$,

$\therefore \frac{BF}{BC} = \frac{GF}{D'C}$, 即 $\frac{3+2}{8} = \frac{GF}{6}$,

得 $GF = \frac{15}{4} \neq EE'$,

\therefore 四边形 $GEEF$ 不是平行四边形.8分

(3) 如图所示, 由题意知 $Rt\triangle DCE \cong Rt\triangle D'BE'$,

$\therefore \angle CDE = \angle D'$,

又 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 4 = \angle 5$, $\angle DC'E = 90^\circ$,

且 $DB \parallel DE$,

$\therefore \angle 3 = \angle D'$, 而 $\angle 3 = \alpha$,

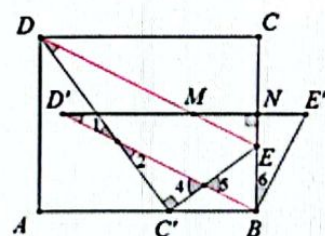
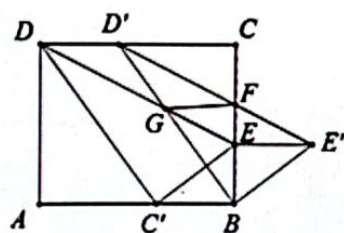
$\therefore \tan \alpha = \tan \angle D' = \tan \angle D = \frac{EC'}{DC'} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$;

又 $\because \angle D' = \angle 6$, $\angle 6 + \angle D'BN = 90^\circ$, $\therefore \angle D' + \angle D'BN = 90^\circ$, $\therefore \angle D'NB = 90^\circ$,10分

设 $MN=x$, 则 $NE = \frac{x}{2}$, $BN = 3 + \frac{x}{2}$, $NE' = \frac{(3 + \frac{x}{2})}{2} = \frac{6+x}{4}$,

在 $Rt\triangle BNE'$ 中, $BN^2 + NE'^2 = BE'^2$, 即 $(3 + \frac{x}{2})^2 + (\frac{6+x}{4})^2 = 5^2$,

解得 $x = 4\sqrt{5}$ 或 $x = 12$



$$\therefore \tan \alpha = \tan \angle D' = \tan \angle D = \frac{EC'}{DC'} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2};$$

又 $\because \angle D' = \angle 6$, $\angle 6 + \angle D'BN = 90^\circ$, $\therefore \angle D' + \angle D'BN = 90^\circ$, $\therefore \angle D'NB = 90^\circ$,10分

设 $MN=x$, 则 $NE = \frac{x}{2}$, $BN = 3 + \frac{x}{2}$, $NE' = \frac{(3 + \frac{x}{2})}{2} = \frac{6+x}{4}$,

在 $Rt\triangle BNE$ 中, $BN^2 + NE'^2 = BE'^2$, 即 $(3 + \frac{x}{2})^2 + (\frac{6+x}{4})^2 = 5^2$,

解得, $x = 4\sqrt{5} - 6$12分

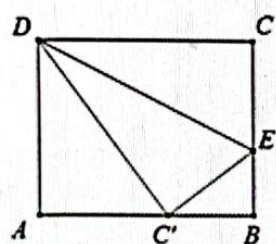


图 1

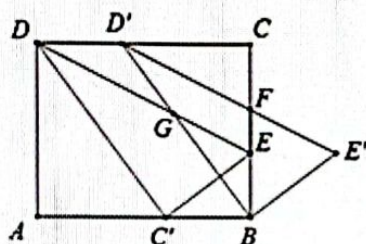


图 2

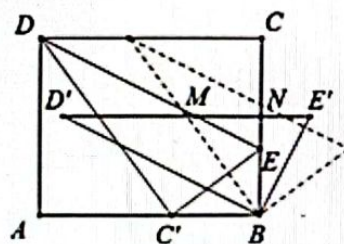


图 3

I

