

一、选择题(本大题共 10 个小题,每小题 4 分,共 40 分.在每个小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 已知算式 $5 \square (-5)$ 的值为 0,则“ \square ”内应填入的运算符号为

- A. + B. - C. \times D. \div

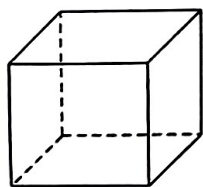
2. 下列运算正确的是

- A. $(-a)^2 = -a^2$ B. $3a^2 - a^2 = 3$ C. $a^3 \cdot a = a^4$ D. $(a-1)^2 = a^2 - 1$

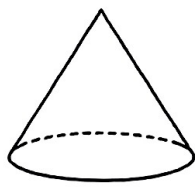
3. 纳米是表示微小距离的单位,1 纳米=0.000 001 毫米,而 1 毫米相当于我们通常使用的刻度尺上的一小格,可想而知 1 纳米是多么的小.中科院物理所研究员解思深领导的研究组研制出世界上最细的碳纳米管——直径 0.5 纳米.0.5 纳米相当于 0.000 000 5 毫米,数据 0.000 000 5 用科学记数法可以表示为

- A. 0.5×10^{-6} B. 0.5×10^{-7} C. 5×10^{-6} D. 5×10^{-7}

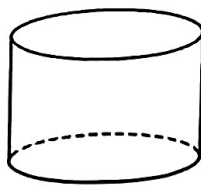
4. 生活中一些常见的物体可以抽象成立体图形,以下立体图形中三视图形状相同的可能是



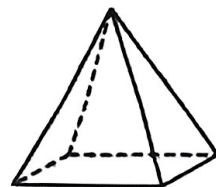
A. 正方体



B. 圆锥



C. 圆柱

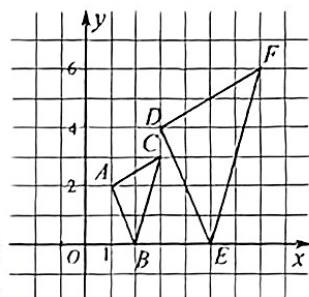


D. 四棱锥

5. 《九章算术》是我国古代数学的经典著作,书中记载了这样一个题目:今有黄金九枚,白银一十一枚,称之重适等,交易其一,金轻十三两,问金,银各重几何? 其大意是:甲袋中装有黄金

9 枚(每枚黄金重量相同),乙袋中装有白银 11 枚(每枚白银重量相同),两袋重量相等,两袋互换一枚后,甲袋比乙袋轻了 13 两(袋子重量忽略不计),问黄金,白银各重几两? 设每枚黄金重 x 两,每枚白银重 y 两,根据题意得方程组

- A. $\begin{cases} 11x=9y, \\ (8x+y)-(10y+x)=13; \end{cases}$ B. $\begin{cases} 11x=9y, \\ (10y+x)-(8x+y)=13; \end{cases}$
C. $\begin{cases} 9x=11y, \\ (8x+y)-(10y+x)=13; \end{cases}$ D. $\begin{cases} 9x=11y, \\ (10y+x)-(8x+y)=13. \end{cases}$

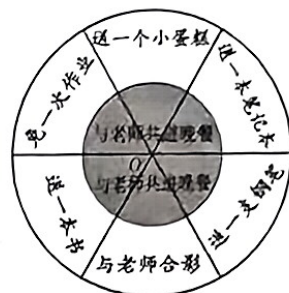


(第 6 题)

6. 在方格图中,以格点为顶点的三角形叫做格点三角形.在如图所示的平面直角坐标系中,格点 $\triangle ABC$ 、 $\triangle DEF$ 成位似关系,则位似中心的坐标为

- A. $(-1,0)$ B. $(0,0)$ C. $(0,1)$ D. $(1,0)$

7. 为增强班级凝聚力,吴老师组织开展了一次主题班会.班会上,他设计了一个如图的飞镖靶盘,靶盘由两个同心圆构成,小圆半径为 10cm ,大圆半径为 20cm ,每个扇形的圆心角为 60° .如果用飞镖击中靶盘每一处是等可能的,那么小全同学任意投掷飞镖 1 次(击中边界或没有击中靶盘,则重投 1 次),投中“免一次作业”的概率是



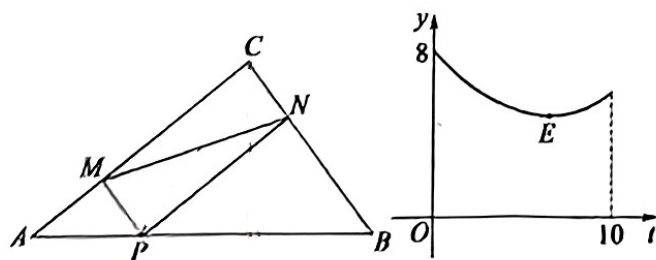
(第 7 题)

8. 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 4(x-1) > 3x-1, \\ 5x > 3x+2a \end{cases}$ 的解集为 $x > 3$,则 a 的取值范围是

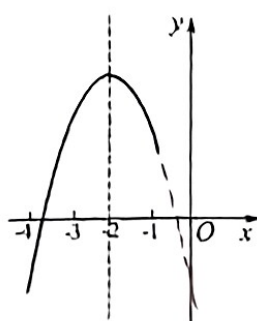
- A. $a > 3$ B. $a < 3$ C. $a \geq 3$ D. $a \leq 3$

9. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=10$, $BC=6$, $AC=8$,点 P 为线段 AB 上的动点,以每秒 1 个单位长度的速度从点 A 向点 B 移动,到达点 B 时停止.过点 P 作 $PM \perp AC$ 于点 M ,作 $PN \perp BC$ 于点 N ,连结 MN ,线段 MN 的长度 y 与点 P 的运动时间 t (秒)的函数关系如图所示,则函数图象最低点 E 的坐标为

- A. $(5,5)$ B. $(6, \frac{24}{5})$ C. $(\frac{32}{5}, \frac{24}{5})$ D. $(\frac{32}{5}, 5)$



(第 9 题)



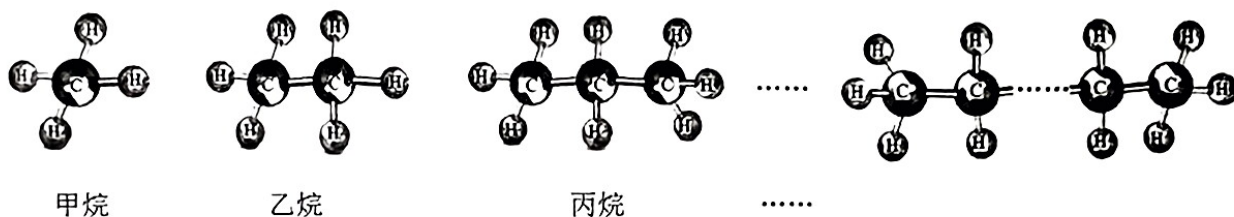
(第 10 题)

10. 抛物线 $y = -ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象如图所示,对称轴为直线 $x = -2$.下列说法:
① $abc < 0$; ② $c - 3a > 0$; ③ $4a^2 - 2ab \geq at(at + b)$ (t 为全体实数); ④ 若图象上存在点 $A(x_1, y_1)$ 和点 $B(x_2, y_2)$,当 $m < x_1 < x_2 < m + 3$ 时,满足 $y_1 = y_2$,则 m 的取值范围为 $-5 < m < -2$.其中正确的个数有

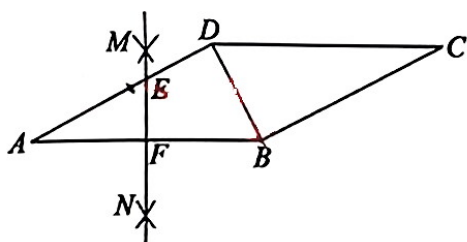
- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

二、填空题(本大题共 5 个小题,每小题 4 分,共 20 分)

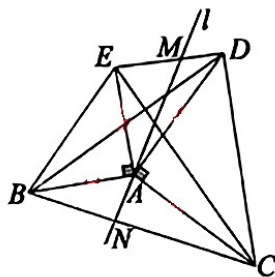
11. 若三角形三个内角的比为 $1:2:3$, 则这个三角形是 ▲ 三角形.
12. 若 a, b 是一元二次方程 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 的两个实数根, 则代数式 $a + b - ab$ 的值为 ▲.
13. 烷烃是一类由碳、氢元素组成的有机化合物, 在生产生活中可作为燃料、润滑剂等原料, 也可用于动、植物的养护. 通常用碳原子的个数命名为甲烷、乙烷、丙烷、……、癸烷(当碳原子数目超过 10 个时即用汉文数字表示, 如十一烷、十二烷……)等, 甲烷的化学式为 CH_4 , 乙烷的化学式为 C_2H_6 , 丙烷的化学式为 C_3H_8 ……, 其分子结构模型如图所示, 按照此规律, 十二烷的化学式为 ▲.



14. 如图, $\square ABCD$ 中, BD 为对角线, 分别以点 A, B 为圆心, 以大于 $\frac{1}{2}AB$ 的长为半径画弧, 两弧相交于点 M, N , 作直线 MN 交 AD 于点 E , 交 AB 于点 F , 若 $AD \perp BD$, $BD = 4$, $BC = 8$, 则 AE 的长为 ▲.



(第 14 题)



(第 15 题)

15. 如图, 以 $\triangle ABC$ 的边 AB, AC 为腰分别向外作等腰直角 $\triangle ABE, \triangle ACD$, 连结 ED, BD, EC , 过点 A 的直线 l 分别交线段 DE, BC 于点 M, N . 以下说法: ①当 $AB = AC = BC$ 时, $\angle AED = 30^\circ$; ② $EC = BD$; ③若 $AB = 3, AC = 4, BC = 6$, 则 $DE = 2\sqrt{3}$; ④当直线 $l \perp BC$ 时, 点 M 为线段 DE 的中点. 正确的有 ▲. (填序号)

三、解答题(本大题共 10 个小题, 共 90 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

16. (7 分) 计算: $2\sin 30^\circ - \sqrt[3]{8} + (2 - \pi)^0 + (-1)^{2023}$

▲

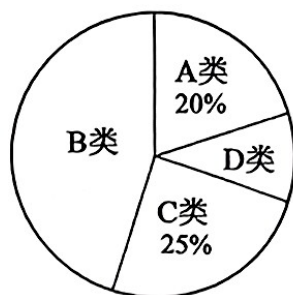
17. (7 分) 先化简, 再求值: $\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1} \cdot (1 + \frac{1}{x})$, 其中 $x = (\frac{1}{2})^{-1}$.

▲

18. (8 分) 为贯彻落实党的二十大关于深化全民阅读活动的重要部署, 教育部印发了《全国青少年学生读书行动实施方案》, 于是某中学开展了以“书香润校园, 好书伴成长”为主题的系列读书活动. 学校为了解学生周末的阅读情况, 采用随机抽样的方式获取了若干名学生的

周末阅读时间数据,整理后得到下列不完整的图表:

类别	A 类	B 类	C 类	D 类
阅读时长 t (小时)	$0 \leq t < 1$	$1 \leq t < 2$	$2 \leq t < 3$	$t \geq 3$
频数	8	m	n	4



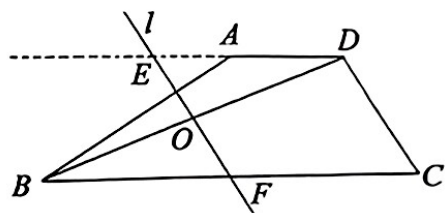
请根据图表中提供的信息 解答下面的问题:

- 此次调查共抽取了 ▲ 名学生, $m = \underline{\quad}$, $n = \underline{\quad}$;
- 扇形统计图中, B 类所对应的扇形的圆心角是 ▲ 度;
- 已知在 D 类的 4 名学生中有两名男生和两名女生, 若从中随机抽取两人参加阅读分享活动, 请用列表或画树状图的方法求出恰好抽到一名男生和一名女生的概率.

▲

19. (9 分) 如图, 四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 点 O 为对角线 BD 的中点, 过点 O 的直线 l 分别与 AD 、 BC 所在的直线相交于点 E 、 F . (点 E 不与点 D 重合)

- 求证: $\triangle DOE \cong \triangle BOF$;
- 当直线 $l \perp BD$ 时, 连结 BE 、 DF , 试判断四边形 $EBFD$ 的形状, 并说明理由.



▲

20. (9 分) 我们规定: 对于任意实数 a 、 b 、 c 、 d 有 $[a, b] * [c, d] = ac - bd$, 其中等式右边是通常的乘法和减法运算, 如: $[3, 2] * [5, 1] = 3 \times 5 - 2 \times 1 = 13$.

- 求 $[-4, 3] * [2, -6]$ 的值;
- 已知关于 x 的方程 $[x, 2x-1] * [mx+1, m] = 0$ 有两个实数根, 求 m 的取值范围.

▲

21. (9 分) 端午节是我国入选世界非物质文化遗产的传统节日, 端午节吃粽子是中华民族的传统习俗. 某超市为了满足人们的需求, 计划在端午节前购进甲、乙两种粽子进行销售. 经了解, 每个乙种粽子的进价比每个甲种粽子的进价多 2 元, 用 1000 元购进甲种粽子的个数与用 1200 元购进乙种粽子的个数相同.

- 甲、乙两种粽子每个的进价分别是多少元?
- 该超市计划购进这两种粽子共 200 个 (两种都有), 其中甲种粽子的个数不低于乙种粽子个数的 2 倍, 若甲、乙两种粽子的售价分别为 12 元/个、15 元/个, 设购进甲种粽子 m 个, 两种粽子全部售完时获得的利润为 W 元.
 - 求 W 与 m 的函数关系式, 并求出 m 的取值范围;
 - 超市应如何进货才能获得最大利润, 最大利润是多少元?

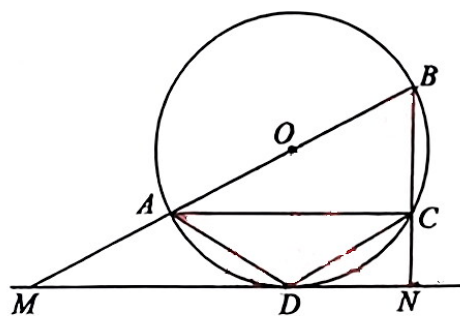
▲

24. (10 分) 如图, 四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$, AB 为 $\odot O$ 的直径, $AD = CD$, 过点 D 的直线 l 交 BA 的延长线于点 M , 交 BC 的延长线于点 N 且 $\angle ADM = \angle DAC$.

(1) 求证: MN 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 求证: $AD^2 = AB \cdot CN$;

(3) 当 $AB = 6$, $\sin \angle DCA = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 时, 求 AM 的长.

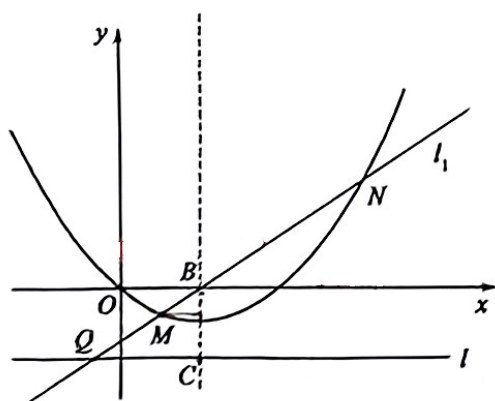


25. (12 分) 在平面直角坐标系中, O 为坐标原点, 抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2 + bx + c$ 经过点 $O(0, 0)$, 对称轴过点 $B(2, 0)$, 直线 l 过点 $C(2, -2)$ 且垂直于 y 轴. 过点 B 的直线 l_1 交抛物线于点 M, N , 交直线 l 于点 Q , 其中点 M, Q 在抛物线对称轴的左侧.

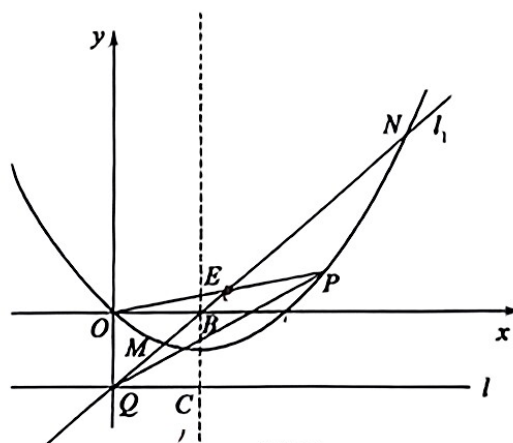
(1) 求抛物线的解析式;

(2) 如图 1, 当 $BM : MQ = 3 : 1$ 时, 求点 N 的坐标;

(3) 如图 2, 当点 Q 恰好在 y 轴上时, P 为直线 l_1 下方的抛物线上一动点, 连结 PQ, PO , 其中 PO 交 l_1 于点 E , 设 $\triangle OQE$ 的面积为 S_1 , $\triangle PQE$ 的面积为 S_2 , 求 $\frac{S_2}{S_1}$ 的最大值.



(图1)



(图2)



