

# 吉安市七校联谊考试九年级数学试卷（2023 年 4 月）

注意事项：

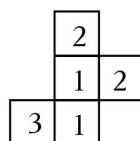
1. 答题前填写好自己的姓名、班级、考号等信息 2. 请将答案正确填写在答题卡上

## 一. 选择题（共 6 小题，满分 18 分，每小题 3 分）

1. （3 分）负数  $a$  的绝对值为 2，则  $a$  的值为（ ）

- A.  $-\frac{1}{2}$       B.  $\frac{1}{2}$       C. -2      D. 2

2. （3 分）如图所示的是由几个小立方块所搭的几何体俯视图，小正方形中的数字表示该位置上小立方块的个数，则这个几何体的主视图是（ ）



- A.      B.      C.      D.

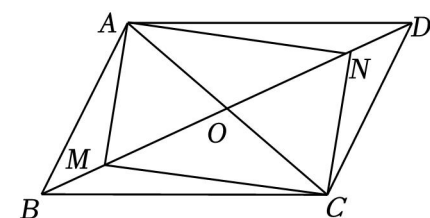
3. （3 分）下列运算正确的是（ ）

- A.  $2a^2 \cdot 3b^2 = 6a^5b^5$       B.  $(-2a)^2 = -4a^2$   
C.  $(a^5)^2 = a^7$       D.  $x^{-2} = \frac{1}{x^2} (x \neq 0)$

4. （3 分）某校规定学生的学期学业成绩由平时成绩和期中成绩、期末成绩三部分组成，依次按照 2: 3: 5 的比例确定学期学业成绩. 若小明的平时成绩为 90 分，期中成绩为 80 分，期末成绩为 94 分，则小明的学期学业成绩为（ ）分.

- A. 86      B. 88      C. 89      D. 90

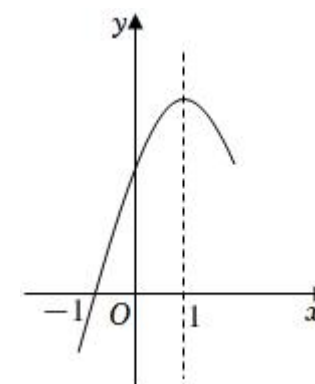
5. （3 分）如图，在平行四边形  $ABCD$  中， $M$ 、 $N$  是  $BD$  上两点， $BM=DN$ ，连接  $AM$ 、 $MC$ 、 $CN$ 、 $NA$ ，添加一个条件，使四边形  $AMCN$  是矩形，这个条件是（ ）



- A.  $MB=MO$       B.  $OM=\frac{1}{2}AC$       C.  $BD \perp AC$       D.  $\angle AMB = \angle CND$

6. （3 分）已知：抛物线  $y=ax^2+bx+c$  ( $a \neq 0$ ) 的对称轴为直线  $x=1$ ，与  $x$  轴的一个交点坐标为  $(-1, 0)$ ，其部分图象如图所示，下列结论：

- ①  $abc > 0$ ;  
②  $b^2 - 4ac > 0$ ;  
③  $a - b + c = 0$ ;  
④ 方程  $ax^2 + bx + c = 0$  ( $a \neq 0$ ) 的两个根是  $x_1 = -1$ ,  $x_2 = 3$ ;  
⑤  $8a + c < 0$ .



其中正确的结论有（ ）

- A. 4 个      B. 3 个      C. 2 个      D. 1 个

## 二. 填空题（共 6 小题，满分 18 分，每小题 3 分）

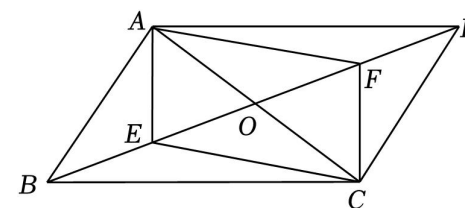
7. （3 分）已知某种新型感冒病毒的直径为 0.000000815 米，用科学记数法表示为 \_\_\_\_\_ 米.

8. （3 分）若二次根式  $\sqrt{\frac{1}{x-1}}$  在实数范围内有意义，则实数  $x$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

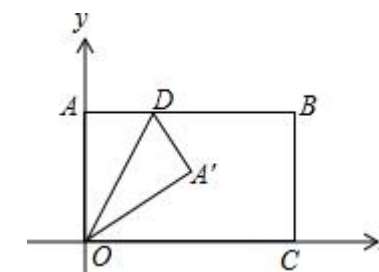
9. （3 分）方程  $x^2 + mx - 1 = 0$  的两根为  $x_1$ ,  $x_2$ ，且  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -3$ ，则  $m =$  \_\_\_\_\_.

10. （3 分）因式分解：  $2a^2 - 2a + \frac{1}{2} =$  \_\_\_\_\_.

11. （3 分）如图，平行四边形  $ABCD$  的对角线  $AC$ ,  $BD$  相交于点  $O$ ,  $E$ ,  $F$  分别是  $OB$ ,  $OD$  的中点，连接  $AE$ ,  $AF$ ,  $CE$ ,  $CF$ . 若  $AB \perp AC$ ,  $AB=3$ ,  $BC=5$ ，则  $AE$  的长为 \_\_\_\_\_.



（第 11 题图）



（第 12 题图）

12. （3 分）矩形纸片  $OABC$ ，长  $AB=8cm$ ，宽  $AO=4cm$ ，折叠纸片，使折痕经过  $AB$  上点  $D$ ，点  $A$  落在点  $A'$  处，展平后得到折痕  $OD$ ，同时得到线段  $OA'$ ,  $DA'$ ，不再添加其它线段，当图中存在  $30^\circ$  角时， $A'$  的坐标为 \_\_\_\_\_.

三. 解答题（共 5 小题，满分 30 分，每小题 6 分）

13.（6 分）计算：

(1)  $2\cos 45^\circ + (\pi - \sqrt{3})^0 - \sqrt{8}$ ;

(2)  $(\frac{2}{m-1} + 1) \div \frac{2m+2}{m^2-2m+1}$ .

14.（6 分）解不等式组  $\begin{cases} 3x+1 < x-3 \\ \frac{1+x}{2} \leq \frac{1+2x}{3} + 1 \end{cases}$ ，并写出它的所有整数解.

15.（6 分）为传承中华优秀传统文化，提高学生文化素养，学校举办“经典诵读”比赛，比赛题目分为“诗词之风”“散文之韵”“小说之趣”“戏剧之雅”四组（依次记为  $A, B, C, D$ ）. 小雨和莉莉两名同学参加比赛，其中一名同学从四组题目中随机抽取一组，然后放回，另一名同学再随机抽取一组.

- (1) 小雨抽到  $A$  组题目的概率是 \_\_\_\_\_;
- (2) 请用列表法或画树状图的方法，求小雨和莉莉两名同学抽到相同题目的概率.

16.（6 分）如图是由 6 个形状、大小完全相同的小矩形组成的大矩形，其中小矩形的长为 2，宽为 1，请用无刻度的直尺在矩形中完成以下作图（保留作图痕迹，不写作法）.

- (1) 在图 1 中，画出一个面积为 5 的正方形;
- (2) 在图 2 中，画出一个面积为 4 的非特殊的平行四边形.

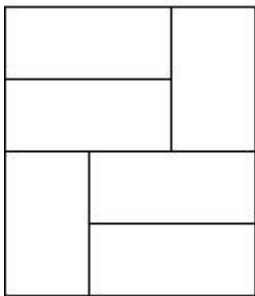


图1

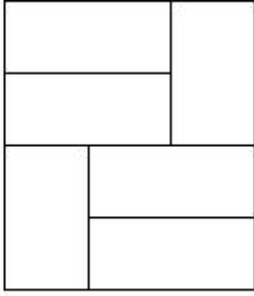


图2

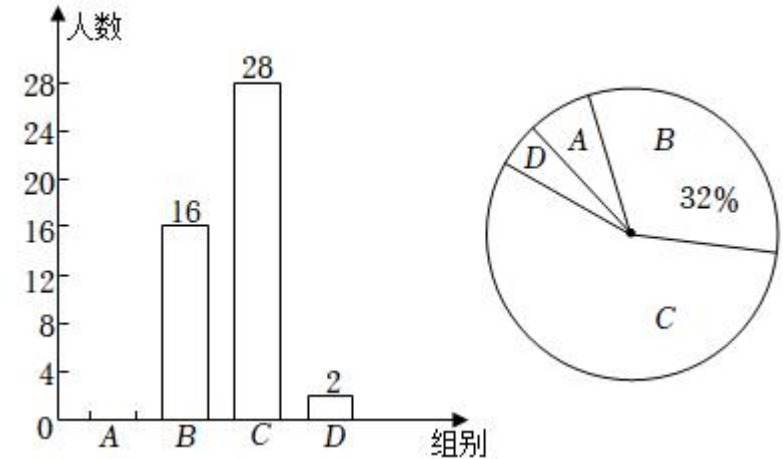
17.（6 分）端午节吃粽子是中华民族的传统习俗. 某超市节前购进了甲、乙两种畅销口味的粽子. 已知购进甲种粽子的金额是 1200 元，购进乙种粽子的金额是 800 元，购进甲种粽子的数量比乙种粽子的数量少 50 个，甲种粽子的单价是乙种粽子单价的 2 倍.

- (1) 求甲、乙两种粽子的单价分别是多少元?
- (2) 为满足消费者需求，该超市准备再次购进甲、乙两种粽子共 200 个，若总金额不超过 1150

元，问最多购进多少个甲种粽子?

四. 解答题（共 3 小题，满分 24 分，每小题 8 分）

18.（8 分）为了解学生的睡眠情况，某校随机抽取部分学生对他们最近两周的睡眠情况进行调查，得到他们每日平均睡眠时长  $x$ （单位： $h$ ）的一组数据，将所得数据分为四组（ $A: x < 8$ ;  $B: 8 \leq x < 9$ ;  $C: 9 \leq x < 10$ ;  $D: x \geq 10$ ），并绘制成如下两幅不完整的统计图.



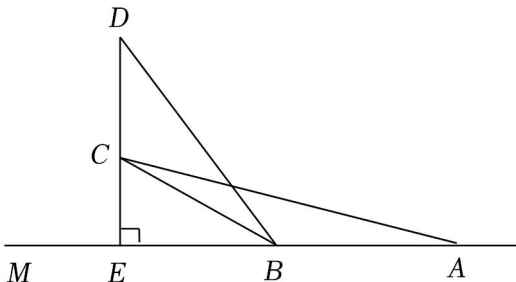
根据以上信息，解答下列问题：

- (1) 本次一共抽样调查了 \_\_\_\_\_ 名学生.
- (2) 求出扇形统计图中  $D$  组所对应的扇形圆心角的度数.
- (3) 将条形统计图补充完整.
- (4) 若该校共有 1200 名学生，请估计最近两周有多少名学生的每日平均睡眠时长大于或等于  $9h$ .

19.（8 分）数学活动小组欲测量山坡上一棵大树  $CD$  的高度，如图， $DC \perp AM$  于点  $E$ ，在  $A$  处测得大树底端  $C$  的仰角为  $15^\circ$ ，沿水平地面前进 30 米到达  $B$  处，测得大树顶端  $D$  的仰角为  $53^\circ$ ，测得山坡坡角  $\angle CBM = 30^\circ$ （图中各点均在同一平面内）.

- (1) 求斜坡  $BC$  的长;
- (2) 求这棵大树  $CD$  的高度（结果取整数），

（参考数据： $\sin 53^\circ \approx \frac{4}{5}$ ,  $\cos 53^\circ \approx \frac{3}{5}$ ,  $\tan 53^\circ \approx \frac{4}{3}$ ,  $\sqrt{3} \approx 1.73$ ）



20. (8分) 在平面直角坐标系中，横纵坐标互为相反数的称为“黎数”. 如  $(2, -2)$ ,  $(-2003, 2003)$ .

(1) 求  $y = -\frac{16}{x}$  上的黎数点.

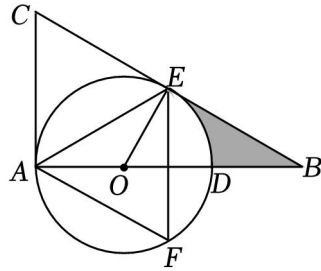
(2) 若  $y = ax^2 + bx + c$  有且仅有一个“黎数”，并且与  $y = -\frac{16}{x}$  在第二象限中的黎点相同，求  $\frac{c}{a}$  的值.

五. 解答题 (共 2 小题，满分 18 分，每小题 9 分)

21. (9分) 如图，在  $\triangle ABC$  中，点  $O$  是  $AB$  边上的一点， $\odot O$  与  $AC$ 、 $BC$  分别相切于点  $A$ 、 $E$ ， $AB$  与  $\odot O$  相交于点  $D$ ，作  $\square ACEF$ ，点  $F$  恰好为  $\odot O$  上一点.

(1) 连接  $AE$ ，求证： $\triangle ACE$  是等边三角形；

(2) 若  $AC = \sqrt{6}$ ，求图中阴影部分面积.



22. (9分) 如图 1 是一座抛物线型拱桥侧面示意图. 水面宽  $AB$  与桥长  $CD$  均为  $24m$ ，在距离  $D$  点 6 米的  $E$  处，测得桥面到桥拱的距离  $EF$  为  $1.5m$ ，以桥拱顶点  $O$  为原点，桥面为  $x$  轴建立平面直角坐标系.

(1) 求桥拱顶部  $O$  离水面的距离.

(2) 如图 2，桥面上方有 3 根高度均为  $4m$  的支柱  $CG$ ， $OH$ ， $DI$ ，过相邻两根支柱顶端的钢缆呈形状相同的抛物线，其最低点到桥面距离为  $1m$ .

① 求出其中一条钢缆抛物线的函数表达式.

② 为庆祝节日，在钢缆和桥拱之间竖直装饰若干条彩带，求一条彩带长度的最小值.

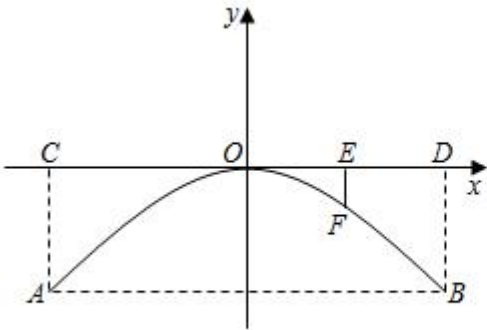


图 1

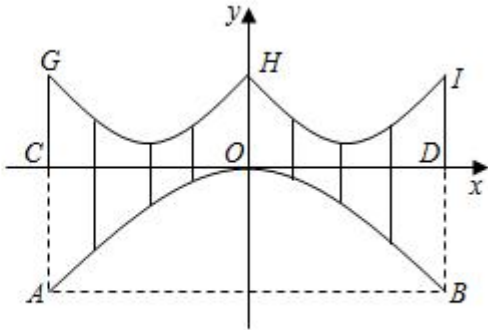


图 2

六. 解答题 (共 1 小题，满分 12 分，每小题 12 分)

23. (12分) 如图所示，在  $Rt\triangle ABC$  中， $\angle ABC = 90^\circ$ ，点  $D$  为射线  $AC$  上一动点，作  $\angle BDE = \angle BAC$ ，过点  $B$  作  $BE \perp BD$ ，交  $DE$  于点  $E$ ，连接  $CE$ . (点  $A$ 、 $E$  在  $BD$  的两侧)

【问题发现】

(1) 如图 1 所示，若  $\angle A = 45^\circ$  时， $AD$ 、 $CE$  的数量关系为 \_\_\_\_\_，直线  $AD$ 、 $CE$  的夹角为 \_\_\_\_\_；

【类比探究】

(2) 如图 2 所示，若  $\angle A = 60^\circ$  时，(1) 中的  $AD$ 、 $CE$  的数量关系是否成立，请说明理由；

【拓展延伸】

(3) 若  $\angle A = 30^\circ$ ， $AC = 2\sqrt{3}$ ，且  $\triangle ABD$  是以  $AB$  为腰的等腰三角形时，请写出线段  $CE$  的长并说明理由.

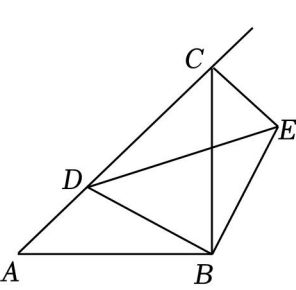


图1

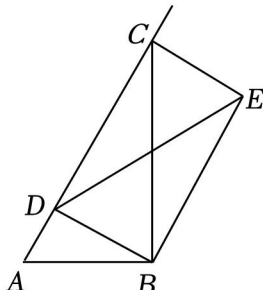
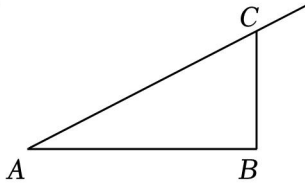


图2



备用图