

数 学

(试题卷)

注意事项:

1. 你拿到的试卷满分为150分,考试时间为120分钟。
2. 本试卷包括“试题卷”和“答题卷”两部分。“试题卷”共4页,“答题卷”共6页。
3. 请务必在“答题卷”上答题,在“试题卷”上答题是无效的。
4. 考试结束后,请将“试题卷”和“答题卷”一并交回。

一、选择题(本大题共10小题,每小题4分,满分40分)

每小题都给出A,B,C,D四个选项,其中只有一个是符合题目要求的。

1. -5 的相反数是

- A. -5 B. $-\frac{1}{5}$ C. $\frac{1}{5}$ D. 5

2. 某几何体的三视图如图所示,则该几何体为



A.



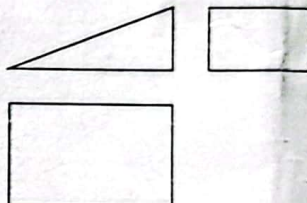
B.



C.



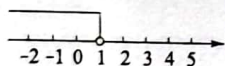
D.



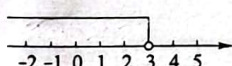
第2题图

3. 下列计算正确的是

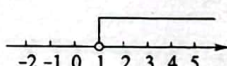
- A. $a^4 + a^4 = a^8$ B. $a^4 \cdot a^4 = a^{16}$
C. $(a^4)^4 = a^{16}$ D. $a^8 \div a^4 = a^2$

4. 在数轴上表示不等式 $\frac{x-1}{2} < 0$ 的解集,正确的是

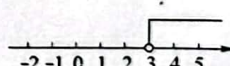
A.



B.



C.



D.

5. 下列函数中, y 的值随 x 值的增大而减小的是

- A. $y = x^2 + 1$ B. $y = -x^2 + 1$
C. $y = 2x + 1$ D. $y = -2x + 1$

6. 如图,正五边形 $ABCDE$ 内接于 $\odot O$,连接 OC, OD ,则 $\angle BAE - \angle COD =$

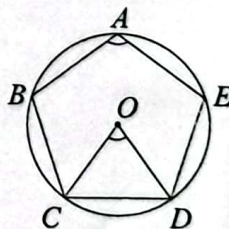
- A. 60° B. 54° C. 48° D. 36°

7. 如果一个三位数中任意两个相邻数字之差的绝对值不超过1,则称该三位数为“平稳数”.用1,2,3这三个数字随机组成一个无重复数字的三位数,恰好是“平稳数”的概率为

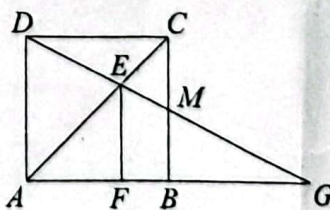
- A. $\frac{5}{9}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{2}{9}$

8. 如图,点 E 在正方形 $ABCD$ 的对角线 AC 上, $EF \perp AB$ 于点 F ,连接 DE 并延长,交边 BC 于点 M ,交边 AB 的延长线于点 G .若 $AF = 2$, $FB = 1$,则 $MG =$

- A. $2\sqrt{3}$ B. $\frac{3\sqrt{5}}{2}$ C. $\sqrt{5} + 1$ D. $\sqrt{10}$



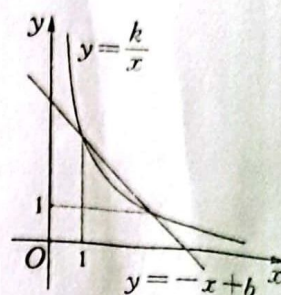
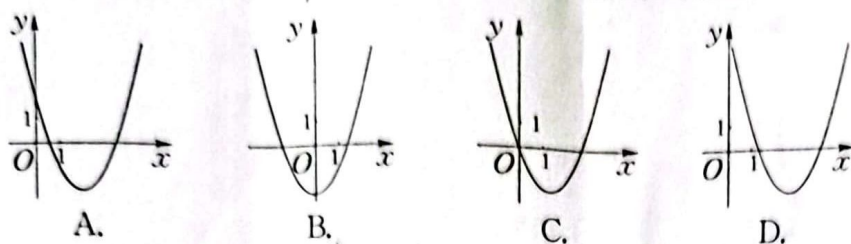
第6题图



第8题图

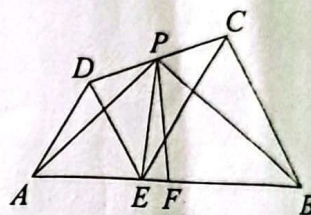


9. 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 在第一象限内的图象与一次函数 $y = -x + b$ 的图象如图所示, 则函数 $y = x^2 - bx + k - 1$ 的图象可能为



第9题图

10. 如图, E 是线段 AB 上一点, $\triangle ADE$ 和 $\triangle BCE$ 是位于直线 AB 同侧的两个等边三角形, 点 P, F 分别是 CD, AB 的中点. 若 $AB = 4$, 则下列结论错误的是

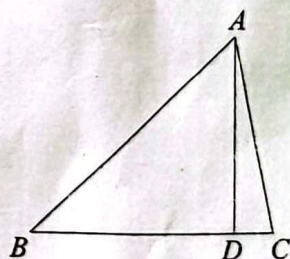


第10题图

- A. $PA + PB$ 的最小值为 $3\sqrt{3}$
 B. $PE + PF$ 的最小值为 $2\sqrt{3}$
 C. $\triangle CDE$ 周长的最小值为 6
 D. 四边形 $ABCD$ 面积的最小值为 $3\sqrt{3}$

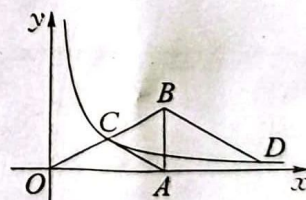
二、填空题(本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 满分 20 分)

11. 计算: $\sqrt[3]{8} + 1 = \underline{\hspace{2cm}}$.
 12. 据统计, 2023 年第一季度安徽省采矿业实现利润总额 74.5 亿元, 其中 74.5 亿用科学记数法表示为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
 13. 清初数学家梅文鼎在著作《平三角举要》中, 对南宋数学家秦九韶提出的计算三角形面积的“三斜求积术”给出了一个完整的证明, 证明过程中创造性地设计直角三角形, 得出了一个结论: 如图, AD 是锐角 $\triangle ABC$ 的高, 则 $BD = \frac{1}{2} \left(BC + \frac{AB^2 - AC^2}{BC} \right)$. 当 $AB = 7, BC = 6, AC = 5$ 时, $CD = \underline{\hspace{2cm}}$.



第13题图

14. 如图, O 是坐标原点, $Rt\triangle OAB$ 的直角顶点 A 在 x 轴的正半轴上, $AB = 2, \angle AOB = 30^\circ$, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$) 的图象经过斜边 OB 的中点 C .



第14题图

- (1) $k = \underline{\hspace{2cm}}$;
 (2) D 为该反比例函数图象上的一点, 若 $DB \parallel AC$, 则 $OB^2 - BD^2$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、(本大题共 2 小题, 每小题 8 分, 满分 16 分)

15. 先化简, 再求值: $\frac{x^2 + 2x + 1}{x + 1}$, 其中 $x = \sqrt{2} - 1$.
 16. 根据经营情况, 公司对某商品在甲、乙两地的销售单价进行了如下调整: 甲地上涨 10%, 乙地降价 5 元. 已知销售单价调整前甲地比乙地少 10 元, 调整后甲地比乙地少 1 元. 求调整前甲、乙两地该商品的销售单价.



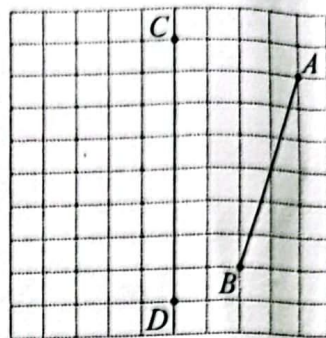
四、(本大题共 2 小题,每小题 8 分,满分 16 分)

17. 如图,在由边长为 1 个单位长度的小正方形组成的网格中,点 A, B, C, D 均为格点(网格线的交点).

(1)画出线段 AB 关于直线 CD 对称的线段 A_1B_1 ;

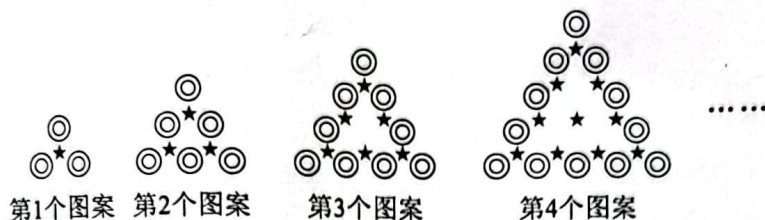
(2)将线段 AB 向左平移 2 个单位长度,再向上平移 1 个单位长度,得到线段 A_2B_2 ,画出线段 A_2B_2 ;

(3)描出线段 AB 上的点 M 及直线 CD 上的点 N ,使得直线 MN 垂直平分 AB .



第 17 题图

18. 【观察思考】



【规律发现】

请用含 n 的式子填空:

(1)第 n 个图案中“ \odot ”的个数为_____;

(2)第 1 个图案中“ \star ”的个数可表示为 $\frac{1 \times 2}{2}$, 第 2 个图案中“ \star ”的个数可表示为 $\frac{2 \times 3}{2}$, 第 3 个图案中“ \star ”的个数可表示为 $\frac{3 \times 4}{2}$, 第 4 个图案中“ \star ”的个数可表示为 $\frac{4 \times 5}{2}$, ……第 n 个图案中“ \star ”的个数可表示为_____.

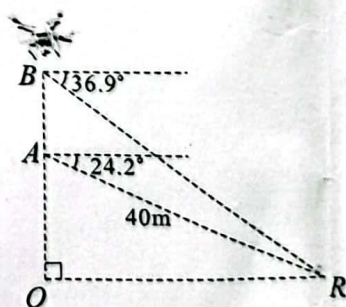
【规律应用】

(3)结合图案中“ \star ”的排列方式及上述规律,求正整数 n ,使得连续的正整数之和 $1+2+3+\dots+n$ 等于第 n 个图案中“ \odot ”的个数的 2 倍.

五、(本大题共 2 小题,每小题 10 分,满分 20 分)

19. 如图, O, R 是同一水平线上的两点,无人机从 O 点竖直上升到 A 点时,测得 A 到 R 点的距离为 40m, R 点的俯角为 24.2° ,无人机继续竖直上升到 B 点,测得 R 点的俯角为 36.9° . 求无人机从 A 点到 B 点的上升高度 AB (精确到 0.1m).

参考数据: $\sin 24.2^\circ \approx 0.41, \cos 24.2^\circ \approx 0.91, \tan 24.2^\circ \approx 0.45,$
 $\sin 36.9^\circ \approx 0.60, \cos 36.9^\circ \approx 0.80, \tan 36.9^\circ \approx 0.75.$



第 19 题图

20. 已知四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$, 对角线 BD 是 $\odot O$ 的直径.

(1)如图 1, 连接 OA, CA , 若 $OA \perp BD$, 求证: CA 平分 $\angle BCD$;

(2)如图 2, E 为 $\odot O$ 内一点, 满足 $AE \perp BC, CE \perp AB$. 若 $BD = 3\sqrt{3}, AE = 3$, 求弦 BC 的长.

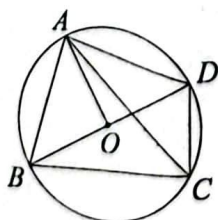


图 1

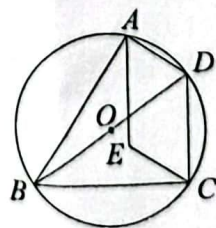


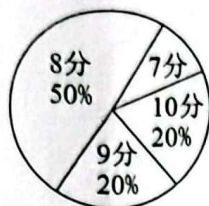
图 2

第 20 题图



六、(本题满分 12 分)

21. 端午节是中国的传统节日,民间有端午节吃粽子的习俗.在端午节来临之际,某校七、八年级开展了一次“包粽子”实践活动,对学生的活动情况按 10 分制进行评分,成绩(单位:分)均为不低于 6 的整数.为了解这次活动的效果,现从这两个年级各随机抽取 10 名学生的活动成绩作为样本进行整理,并绘制统计图表,部分信息如下:



七年级 10 名学生活动成绩扇形统计图

八年级 10 名学生活动成绩统计表

成绩/分	6	7	8	9	10
人数	1	2	a	b	2

已知八年级 10 名学生活动成绩的中位数为 8.5 分.

请根据以上信息,完成下列问题:

- (1) 样本中,七年级活动成绩为 7 分的学生数是_____,七年级活动成绩的众数为_____分;
- (2) $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$;
- (3) 若认定活动成绩不低于 9 分为“优秀”,根据样本数据,判断本次活动中优秀率高的年级是否平均成绩也高,并说明理由.

七、(本题满分 12 分)

22. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, M 是斜边 AB 的中点,将线段 MA 绕点 M 旋转至 MD 位置,点 D 在直线 AB 外,连接 AD, BD .

(1) 如图 1,求 $\angle ADB$ 的大小;

(2) 已知点 D 和边 AC 上的点 E 满足 $ME \perp AD$, $DE \parallel AB$.

(i) 如图 2,连接 CD ,求证: $BD = CD$;

(ii) 如图 3,连接 BE ,若 $AC = 8$, $BC = 6$,求 $\tan \angle ABE$ 的值.

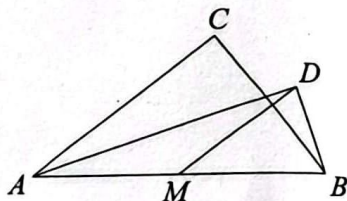


图 1

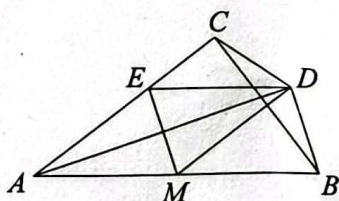


图 2

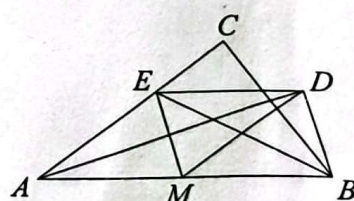


图 3

第 22 题图

八、(本题满分 14 分)

23. 在平面直角坐标系中,点 O 是坐标原点,抛物线 $y = ax^2 + bx$ ($a \neq 0$) 经过点 $A(3, 3)$, 对称轴为直线 $x = 2$.

(1) 求 a, b 的值;

(2) 已知点 B, C 在抛物线上,点 B 的横坐标为 t ,点 C 的横坐标为 $t + 1$.过点 B 作 x 轴的垂线交直线 OA 于点 D ,过点 C 作 x 轴的垂线交直线 OA 于点 E .

(i) 当 $0 < t < 2$ 时,求 $\triangle OBD$ 与 $\triangle ACE$ 的面积之和;

(ii) 在抛物线对称轴右侧,是否存在点 B ,使得以 B, C, D, E 为顶点的四边形的面积为 $\frac{3}{2}$?

若存在,请求出点 B 的横坐标 t 的值;若不存在,请说明理由.

