

# 吉安市七校联谊考试九年级数学参考答案（2023 年 4 月）

## 一. 选择题（共 6 小题，满分 18 分，每小题 3 分）

1. (3 分)  $\because |2|=2, |-2|=2, a$  为负数,

$\therefore a$  的值为  $-2$ .

故选: C.

2. (3 分) B.

3. (3 分) 解:  $A、2a^2 \cdot 3b^3 = 6a^2b^3$ , 故选项错误;

$B、(-2a)^2 = 4a^2$ , 故选项错误;

$C、(a^5)^2 = a^{10}$ , 故选项错误;

$D、x^{-2} = \left(\frac{1}{x}\right)^2 = \frac{1}{x^2}$ , 故 D 正确.

故选: D.

4. (3 分) 解: 小明的学期学业成绩为:  $\frac{90 \times 2 + 80 \times 3 + 94 \times 5}{2+3+5} = 89$  (分).

故选: C.

5. (3 分) 解: 添加一个条件, 使四边形  $AMCN$  是矩形, 这个条件是  $OM=AC$ , 理由如下:

$\because$  四边形  $ABCD$  是平行四边形,

$\therefore OA=OC, OB=OD$ ,

$\because$  对角线  $BD$  上的两点  $M、N$  满足  $BM=DN$ ,

$\therefore OB-BM=OD-DN$ ,

即  $OM=ON$ ,

$\therefore$  四边形  $AMCN$  是平行四边形,

$\because OM=\frac{1}{2}AC$ ,

$\therefore MN=AC$ ,

$\therefore$  四边形  $AMCN$  是矩形. 故选: B.

6. (3 分) 解:  $\because$  抛物线开口方向向下,

$\therefore a < 0$ ,

$\because$  抛物线的对称轴在  $y$  轴的右侧,

$\therefore a, b$  异号,

$\therefore b > 0$ ,

$\because$  抛物线与  $y$  轴的交点在正半轴,

$\therefore c > 0$ ,

$\therefore abc < 0$ ,

故①不正确;

$\because$  抛物线与  $x$  轴有两个交点,

$\therefore b^2 - 4ac > 0$ ,

故②正确;

把  $(-1, 0)$  代入  $y = ax^2 + bx + c$  中得:

$a - b + c = 0$ ,

故③正确;

$\because$  抛物线的对称轴为直线  $x = 1$ ,

$\therefore$  点  $(-1, 0)$  关于直线  $x = 1$  的对称点的坐标为  $(3, 0)$ ,

$\therefore$  方程  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ) 的两个根是  $x_1 = -1, x_2 = 3$ ,

故④正确;

$\because$  抛物线的对称轴为直线  $x = -\frac{b}{2a} = 1$ ,

$\therefore b = -2a$ ,

当  $x = -2$  时,  $y < 0$ , 即  $4a - 2b + c < 0$ ,

$\therefore 4a + 4a + c < 0$ ,

$\therefore 8a + c < 0$ ,

故⑤正确;

所以, 上列结论中正确的有 4 个,

故选: A.



二. 填空题 (共 6 小题, 满分 18 分, 每小题 3 分)

7. (3 分)  $8.15 \times 10^{-7}$ .

8. (3 分) 解: 根据二次根式的意义和分式有意义的条件可得

$$x - 1 > 0,$$

解得  $x > 1$ .

则实数  $x$  的取值范围是  $x > 1$ .

故答案为:  $x > 1$ .

9. (3 分) 解:  $\because$  方程  $x^2 + mx - 1 = 0$  的两根为  $x_1, x_2$ ,

$$\therefore \Delta = m^2 - 4 \times 1 \times (-1) \geq 0,$$

$$m^2 + 4 > 0,$$

由题意得:  $x_1 \cdot x_2 = -1$ ;  $x_1 + x_2 = -m$ ,

$$\therefore \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -3,$$

$$\therefore \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = -3,$$

$$\frac{-m}{-1} = -3, m = -3,$$

故答案为:  $-3$ .

10. (3 分)  $2(a - \frac{1}{2})^2$  或  $(a - \frac{1}{2})(2a - 1)$

11. (3 分) 解:  $\because$  四边形  $ABCD$  是平行四边形,

$$\therefore OA = OC, OB = OD,$$

$$\because AB \perp AC,$$

$$\therefore \angle BAC = 90^\circ,$$

$$\therefore AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4,$$

$$\therefore OA = \frac{1}{2}AC = 2,$$

在  $\text{Rt}\triangle AOB$  中, 由勾股定理得:  $OB = \sqrt{AB^2 + OA^2} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$ ,

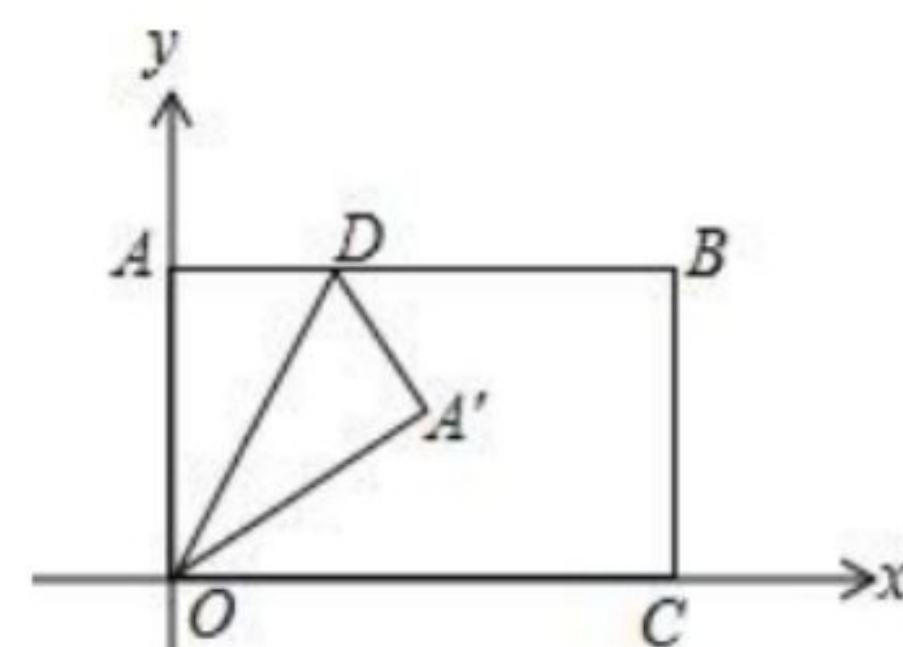
$\because \angle BAO = 90^\circ$ ,  $E$  是  $OB$  的中点,

$$\therefore AE = \frac{1}{2}OB = \frac{\sqrt{13}}{2},$$

故答案为:  $\frac{\sqrt{13}}{2}$ .

12. (3 分) 解: 根据翻折可得  $\angle AOD = \angle A'OD$ , 分 3 种情况讨论:

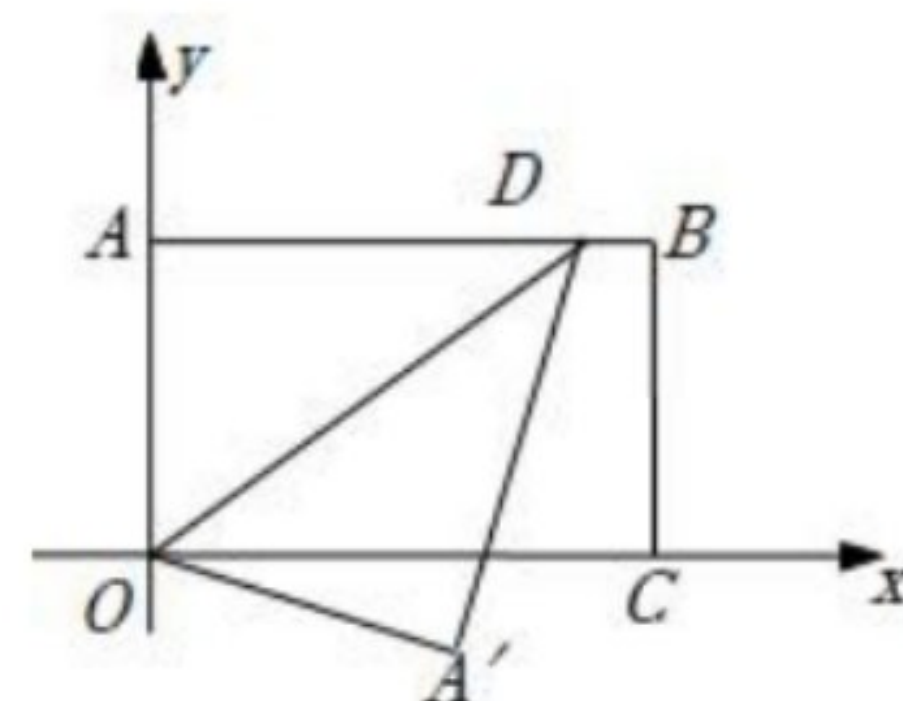
① 当  $\angle AOD = 30^\circ$  时,  $\angle A'OC = 30^\circ$ ,



$$\because A'O \cdot \sin \angle A'OC = 2\text{cm}, A'O \cdot \cos \angle A'OC = 2\sqrt{3}\text{cm},$$

$\therefore A'$  的坐标为  $(2\sqrt{3}, 2)$ ;

② 当  $\angle ADO = 30^\circ$  时,  $\angle AOD = 60^\circ$ ,



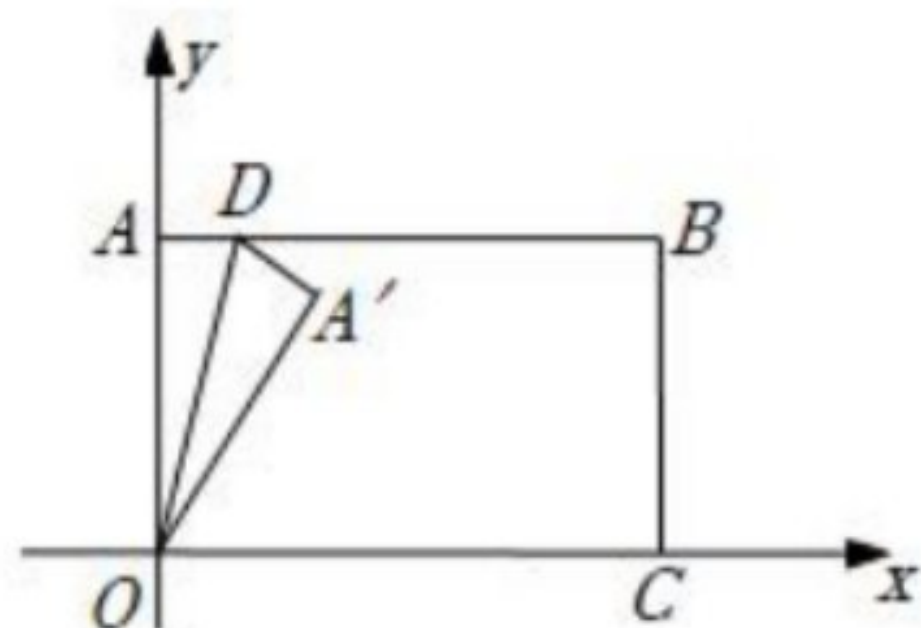
$\therefore \angle AOA' = 120^\circ$ , 即  $A'$  在第四象限且  $\angle A'OC = 30^\circ$ ,

$$\because A'O \cdot \sin \angle A'OC = 2\text{cm}, A'O \cdot \cos \angle A'OC = 2\sqrt{3}\text{cm},$$

$\therefore A'$  的坐标为  $(2\sqrt{3}, -2)$ ;

③  $\angle AOD = 15^\circ$  时,  $\angle AOA' = 30^\circ$ ,  $\angle A'OC = 60^\circ$ ,





$$\because A'O \cdot \sin \angle A'OC = 2\sqrt{3} \text{ cm}, A'O \cdot \cos \angle A'OC = 2 \text{ cm},$$

$\therefore A'$  的坐标为  $(2, 2\sqrt{3})$ .

故答案为:  $(2\sqrt{3}, 2)$  或  $(2\sqrt{3}, -2)$  或  $(2, 2\sqrt{3})$ .

### 三. 解答题 (共 11 小题, 满分 84 分)

13. 解: (1) 原式  $= 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 - 2\sqrt{2}$

$$= \sqrt{2} + 1 - 2\sqrt{2}$$

$$= 1 - \sqrt{2}; \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

(2) 原式  $= \left( \frac{2}{m-1} + \frac{m-1}{m-1} \right) \cdot \frac{(m-1)^2}{2(m+1)}$

$$= \frac{m+1}{m-1} \cdot \frac{(m-1)^2}{2(m+1)}$$

$$= \frac{m-1}{2}; \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

14. (6 分) 解:  $\begin{cases} 3x+1 < x-3 & \text{①} \\ \frac{1+x}{2} \leq \frac{1+2x}{3} + 1 & \text{②} \end{cases}$ ,

由①得:  $x < -2$ ,  $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

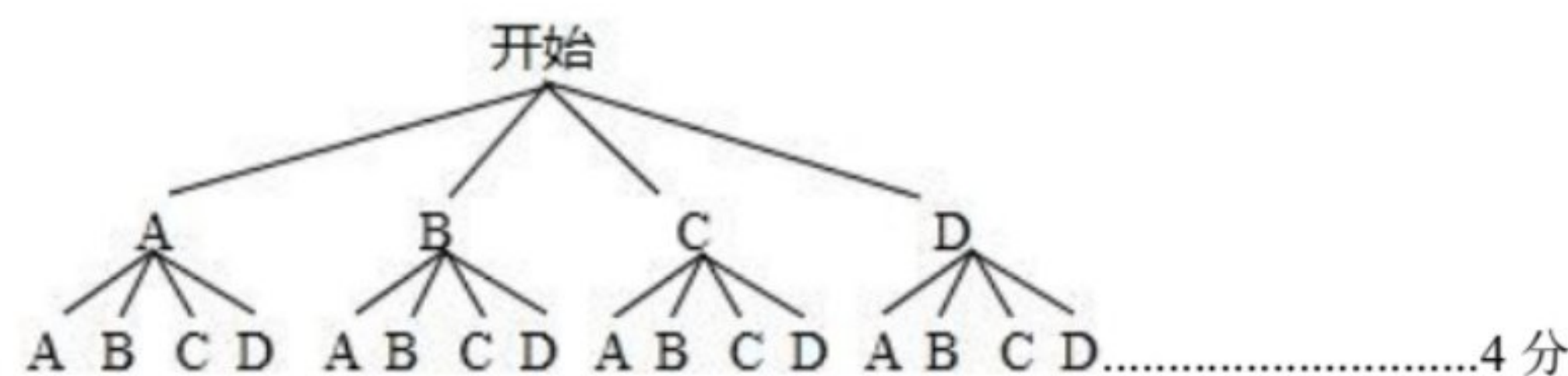
由②得:  $x \geq -5$ ,  $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

$\therefore$  不等式组的解集是  $-5 \leq x < -2$ .  $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

它的所有整数解是  $-5, -4, -3$ .  $\dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

15. (6 分) 解: (1) 小雨抽到 A 组题目的概率是  $\frac{1}{4}$ ,  $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

(2) 画树状图如下:



共有 16 种等可能的结果, 其中小雨和莉莉两名同学抽到相同题目的结果有 4 种,

$\therefore$  小雨和莉莉两名同学抽到相同题目的概率为  $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ .  $\dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

16. (6 分) 如图 1 正方形 ABCD 即为所求正方形;  $\dots\dots\dots 3 \text{ 分}$  (图 2 分, 结论 1 分, 合理即可)

(2) 如图 2 四边形 EFGH 即为所求平行四边形.  $\dots\dots\dots 3 \text{ 分}$  (图 2 分, 结论 1 分, 合理即可)

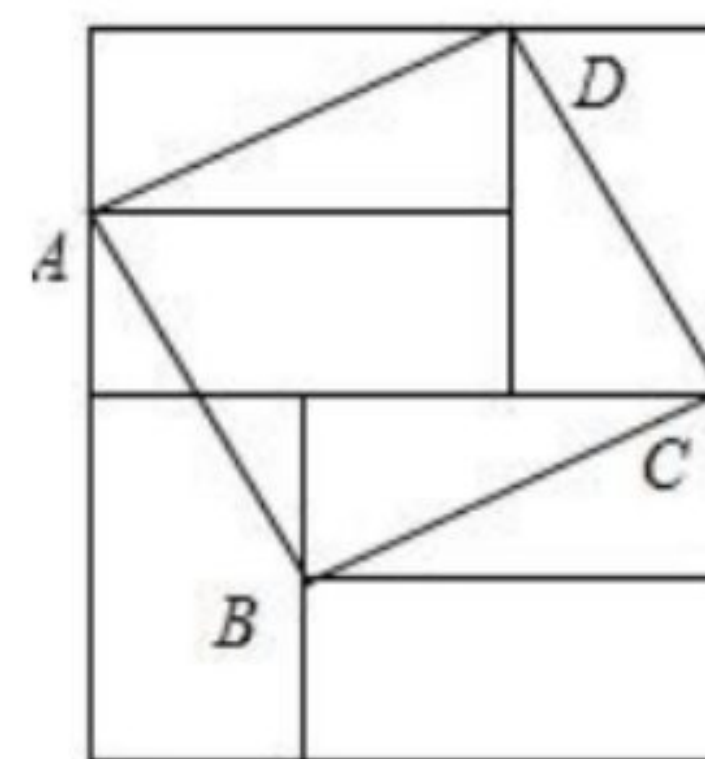


图1

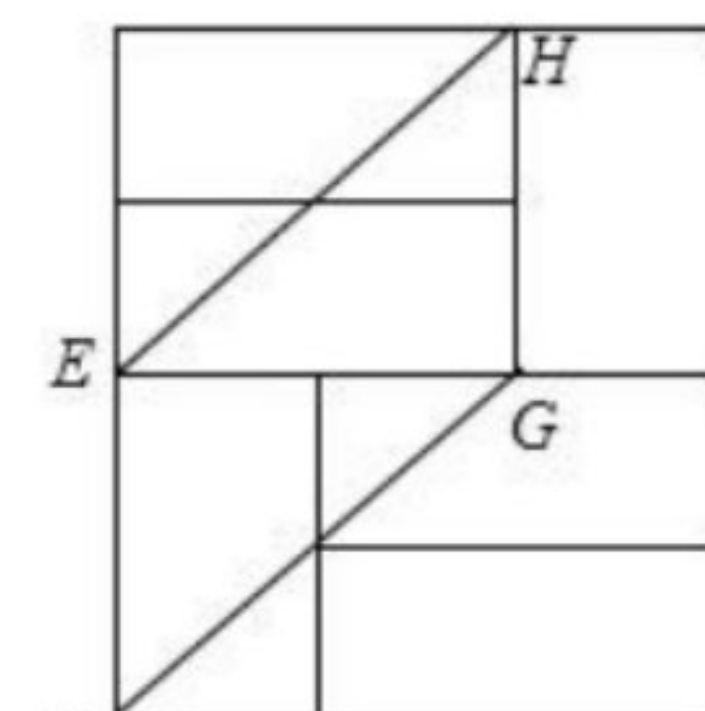


图2

17. (6 分) 解: (1) 设乙种粽子的单价为  $x$  元, 则甲种粽子的单价为  $2x$  元,

依题意得:  $\frac{800}{x} - \frac{1200}{2x} = 50$ ,

解得:  $x = 4$ ,

经检验,  $x = 4$  是原方程的解,  $\dots\dots\dots$  (分式方程未检验扣一分)

则  $2x = 8$ ,

答: 甲种粽子的单价为 8 元, 乙种粽子的单价为 4 元.  $\dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

(2) 设购进甲种粽子  $m$  个, 则购进乙种粽子  $(200 - m)$  个,

依题意得:  $8m + 4(200 - m) \leq 1150$ ,

解得:  $m \leq 87.5$ ,

答: 最多购进 87 个甲种粽子.  $\dots\dots\dots 6 \text{ 分}$



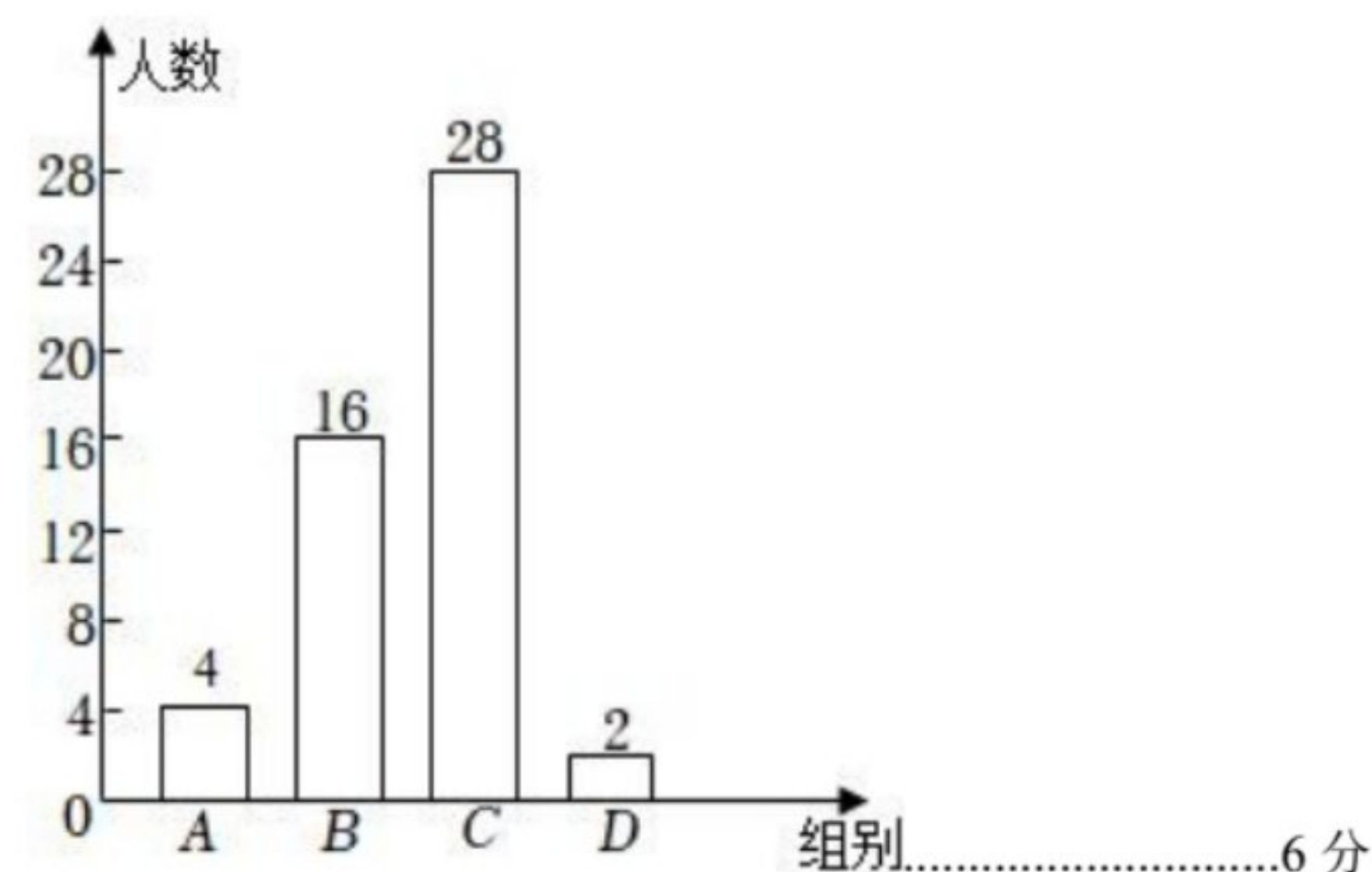
18. (8分) 解: (1) 本次调查的学生人数为  $16 \div 32\% = 50$  (名),

故答案为: 50; .....2分

(2) 表示 D 组的扇形圆心角的度数为  $360^\circ \times \frac{2}{50} = 14.4^\circ$ ; .....4分

(3) A 组人数为  $50 - (16+28+2) = 4$  (名),

补全图形如下:



(4)  $1200 \times \frac{28+2}{50} = 720$  (名).

答: 估计该校最近两周有 720 名学生的每日平均睡眠时长大于或等于 9h. ....8分

19. (8分) 解: (1) 由题意得:

$\angle CAE = 15^\circ$ ,  $AB = 30$  米,

$\because \angle CBE$  是  $\triangle ABC$  的一个外角,

$\therefore \angle ACB = \angle CBE - \angle CAE = 15^\circ$ ,

$\therefore \angle ACB = \angle CAE = 15^\circ$ ,

$\therefore AB = BC = 30$  米,

$\therefore$  斜坡 BC 的长为 30 米; .....3分

(2) 在  $\text{Rt}\triangle CBE$  中,  $\angle CBE = 30^\circ$ ,  $BC = 30$  米,

$\therefore CE = \frac{1}{2}BC = 15$  (米),

$BE = \sqrt{3}CE = 15\sqrt{3}$  (米), .....4分

在  $\text{Rt}\triangle DEB$  中,  $\angle DBE = 53^\circ$ ,

$\therefore DE = BE \cdot \tan 53^\circ \approx 15\sqrt{3} \times \frac{4}{3} = 20\sqrt{3}$  (米), .....6分

$\therefore DC = DE - CE = 20\sqrt{3} - 15 \approx 20$  (米),

$\therefore$  这棵大树 CD 的高度约为 20 米. ....8分

20. (8分) 解: (1) 设黎数点为  $(m, -m)$ ,

$\therefore -m^2 = -16$ , .....1分

解得  $m = \pm 4$ ,

$\therefore y = -\frac{16}{x}$  上的黎数点为  $(4, -4)$   $(-4, 4)$ ; .....3分

(2)  $\because y = ax^2 + bx + c$  有且仅有一个“黎数”,

$\therefore$  方程  $ax^2 + bx + c = -x$  有且只有一个解,

即  $ax^2 + (b+1)x + c = 0$ ,  $\Delta = (b+1)^2 - 4ac = 0$ , .....5分

$\because y = -\frac{16}{x}$  在第二象限中的黎点为  $(-4, 4)$ ,

代入  $y = ax^2 + bx + c$  得,  $4 = 16a - 4b + c$ ,

$\therefore b = \frac{16a + c - 4}{4} = 4a - 1 + \frac{1}{4}c$ , .....6分

$\therefore \Delta = (4a - 1 + \frac{1}{4}c + 1)^2 - 4ac = 0$ ,

$\therefore (4a - \frac{1}{4}c)^2 = 0$ , 即  $4a - \frac{1}{4}c = 0$ ,

$\therefore \frac{c}{a} = 16$ . ....8分

21. (9分) (1) 证明:  $\because \odot O$  与 AC、BC 分别相切于点 A、E,

$\therefore CA = CE$ ,

$\therefore \square ACEF$  是菱形,

$\therefore \angle C = \angle AFE$ ,

由圆周角定理得:  $\angle AFE = \frac{1}{2}\angle AOE$ ,

$\because \odot O$  与 AC、BC 分别相切于点 A、E,

$\therefore OA \perp AC$ ,  $OE \perp CE$ ,

$\therefore \angle C + \angle AOE = 180^\circ$ ,



$$\therefore 3\angle C = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle C = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle ACE$  是等边三角形; .....4 分

$$(2) \text{ 解: } \because \angle CAB = 90^\circ, \angle C = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ,$$

$$\therefore OB = 2OE, BC = 2AC = 2\sqrt{6}, \angle BOE = 60^\circ,$$

$$\therefore AB = \sqrt{3}AC = 3\sqrt{2}, \text{ .....6 分}$$

$$\therefore OA = OE = OD = \frac{1}{3}AB = \sqrt{2},$$

$$\therefore BE = \sqrt{3}OA = \sqrt{6},$$

$$\therefore S_{\text{阴影部分}} = \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{6} - \frac{60\pi \times (\sqrt{2})^2}{360} = \sqrt{3} - \frac{\pi}{3}. \text{ .....9 分}$$

22. (9 分) 解: (1) 根据题意可知点  $F$  的坐标为  $(6, -1.5)$ , 可设拱桥侧面所在二次函数表达式为:  $y_1 = ax^2$ .

$$\text{将 } F(6, -1.5) \text{ 代入 } y_1 = ax^2 \text{ 有: } -1.5 = 36a_1, \text{ 求得 } a_1 = -\frac{1}{24},$$

$$\therefore y_1 = -\frac{1}{24}x^2,$$

$$\text{当 } x = 12 \text{ 时, } y_1 = -\frac{1}{24} \times 12^2 = -6,$$

$\therefore$  桥拱顶部离水面高度为  $6m$ . .....3 分

(2) ①由题意可知右边钢缆所在抛物线的顶点坐标为  $(6, 1)$ , 可设其表达式为  $y_2 = a_2(x - 6)^2 + 1$ ,

$$\text{将 } H(0, 4) \text{ 代入其表达式有: } 4 = a_2(0 - 6)^2 + 1, \text{ 求得 } a_2 = \frac{1}{12},$$

$\therefore$  右边钢缆所在抛物线表达式为:  $y_2 = \frac{1}{12}(x - 6)^2 + 1$ , 同理可得左边钢缆所在抛物线表达式

$$\text{为: } y_3 = \frac{1}{12}(x + 6)^2 + 1. \text{ .....6 分}$$

②设彩带的长度为  $Lm$ ,

$$\text{则 } L = y_2 - y_1 = \frac{1}{12}(x - 6)^2 + 1 - \left(-\frac{1}{24}x^2\right) = \frac{1}{8}x^2 - x + 4 = \frac{1}{8}(x - 4)^2 + 2,$$

$\therefore$  当  $x = 4$  时,  $L_{\text{最小值}} = 2$ ,

答: 彩带长度的最小值是  $2m$ . .....9 分

23. (12 分) 解: (1)  $\because \angle ABC = 90^\circ, \angle A = 45^\circ$ ,

$\therefore \triangle ABC$  是等腰直角三角形,

$$\therefore \angle A = \angle ACB = 45^\circ, AB = CB,$$

同理:  $BD = BE, \angle DBE = 90^\circ$ ,

$$\therefore \angle ABC = \angle DBE,$$

$$\therefore \angle ABC - \angle CBD = \angle DBE - \angle CBD,$$

即  $\angle ABD = \angle CBE$ ,

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CBE \text{ (SAS)},$$

$$\therefore AD = CE, \angle BCE = \angle BAD = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle ACE = \angle ACB + \angle BCE = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ,$$

故答案为:  $AD = CE, 90^\circ$ ; .....4 分

(2) 不成立,  $CE = \sqrt{3}AD$ , 理由如下:

$$\because BE \perp BD, \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DBE = \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\text{又 } \because \angle BAC = \angle BDE,$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DBE,$$

$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{DB}{BE},$$

$$\text{又 } \because \angle ABC = \angle DBE,$$

$$\therefore \angle ABC - \angle CBD = \angle DBE - \angle CBD,$$

即  $\angle ABD = \angle CBE$ ,

$$\therefore \triangle CBE \sim \triangle ABD,$$

$$\therefore \frac{CE}{AD} = \frac{BC}{BA},$$

在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle A = 60^\circ$ ,

$$\therefore \tan A = \frac{BC}{AB} = \tan 60^\circ = \sqrt{3},$$

$$\therefore CE = \sqrt{3}AD; \text{ .....7 分}$$



$$(3) \because \angle A = 30^\circ, AC = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore BC = \frac{1}{2}AC = \sqrt{3}, AB = \sqrt{3}BC = 3,$$

分两种情况:

①如图 3, 当  $AB = AD = 3$  时,

同 (2) 可知,  $\triangle CBE \sim \triangle ABD$ ,

$$\therefore \frac{CE}{AD} = \frac{BC}{BA},$$

$$\therefore CE = BC = \sqrt{3}; \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

②如图 4, 当  $AB = BD = 3$  时,

$$\text{则 } \angle A = \angle ADB = 30^\circ,$$

$$\because \angle ABC = 90^\circ, \angle A = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ - \angle A = 60^\circ,$$

$$\because \angle ACB = \angle CDB + \angle CBD,$$

$$\therefore \angle CBD = \angle ACB - \angle CDB = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle CBD = \angle CDB = 30^\circ,$$

$$\therefore CD = BC = \sqrt{3},$$

$$\therefore AD = AC + CD = 3\sqrt{3},$$

同 (2) 可知,  $\triangle CBE \sim \triangle ABD$ ,

$$\therefore \frac{CE}{AD} = \frac{BC}{BA},$$

$$\text{即 } \frac{CE}{3\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

解得:  $CE = 3$ ;

综上所述,  $CE$  的长为  $\sqrt{3}$  或 3.  $\dots\dots\dots 12 \text{ 分}$

