

九年级数学参考答案

2023.1

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分）在每小题所给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

ACBDA CABBD AC

二、填空题（每小题 3 分，共 12 分）

13. $k > -2$ 且 $k \neq -1$ 14. 2 15. 48 16. ②③④

三、解答题（本题共 7 个小题，共 72 分.解答题应写出文字说明、证明过程或推演步骤）

17. (8 分)

(1) 计算: $\cos 30^\circ - 2\sin^2 45^\circ + \frac{3}{2}\tan^2 30^\circ - \sin 60^\circ$

$$\text{解: } \frac{\sqrt{3}}{2} - 2 \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \frac{3}{2} \times \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 - \frac{\sqrt{3}}{2} \dots\dots\dots 1 \text{分}$$

$$= -2 \times \frac{1}{2} + \frac{3}{2} \times \frac{1}{3} \dots\dots\dots 2 \text{分}$$

$$= -1 + \frac{1}{2} \dots\dots\dots 3 \text{分}$$

$$= -\frac{1}{2} \dots\dots\dots 4 \text{分}$$

(2) 解方程: $x^2 - 6x - 7 = 0$

$$\text{解: } (x-7)(x+1) = 0 \dots\dots\dots 2 \text{分}$$

$$x-7=0 \text{ 或 } x+1=0 \dots\dots\dots 3 \text{分}$$

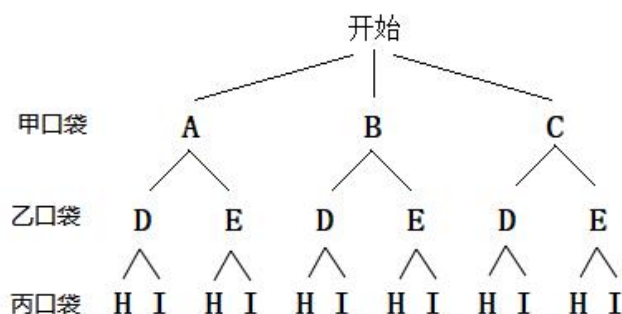
$$x_1 = 7, x_2 = -1 \dots\dots\dots 4 \text{分}$$

18. (8 分)

有甲、乙、丙三个不透明的布袋，甲袋中装有 3 个相同的小球，它们分别标有字母 A、B 和 C；乙袋中装有 2 个相同的小球，它们分别标有字母 D 和 E；丙袋中装有 2 个相同的小球，它们分别标有字母 H 和 I. 从三个布袋中各随机取出一个小球.

(1) 画出树形图..... 5 分 (2) 求: 取出的 3 个小球恰好有 1 个元音字母的概率.... 8 分

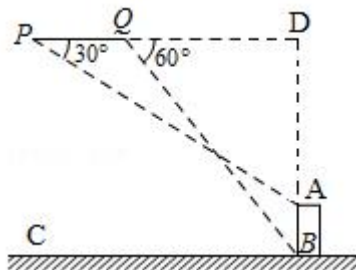
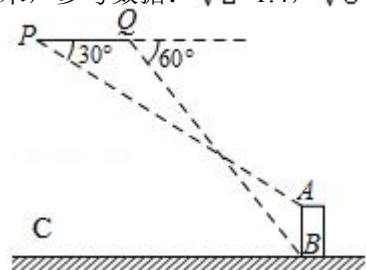
解: (1)



(2) 解:

$$P(1 \text{ 个元音}) = \frac{5}{12}$$

19. (10 分) 一架无人机沿水平直线飞行进行测绘工作, 在点 P 处测得正前方垂直于水平地面 BC 上某建筑物 AB 的顶端 A 的俯角为 30° , 面向 AB 方向继续飞行 5 米, 测得该建筑物底端 B 的俯角为 60° , 已知建筑物 AB 的高为 3 米, 求无人机飞行的高度 (结果精确到 0.1 米, 参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.4$, $\sqrt{3} \approx 1.7$).



解: 延长 BA 交 PQ 的延长线于 D , 如图所示:

设 $AD = x$ 米, 则 $BD = AD + AB = (x + 3)$ 米

由题意得: $PD \parallel CB$, $AB \perp CB$

$$\therefore \angle D = 90^\circ$$

$$\text{在 Rt}\triangle PDA \text{ 中, } \tan \angle DPA = \frac{DA}{PD} = \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}, \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\therefore PD = \sqrt{3}x \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\therefore QD = PD - PQ = \sqrt{3}x - 5$$

在 $\text{Rt}\triangle QDB$ 中,

$$\tan \angle QDB = \frac{DB}{QD} = \tan 60^\circ = \frac{x + 3}{\sqrt{3}x - 5} = \sqrt{3}, \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$\therefore x = \frac{5\sqrt{3} + 3}{2} \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\text{经检验: } x = \frac{5\sqrt{3} + 3}{2} \text{ 是方程的解}$$

$$\therefore AD = \frac{5\sqrt{3} + 3}{2}$$

$$\therefore BD = \frac{5\sqrt{3} + 3}{2} + 3 \approx 8.8 \text{ 米} \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

答: 无人机飞行的高度约为 8.8 米. $\dots\dots\dots 10 \text{ 分}$

20. (10 分)

2022 年 12 月 18 日, 卡塔尔世界杯足球赛落下帷幕, 阿根廷国家队荣获冠军. 世界杯决赛阶段分为小组赛和淘汰赛. 在小组赛中, 国际足联将参赛球队平均分成 8 组, 每组组内分别进行单循环赛 (即每个队与本小组的其它队各比赛一场), 小组赛结

束后共进行了 48 场比赛.

问: 参加世界杯决赛阶段的球队共有多少支?



解: 设参加世界杯决赛阶段的球队共有 x 支.....1 分

根据题意得: $\frac{1}{2} \times \frac{x}{8} (\frac{x}{8} - 1) = \frac{48}{8}$ 5 分

$$x(\frac{x}{8} - 1) = 96$$

$$x^2 - 8x - 96 \times 8 = 0$$

$$x^2 - 8x - 32 \times 24 = 0$$

$$(x - 32)(x + 24) = 0$$

$$x_1 = 32, x_2 = -24(\text{舍}) \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

答: 参加世界杯决赛阶段的球队共有 32 支.....10 分

21. (11 分)

如图, BE 为 $\odot O$ 的直径, BD 为 $\odot O$ 的弦, $BA \perp CD$, 且 $\angle EBD = \angle DBA$.

(1) 求证: AD 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $AB = 1$, $BD = 2$, 求 $\odot O$ 的直径.

(3) 在 (2) 的条件下, 求阴影部分面积.

(1) 证明: 连接 OD

$$\because BA \perp CD$$

$$\therefore \angle 3 = 90^\circ$$

$$\therefore \angle DBA + \angle ADB = 90^\circ$$

$$\text{又} \because \angle 1 = \angle DBA$$

$$\angle 1 + \angle ADB = 90^\circ \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\because OB = OD$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2$$

$$\therefore \angle 2 + \angle ADB = 90^\circ = \angle ADO \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\therefore AD \text{ 是 } \odot O \text{ 的切线} \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

(2) 解: 连接 DE

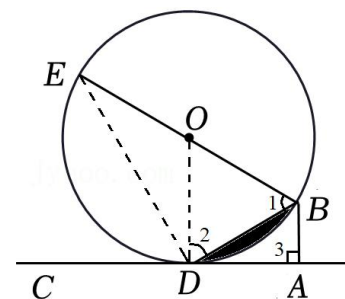
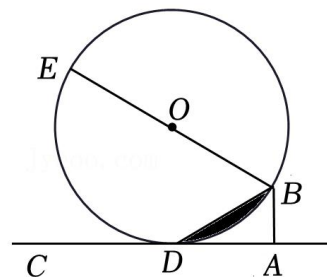
$$\because BE \text{ 为 } \odot O \text{ 的直径}$$

$$\therefore \angle BDE = 90^\circ \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\text{又} \because \angle 3 = 90^\circ$$

$$\therefore \angle BDE = \angle 3 \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$\text{又} \because \angle 1 = \angle DBA$$



$\therefore \triangle ADB \sim \triangle DEB$ 6 分

$$\therefore \frac{AB}{BD} = \frac{BD}{BE}$$

$$\therefore \frac{1}{2} = \frac{2}{BE}$$

$$\therefore BE=4$$
7 分

(2) 解: 过点 O 作 $ON \perp BD$

在 $Rt\triangle ADB$ 中,

$$\therefore \sin \angle ADB = \frac{AB}{BD} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \angle ADB = 30^\circ$$
8 分

$$\text{又} \therefore \angle ADO = 90^\circ$$

$$\therefore \angle 2 = 60^\circ$$

$$\therefore OB = OD = \frac{1}{2} BE = 2$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2 = 60^\circ$$

$$\therefore \angle BOD = 60^\circ$$
9 分

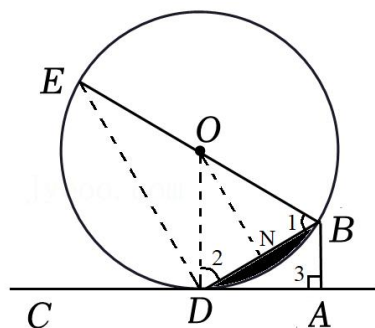
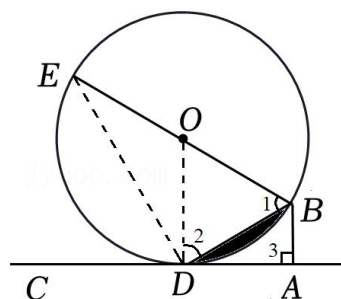
$$\therefore S_{\text{扇形}BOD} = \frac{60\pi \cdot 2^2}{360} = \frac{2}{3}\pi$$
10 分

$$\therefore \sin \angle 2 = \sin 60^\circ = \frac{ON}{OD} = \frac{ON}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore ON = \sqrt{3}$$

$$\therefore S_{\triangle BOD} = \frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{3} = \sqrt{3}$$

$$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形}BOD} - S_{\triangle BOD} = \frac{2}{3}\pi - \sqrt{3}$$
11 分



22. (12 分)

问题呈现: 我们知道反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象是双曲线, 那么函数 $y = \frac{k}{x+m} + n$

(k, m, n 为常数且 $k \neq 0$) 的图象还是双曲线吗? 它与反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象有怎样的关系呢? 让我们一起开启探索之旅.....

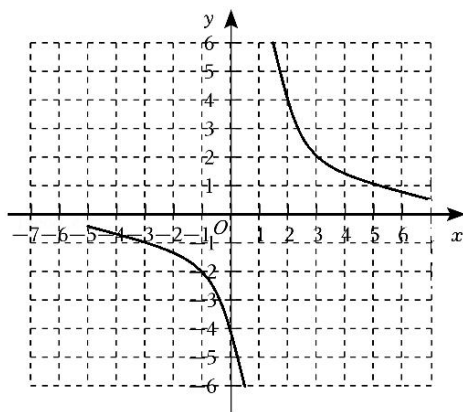
探索思考: 我们可以借鉴以前研究函数的方法, 首先探索函数 $y = \frac{4}{x-1}$ 的图象.

(1) 画出函数 $y = \frac{4}{x-1}$ 图象.

①列表:

| | | | | | | | | | | |
|---|-----|----|----------------|----|----|---|---|---------------|---|-----|
| x | ... | -3 | -2 | -1 | 0 | 2 | 3 | 4 | 5 | ... |
| y | ... | -1 | $-\frac{4}{3}$ | -2 | -4 | 4 | 2 | $\frac{4}{3}$ | 1 | ... |

②描点并连线.



.....3 分

(2)观察图象，写出该函数图象的两条不同类型的特征：

例：

① 图 象 是 中 心 对 称 图 形；.....4 分

② 当 $x < 1$ 时， y 随着 x 的 增 大 减 小；.....5 分

(3)理解运用：函数 $y = \frac{4}{x-1}$ 的图象是由函数 $y = \frac{4}{x}$ 的图象向 右 平移 1 个单位得到的，

.....7 分
其对称中心的坐标为 (1, 0).....9 分

(4)灵活应用：根据上述画函数图象的经验，想一想函数 $y = \frac{4}{x-1} + 1$ 的图象大致位置，并根据图象指出，当 x 满足 $1 < x \leq 3$ 时， $y \geq 3$12 分

23. (13 分)

在平面直角坐标系中，直线 $y = -x - 3$ 与 x 轴交于点 A ，与 y 轴交于点 B ，抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 经过 A, B 两点，并与 x 轴的正半轴交于点 C 。

(1)求 b, c 的值；

(2)如图 1，若点 E 是直线 AB 下方抛物线上的一个动点，过点 E 作 $EF \perp AB$ 于点 F ， $EN \perp x$ 轴于点 M ，交 AB 于点 N ，求线段 EF 的最大值。

(3)如图 2，若点 P 是抛物线对称轴上的一个动点，满足 $\angle BPC = 90^\circ$ ，请直接写出 P 点坐标；

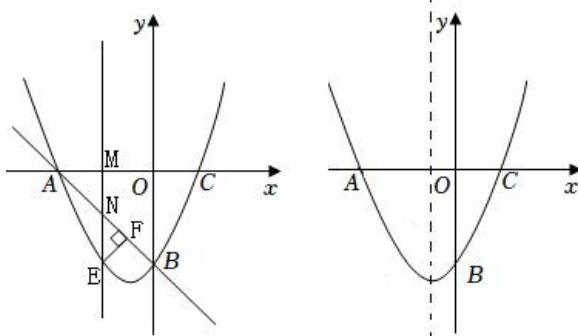


图1

图2

(1) 解：在直线 $y = -x - 3$ 中，
 当 $x=0$ 时， $y = -3$ ，
 $\therefore B(0, -3)$ ，1
 分
 当 $y=0$ 时， $-x - 3 = 0$ ，
 $\therefore x = -3$ ，
 $\therefore A(-3, 0)$ ，2
 分
 将 $A(-3, 0)$ ， $B(0, -3)$ 代入抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 中，得，

$$\begin{cases} 9 - 3b + c = 0 \\ c = -3 \end{cases}$$

 $\therefore b = 2, c = -3$ 3
 分

(2) 解：设直线 AB 解析式为 $y = kx + b$ ，将 $A(-3, 0)$ ， $B(0, -3)$ 代入

$$\begin{cases} k = -1 \\ b = -3 \end{cases}$$

 $\therefore y = -x - 3$ 4
 分

\because 点 N 在直线 $y = -x - 3$ 上， $EN \perp x$ 轴于点 M，交 AB 于点 N
 \therefore 设 $N(m, -m - 3)$ 5 分
 \because 点 E 在抛物线 $y = x^2 + 2x - 3$ 上，
 设 $E(m, m^2 + 2m - 3)$ 6 分
 $\therefore EN = -m - 3 - (m^2 + 2m - 3)$
 $= -m^2 - 3m$ 7 分

当 $m = -\frac{3}{2}$ 时，
 线段 EN 值最大，最大值是 $\frac{9}{4}$ 8 分

$\because OA = OB$ ， $\angle AOB = 90^\circ$
 $\therefore \angle OAB = 45^\circ$
 又 $\because EF \perp AB$ 于点 F， $EN \perp x$ 轴于点 M
 $\therefore \angle ENF = 45^\circ$ 9 分

$\therefore EF$ 的最大值 $= \frac{\sqrt{2}}{2} EN = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{9}{4} = \frac{9\sqrt{2}}{8}$ 11 分

(3) $(-1, -1)$ ， $(-1, -2)$ 13 分