

重庆市 2023 年初中学业水平暨高中招生考试

数学试题 (A 卷)

(全卷共三个大题, 满分 150 分, 考试时间 120 分钟)

注意事项:

1. 试题的答案书写在答题卡上, 不得在试题卷上直接作答;
2. 作答前认真阅读答题卡上的注意事项;
3. 作图 (包括作辅助线) 请一律用黑色 2B 铅笔完成;
4. 考试结束, 由监考人员将试题卷和答题卡一并收回.

参考公式: 抛物线  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  的顶点坐标为  $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$ , 对称轴为  $x = -\frac{b}{2a}$ .

一、选择题: (本大题 10 个小题, 每小题 4 分, 共 40 分) 在每个小题的下面, 都给出了代号为 A、B、C、D 的四个答案, 其中只有一个是正确的, 请将答题卡上题号右侧正确答案所对应的方框涂黑.

1. 8 的相反数是

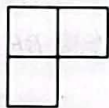
A. -8

B. 8

C.  $-\frac{1}{8}$

D.  $\frac{1}{8}$

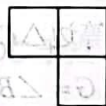
2. 四个大小相同的正方体搭成的几何体如图所示, 从正面得到的视图是



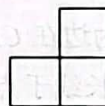
A.



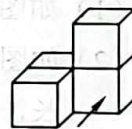
B.



C.



D.



正面

2 题图

3. 反比例函数  $y = -\frac{4}{x}$  的图象一定经过的点是

A. (1, 4)

B. (-1, -4)

C. (-2, 2)

D. (2, 2)

4. 若两个相似三角形周长的比为 1:4, 则这两个三角形对应边的比是

A. 1:2

B. 1:4

C. 1:8

D. 1:16

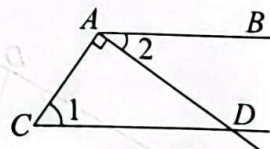
5. 如图,  $AB \parallel CD$ ,  $AD \perp AC$ , 若  $\angle 1 = 55^\circ$ , 则  $\angle 2$  的度数为

A.  $35^\circ$

B.  $45^\circ$

C.  $50^\circ$

D.  $55^\circ$



5 题图

6. 估计  $\sqrt{2}(\sqrt{8} + \sqrt{10})$  的值应在

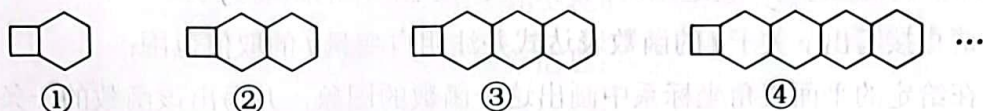
A. 7 和 8 之间

B. 8 和 9 之间

C. 9 和 10 之间

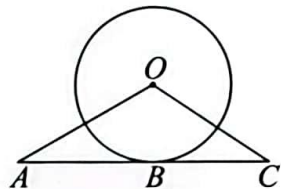
D. 10 和 11 之间

7. 用长度相同的木棍按如图所示的规律拼图案, 其中第①个图案用了 9 根木棍, 第②个图案用了 14 根木棍, 第③个图案用了 19 根木棍, 第④个图案用了 24 根木棍,  $\dots$ , 按此规律排列下去, 则第⑧个图案用的木棍根数是



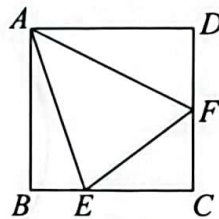
7 题图

- A. 39  
B. 44  
C. 49  
D. 54
8. 如图,  $AC$  是  $\odot O$  的切线,  $B$  为切点, 连接  $OA$ ,  $OC$ . 若  $\angle A = 30^\circ$ ,  $AB = 2\sqrt{3}$ ,  $BC = 3$ , 则  $OC$  的长度是



8 题图

- A. 3  
B.  $2\sqrt{3}$   
C.  $\sqrt{13}$   
D. 6
9. 如图, 在正方形  $ABCD$  中, 点  $E$ ,  $F$  分别在  $BC$ ,  $CD$  上, 连接  $AE$ ,  $AF$ ,  $EF$ ,  $\angle EAF = 45^\circ$ . 若  $\angle BAE = \alpha$ , 则  $\angle FEC$  一定等于



9 题图

- A.  $2\alpha$   
B.  $90^\circ - 2\alpha$   
C.  $45^\circ - \alpha$   
D.  $90^\circ - \alpha$
10. 在多项式  $x - y - z - m - n$  (其中  $x > y > z > m > n$ ) 中, 对相邻的两个字母间任意添加绝对值符号, 添加绝对值符号后仍只有减法运算, 然后进行去绝对值运算, 称此为“绝对操作”. 例如:  $x - y - |z - m| - n = x - y - z + m - n$ ,  $|x - y| - z - |m - n| = x - y - z - m + n$ ,  $\dots$ .

下列说法:

- ①存在“绝对操作”, 使其运算结果与原多项式相等;  
②不存在“绝对操作”, 使其运算结果与原多项式之和为 0;  
③所有的“绝对操作”共有 7 种不同运算结果.

其中正确的个数是

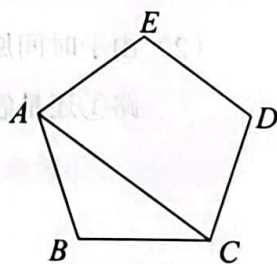
- A. 0  
B. 1  
C. 2  
D. 3

二、填空题: (本大题 8 个小题, 每小题 4 分, 共 32 分) 请将每小題的答案直接填在答题卡中对应的横线上.

11. 计算:  $2^{-1} + 3^0 =$  \_\_\_\_\_.

12. 如图, 正五边形  $ABCDE$  中, 连接  $AC$ , 那么  $\angle BAC$  的度数为 \_\_\_\_\_.

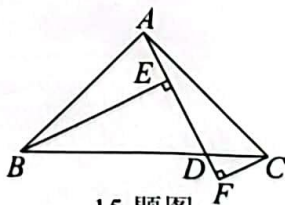
13. 一个口袋中有 1 个红色球, 有 1 个白色球, 有 1 个蓝色球, 这些球除颜色外都相同. 从中随机摸出一个球, 记下颜色后放回, 摇匀后再从中随机摸出一个球, 则两次都摸到红球的概率是 \_\_\_\_\_.



12 题图

14. 某新建工业园区今年六月份提供就业岗位 1501 个, 并按计划逐月增长, 预计八月份将提供岗位 1815 个. 设七、八两个月提供就业岗位数量的月平均增长率为  $x$ , 根据题意, 可列方程为 \_\_\_\_\_.

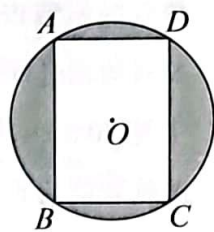
15. 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle BAC = 90^\circ$ ,  $AB = AC$ , 点  $D$  为  $BC$  上一点, 连接  $AD$ . 过点  $B$  作  $BE \perp AD$  于点  $E$ , 过点  $C$  作  $CF \perp AD$  交  $AD$  的延长线于点  $F$ . 若  $BE = 4$ ,  $CF = 1$ , 则  $EF$  的长度为 \_\_\_\_\_.



15 题图



16. 如图,  $\odot O$  是矩形  $ABCD$  的外接圆, 若  $AB=4$ ,  $AD=3$ , 则图中阴影部分的面积为\_\_\_\_\_。(结果保留  $\pi$ )



16 题图

17. 若关于  $x$  的一元一次不等式组  $\begin{cases} \frac{x+3}{2} \leq 4 \\ 2x-a \geq 2 \end{cases}$ , 至少有 2 个整数解, 且

关于  $y$  的分式方程  $\frac{a-1}{y-2} + \frac{4}{2-y} = 2$  有非负整数解, 则所有满足条

件的整数  $a$  的值之和是\_\_\_\_\_.

18. 如果一个四位自然数  $\overline{abcd}$  的各数位上的数字互不相等且均不为 0, 满足  $\overline{ab} - \overline{bc} = \overline{cd}$ , 那么称这个四位数为“递减数”. 例如: 四位数 4129,  $\because 41 - 12 = 29$ ,  $\therefore$  4129 是“递减数”; 又如: 四位数 5324,  $\because 53 - 32 = 21 \neq 24$ ,  $\therefore$  5324 不是“递减数”. 若一个“递减数”为  $\overline{a312}$ , 则这个数为\_\_\_\_\_; 若一个“递减数”的前三个数字组成的三位数  $\overline{abc}$  与后三个数字组成的三位数  $\overline{bcd}$  的和能被 9 整除, 则满足条件的数的最大值是\_\_\_\_\_.

三、解答题: (本大题 8 个小题, 第 19 题 8 分, 其余每题各 10 分, 共 78 分) 解答时每小题必须给出必要的演算过程或推理步骤, 画出必要的图形 (包括辅助线), 请将解答过程书写在答题卡中对应的位置上.

19. 计算: (1)  $a(2-a) + (a+1)(a-1)$ ; (2)  $\frac{x^2}{x^2+2x+1} \div (x - \frac{x}{x+1})$ .

20. 学习了平行四边形后, 小虹进行了拓展性研究. 她发现, 如果作平行四边形一条对角线的垂直平分线, 那么这个平行四边形的一组对边截垂直平分线所得的线段被垂足平分. 她的解决思路是通过证明对应线段所在的两个三角形全等得出结论. 请根据她的思路完成以下作图与填空:

用直尺和圆规, 作  $AC$  的垂直平分线交  $DC$  于点  $E$ , 交  $AB$  于点  $F$ , 垂足为点  $O$ . (只保留作图痕迹)

已知: 如图, 四边形  $ABCD$  是平行四边形,  $AC$  是对角线,  $EF$  垂直平分  $AC$ , 垂足为点  $O$ . 求证:  $OE = OF$ .

证明:  $\because$  四边形  $ABCD$  是平行四边形,

$\therefore DC \parallel AB$ .

$\therefore \angle ECO = \underline{\hspace{1cm}} \textcircled{1}$ .

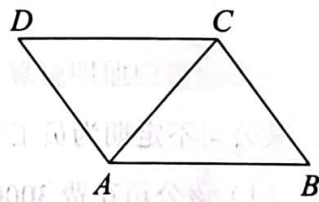
$\because EF$  垂直平分  $AC$ ,

$\therefore \underline{\hspace{1cm}} \textcircled{2}$ .

又  $\angle EOC = \underline{\hspace{1cm}} \textcircled{3}$ ,

$\therefore \triangle COE \cong \triangle AOF$  (ASA).

$\therefore OE = OF$ .



20 题图

小虹再进一步研究发现, 过平行四边形对角线  $AC$  中点的直线与平行四边形一组对边相交形成的线段均有此特征. 请你依照题意完成下面命题:

过平行四边形对角线中点的直线  $\underline{\hspace{1cm}} \textcircled{4}$ .

21. 为了解 A、B 两款品质相近的智能玩具飞机在一次充满电后运行的最长时间，有关人员分别随机调查了 A、B 两款智能玩具飞机各 10 架，记录下它们运行的最长时间（分钟），并对数据进行整理、描述和分析（运行最长时间用  $x$  表示，共分为三组：合格  $60 \leq x < 70$ ，中等  $70 \leq x < 80$ ，优等  $x \geq 80$ ），下面给出了部分信息：

A 款智能玩具飞机 10 架一次充满电后运行最长时间是：

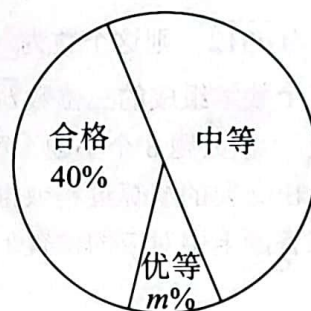
60, 64, 67, 69, 71, 71, 72, 72, 72, 82.

B 款智能玩具飞机 10 架一次充满电后运行最长时间属于中等的的数据是：

70, 71, 72, 72, 73.

两款智能玩具飞机运行最长时间统计表      B 款智能玩具飞机运行最长时间扇形统计图

类别	A	B
平均数	70	70
中位数	71	$b$
众数	$a$	67
方差	30.4	26.6



21 题图

根据以上信息，解答下列问题：

- (1) 上述图表中  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $m = \underline{\hspace{2cm}}$ ；
- (2) 根据以上数据，你认为哪款智能玩具飞机运行性能更好？请说明理由（写出一条理由即可）；
- (3) 若某玩具仓库有 A 款智能玩具飞机 200 架、B 款智能玩具飞机 120 架，估计两款智能玩具飞机运行性能在中等及以上的共有多少架？

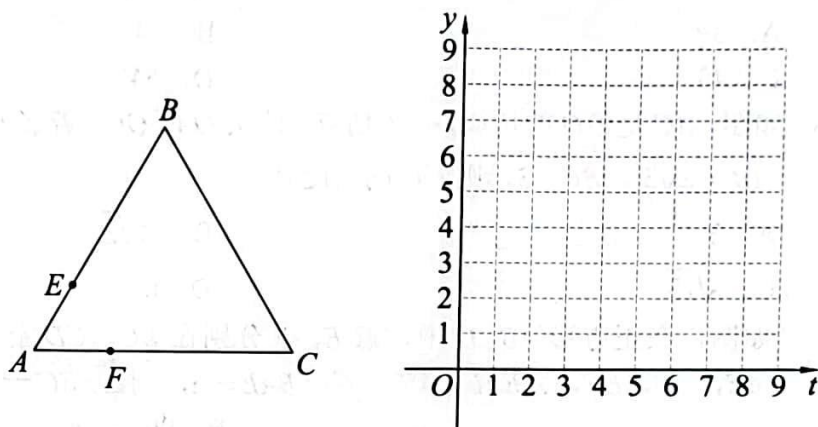
22. 某公司不定期为员工购买某预制食品厂生产的杂酱面、牛肉面两种食品。

- (1) 该公司花费 3000 元一次性购买了杂酱面、牛肉面共 170 份，此时杂酱面、牛肉面的价格分别为 15 元、20 元，求购买两种食品各多少份？
- (2) 由于公司员工人数和食品价格有所调整，现该公司分别花费 1260 元、1200 元一次性购买杂酱面、牛肉面两种食品，已知购买杂酱面的份数比牛肉面的份数多 50%，每份杂酱面比每份牛肉面的价格少 6 元，求购买牛肉面多少份？



23. 如图,  $\triangle ABC$  是边长为 4 的等边三角形, 动点  $E, F$  分别以每秒 1 个单位长度的速度同时从点  $A$  出发, 点  $E$  沿折线  $A \rightarrow B \rightarrow C$  方向运动, 点  $F$  沿折线  $A \rightarrow C \rightarrow B$  方向运动, 当两者相遇时停止运动. 设运动时间为  $t$  秒, 点  $E, F$  的距离为  $y$ .

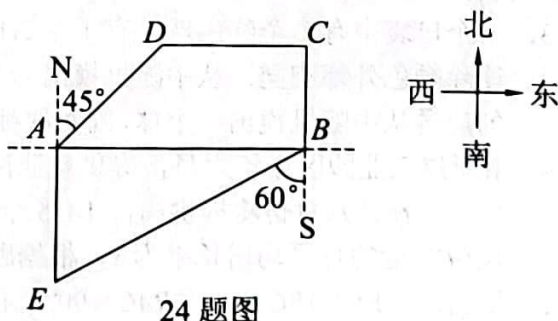
- (1) 请直接写出  $y$  关于  $t$  的函数表达式并注明自变量  $t$  的取值范围;
- (2) 在给定的平面直角坐标系中画出这个函数的图象, 并写出该函数的一条性质;
- (3) 结合函数图象, 写出点  $E, F$  相距 3 个单位长度时  $t$  的值.



23 题图

24. 为了满足市民的需求, 我市在一条小河  $AB$  两侧开辟了二条长跑锻炼线路, 如图:  
 ①  $A \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B$ ; ②  $A \rightarrow E \rightarrow B$ . 经勘测, 点  $B$  在点  $A$  的正东方, 点  $C$  在点  $B$  的正北方 10 千米处, 点  $D$  在点  $C$  的正西方 14 千米处, 点  $D$  在点  $A$  的北偏东  $45^\circ$  方向, 点  $E$  在点  $A$  的正南方, 点  $E$  在点  $B$  的南偏西  $60^\circ$  方向. (参考数据:  $\sqrt{2} \approx 1.41$ ,  $\sqrt{3} \approx 1.73$ )

- (1) 求  $AD$  的长度. (结果精确到 1 千米)
- (2) 由于时间原因, 小明决定选择一条较短线路进行锻炼, 请计算说明他应该选择线路①还是线路②?



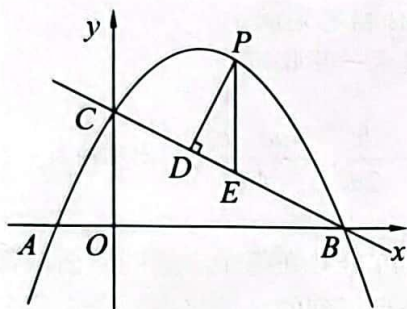
24 题图

25. 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线  $y = ax^2 + bx + 2$  过点  $(1, 3)$ , 且交  $x$  轴于点  $A(-1, 0)$ ,  $B$  两点, 交  $y$  轴于点  $C$ .

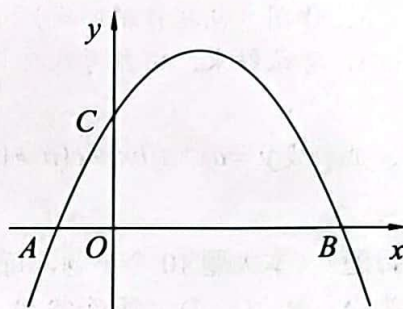
(1) 求抛物线的表达式;

(2) 点  $P$  是直线  $BC$  上方抛物线上的一动点, 过点  $P$  作  $PD \perp BC$  于点  $D$ , 过点  $P$  作  $y$  轴的平行线交直线  $BC$  于点  $E$ , 求  $\triangle PDE$  周长的最大值及此时点  $P$  的坐标;

(3) 在 (2) 中  $\triangle PDE$  周长取得最大值的条件下, 将该抛物线沿射线  $CB$  方向平移  $\sqrt{5}$  个单位长度, 点  $M$  为平移后的抛物线的对称轴上一点. 在平面内确定一点  $N$ , 使得以点  $A, P, M, N$  为顶点的四边形是菱形, 写出所有符合条件的点  $N$  的坐标, 并写出求解点  $N$  的坐标的其中一种情况的过程.



25 题图



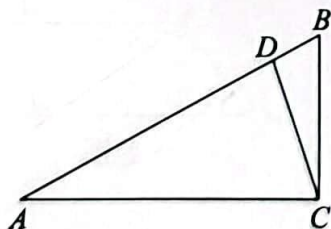
25 题备用图

26. 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $\angle B = 60^\circ$ , 点  $D$  为线段  $AB$  上一动点, 连接  $CD$ .

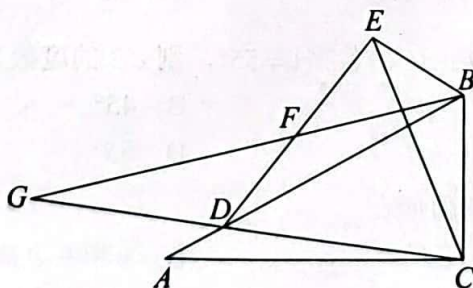
(1) 如图 1, 若  $AC = 9$ ,  $BD = \sqrt{3}$ , 求线段  $AD$  的长.

(2) 如图 2, 以  $CD$  为边在  $CD$  上方作等边  $\triangle CDE$ , 点  $F$  是  $DE$  的中点, 连接  $BF$  并延长, 交  $CD$  的延长线于点  $G$ . 若  $\angle G = \angle BCE$ , 求证:  $GF = BF + BE$ .

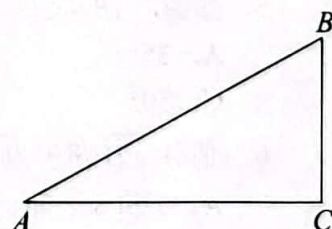
(3) 在  $CD$  取得最小值的条件下, 以  $CD$  为边在  $CD$  右侧作等边  $\triangle CDE$ . 点  $M$  为  $CD$  所在直线上一点, 将  $\triangle BEM$  沿  $BM$  所在直线翻折至  $\triangle ABC$  所在平面内得到  $\triangle BNM$ . 连接  $AN$ , 点  $P$  为  $AN$  的中点, 连接  $CP$ , 当  $CP$  取最大值时, 连接  $BP$ , 将  $\triangle BCP$  沿  $BC$  所在直线翻折至  $\triangle ABC$  所在平面内得到  $\triangle BCQ$ , 请直接写出此时  $\frac{NQ}{CP}$  的值.



26 题图 1



26 题图 2



26 题备用图