

参考答案:

1. A 2. A 3. B 4. A 5. A
 6. D 7. B 8. B 9. B 10. C
 11. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ 或 $-\frac{1}{2}\sqrt{3}$ 12. $15^\circ/15$ 度 13. -1
 14. 9 15. $\frac{3^{2023} - 1}{2}$
 16. 45 度 $\sqrt{2}$

【详解】解：如图 1 所示，延长 AE 交 DC 的延长线于点 H ，

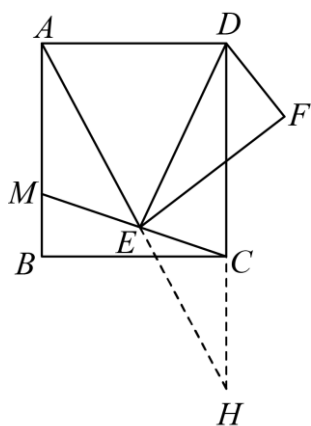


图 1

\because 点 E 是 CM 的中点，
 $\therefore ME = EC$ ，
 \because 四边形 $ABCD$ 是正方形，
 $\therefore AB \parallel CD$ ，
 $\therefore \angle MAE = \angle H$ ， $\angle AME = \angle HCE$ ，
 $\therefore \triangle AME \cong \triangle HCE$ (AAS)，
 $\therefore AE = EH$ ，
 又 $\because \angle ADH = 90^\circ$ ，
 $\therefore DE = AE = EH$ ，
 $\because AE$ 绕点 E 顺时针旋转 90° 得到 EF ，
 $\therefore AE = EF$ ， $\angle AEF = 90^\circ$ ，
 $\therefore AE = DE = EF$ ，
 $\therefore \angle DAE = \angle ADE$ ， $\angle EDF = \angle EFD$ ，
 $\because \angle AEF + \angle DAE + \angle ADE + \angle EDF + \angle EFD = 360^\circ$ ，
 $\therefore 2\angle ADE + 2\angle EDF = 270^\circ$ ，

$$\therefore \angle ADF = 135^\circ,$$

$$\therefore \angle CDF = \angle ADF - \angle ADC = 135^\circ - 90^\circ = 45^\circ;$$

如图 2 所示, 连接 FC , 过点 C 作 $CF' \perp DF$ 于 F' ,

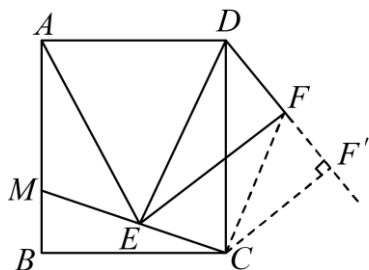


图 2

$$\because \angle CDF = 45^\circ,$$

\therefore 点 F 在直线 DF 上运动,

\therefore 当 $CF \perp DF$ 时, CF 有最小值, 最小值为 CF' 的长度,

$$\because CD = 2, \angle CDF' = 45^\circ,$$

$$\therefore CF' = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}, \text{ 即 } CF \text{ 有最小值为 } \sqrt{2},$$

故答案为: $45^\circ, \sqrt{2}$.

$$17. \quad 2x+4, \quad A=8$$

$$\text{【详解】解: } A = \left(\frac{3x}{x-1} - \frac{x}{x+1} \right) \div \frac{x}{x^2-1}$$

$$= \frac{3x(x+1) - x(x-1)}{(x-1)(x+1)} \cdot \frac{(x-1)(x+1)}{x}$$

$$= 2x+4 \quad \text{-----4 分}$$

$$-1 < x \leq 2 \quad \because \text{由题意得 } x \neq \pm 1 \text{ 或 } 0 \quad \text{-----5 分}$$

$$\therefore \text{可取 } x=2 \text{ 代入 } 2x+4, \text{ 则 } A=8. \quad \text{----6 分}$$

$$18$$

$$\text{【详解】(1) 解: 把 } B(n, -2) \text{ 代入 } y = -\frac{2}{x} \text{ 得: } -2 = -\frac{2}{n},$$

$$\text{解得 } n=1,$$

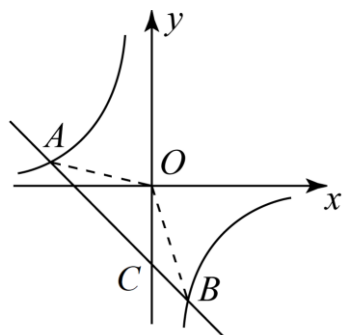
$$\therefore B(1, -2),$$

$$\text{把 } A(-2, 1), B(1, -2) \text{ 分别代入 } y = kx + b \text{ 得 } \begin{cases} -2k + b = 1 \\ k + b = -2 \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} k = -1 \\ b = -1 \end{cases},$$

∴一次函数解析式为 $y = -x - 1$; -----3 分

(2) 解: 令 $x = 0$, 则 $y = -1$,



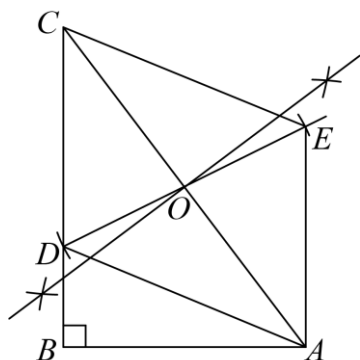
∴直线 AB 与 y 轴的交点 $C(0, -1)$, 即 $OC = 1$,

$$\therefore S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} OC (x_B - x_A) = \frac{1}{2} \times 1 \times (1 + 2) = \frac{3}{2}; \quad \text{----5 分}$$

(3) 解: 由图象可知不等式 $kx + b > -\frac{2}{x}$ 的解集为: $x < -2$ 或 $0 < x < 1$. ---7 分

19

【详解】(1) 解: 以点 A , 点 C 为圆心, 适当长为半径画弧交于两点, 连接两点交 AC 于点 O , 连接 DO 并延长, 在延长线上截取 $OD = OE$, 连接 AD , AE , CE , 如图所示, 即为所求,



证明: 由以点 A , 点 C 为圆心, 适当长为半径, 画弧交于两点, 连接连点交 AC 于点 O ,

可知, 该直线为线段 AC 的垂直平分线, 即: $OC = OA$,

又 $\because OD = OE$,

∴四边形 $CDAE$ 是平行四边形; -----4 分

(2) 设 $BD = x$,

$\because BC = 4$,

$$\therefore CD = 4 - x,$$

\because 平行四边形 $CDAE$ 是菱形,

$$\therefore AD = CD = 4 - x,$$

$$\because \angle B = 90^\circ, AB = 3,$$

则由勾股定理可得: $BD^2 + AB^2 = AD^2$, 即: $x^2 + 3^2 = (4 - x)^2$,

$$\text{解得: } x = \frac{7}{8},$$

故答案为: $\frac{7}{8}$. -----8 分

20

$$\text{【详解】(1) } \frac{60}{30\%} = 200 \text{ (人)}$$

$$m\% = \frac{50}{200} \times 100\% = 25\%$$

$$\therefore m = 25,$$

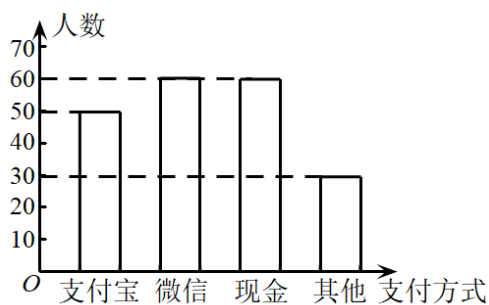
“其他”支付方式所对应的圆心角为 $\frac{30}{200} \times 360^\circ = 54^\circ$ ----2 分

故答案为: 25, 54.

(2) 补全条形统计图如图,

$$60 \div 30\% = 200 \text{ 人}, \quad 200 - 50 - 60 - 30 = 60 \text{ 人}$$

补全条形统计图如图所示:

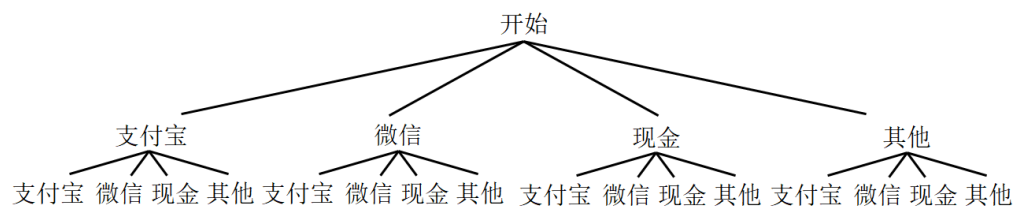


----4 分

$$(3) 3000 \times 30\% = 900,$$

答: 估计选择现金支付的次数约为 900 次; ----6 分

(4) 解: 画出树状图如图所示,



由树状图可知，共有 16 种结果，并且每一种结果出现的可能性相同，其中两人恰好都选择同一支付方式的结果有 4 种，

所以两人恰好都选择微信支付概率为 $1/4$ 。——（10 分）

21

【详解】（1）解：证明：连接 OC ，如图，

$$OC = OB,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle B,$$

$$\because DQ = DC,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle Q,$$

$$\because QP \perp PB,$$

$$\therefore \angle BPQ = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle Q + \angle B = 90^\circ,$$

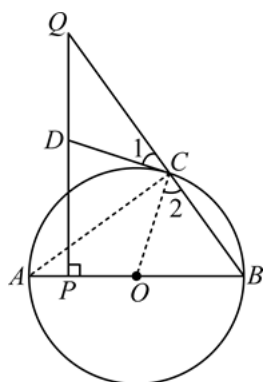
$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DCO = 180^\circ - \angle 1 - \angle 2 = 90^\circ,$$

$$\therefore OC \perp CD,$$

而 OC 为 $\odot O$ 的半径，

$\therefore CD$ 为 $\odot O$ 的切线； ----4 分



（2）连接 AC ，如图，

$\because AB$ 为 $\odot O$ 的直径，

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\text{在 Rt}\triangle ABC \text{ 中, } \cos B = \frac{BC}{AB} = \frac{BC}{AP+PB} = \frac{3}{5},$$

$$\text{而 } BP = 6, \quad AP = 1,$$

$$\therefore BC = \frac{21}{5},$$

$$\text{在 Rt}\triangle BPQ \text{ 中, } \cos B = \frac{PB}{BQ} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore BQ = \frac{6}{\frac{3}{5}} = 10,$$

$$\therefore QC = BQ - BC = 10 - \frac{21}{5} = \frac{29}{5}. \quad \text{----9 分}$$

$$22. \quad \text{【详解】(1) 解: 设 } y_1 = kx, \quad y_2 = ax^2,$$

$$\text{把 } P(1,2) \text{ 代入 } y_1 = kx \text{ 中得: } k = 2; \quad \text{-----1 分}$$

$$\text{把 } Q(2,2) \text{ 代入 } y_2 = ax^2 \text{ 中得: } 2 = 4a, \text{ 解得 } a = \frac{1}{2}; \quad \text{----2 分}$$

$$\therefore y_1 = 2x (x \geq 0), \quad y_2 = \frac{1}{2}x^2 (x \geq 0) \quad \text{-----3 分}$$

(2) 解: 设投入水产养殖的资金为 m 万元, 则投入草莓种植的资金为 $(8-m)$ 万元, 总利润为 W 万元,

$$\text{由题意得, } W = 2m + \frac{1}{2}(8-m)^2$$

$$= \frac{1}{2}(m^2 - 16m + 64) + 2m$$

$$= \frac{1}{2}(m^2 - 12m + 64)$$

$$= \frac{1}{2}(m-6)^2 + 14,$$

$$\because \frac{1}{2} > 0, \quad 0 \leq m \leq 8,$$

$$\therefore \text{当 } m=6 \text{ 时, } W \text{ 最小, 最小值为 } 14,$$

$$\therefore \text{至少获得 } 14 \text{ 万元的利润;}$$

$$\text{当 } m=0 \text{ 时, } W = \frac{1}{2}(0-6)^2 + 14 = 32, \quad \text{当 } m=8 \text{ 时, } W = \frac{1}{2}(8-6)^2 + 14 = 16,$$

$$\because 32 > 16,$$

$$\therefore \text{当 } m=0 \text{ 时, } W \text{ 最大, 最大为 } 32,$$

∴能获取的最大利润是 32 万元； -----7 分

(3) 解：当 $W = 22$ 时，则 $\frac{1}{2}(m-6)^2 + 14 = 22$ ，

解得 $m = 2$ 或 $m = 10$ （舍去），

∴要保证获利不低于 22 万元，则 $m \leq 2$ ，

∴投入水产养殖的资金至多为 2 万元。 ----10 分

23

【详解】(1) 解：设 AE 与 BF 相交于点 P ，如图，

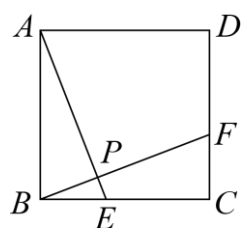


图1

∵正方形 $ABCD$ ，

∴ $\angle ABC = \angle C = 90^\circ$ ， $AB = BC$ ，

∵ $AE \perp BF$ ，

∴ $\angle APB = \angle BAP + \angle ABP = 90^\circ$ ，

∵ $\angle ABP + \angle CBF = 90^\circ$ ，

∴ $\angle BAP = \angle CBF$ ，

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle BCF$ 中，

$$\begin{cases} \angle BAE = \angle CBF \\ AB = CB \\ \angle ABE = \angle BCF \end{cases},$$

∴ $\triangle ABE \cong \triangle BCF$ (ASA)，

∴ $AE = BF$ ；

故答案为： $AE = BF$ ； -----3 分

(2) 解： $\frac{AE}{BF} = \frac{3}{5}$ 。

证明： ∵ $AE \perp BF$ ，

∴ $\angle BAE + \angle ABF = 90^\circ$ 。

在矩形 $ABCD$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$,

$$\therefore \angle CBF + \angle ABF = 90^\circ,$$

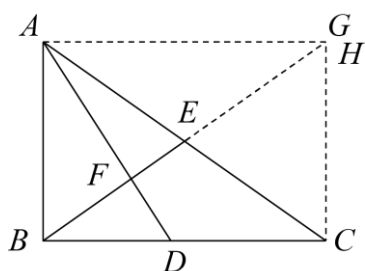
$$\therefore \angle BAE = \angle CBF,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle ABE \sim \text{Rt}\triangle BCF,$$

$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{AE}{BF},$$

$$\therefore \frac{AE}{BF} = \frac{3}{5}. \quad \text{-----6 分}$$

(3) 解: 如图, 过点 A 作 AB 的垂线, 过点 C 作 BC 的垂线, 两垂线交于点 G , 延长 BE 交 CG 于点 H .



\therefore 四边形 $ABCG$ 是矩形.

$$\because AB = CD = 4, \quad AG = BC = 6,$$

$$\therefore CD = 6 - BD = 4.$$

$$\therefore AD = \sqrt{AB^2 + BD^2} = 2\sqrt{5}.$$

$$\text{由 (2) 知 } \frac{AD}{BH} = \frac{AB}{BC} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore BH = 3\sqrt{5}.$$

$$\text{在 Rt}\triangle BCH \text{ 中, } CH = \sqrt{BH^2 - BC^2} = 3,$$

$$\because AB \parallel CH$$

$$\therefore \triangle ABE \sim \triangle CHE,$$

$$\therefore \frac{AB}{CH} = \frac{BE}{EH},$$

$$\text{即 } \frac{4}{3} = \frac{BE}{3\sqrt{5} - BE},$$

$$\text{解得 } BE = \frac{12\sqrt{5}}{7}. \quad \text{-----10 分}$$

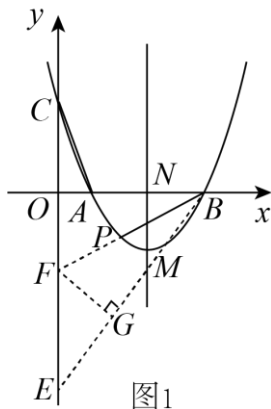
【详解】(1) 解：将 $A(1,0)$, $B(4,0)$ 代入 $y = ax^2 + bx + 2\sqrt{2}$ 得,
$$\begin{cases} 0 = a + b + 2\sqrt{2} \\ 0 = 16a + 4b + 2\sqrt{2} \end{cases},$$

解得
$$\begin{cases} a = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ b = -\frac{5\sqrt{2}}{2} \end{cases},$$

$$\therefore y = \frac{\sqrt{2}}{2}x^2 - \frac{5\sqrt{2}}{2}x + 2\sqrt{2},$$

$$\therefore \text{抛物线的解析式为 } y = \frac{\sqrt{2}}{2}x^2 - \frac{5\sqrt{2}}{2}x + 2\sqrt{2}; \quad \text{-----3 分}$$

(2) 解：如图 1，作 BE 交 y 轴于 E ，使 $\angle OBE = 2\angle PBO = \angle CAO$ ，延长 BP 交 y 轴于 F ，过 F 作 $FG \perp BE$ 于 G ，



当 $x=0$, $y=2\sqrt{2}$,

$$\therefore C(0, 2\sqrt{2}), \quad OC = 2\sqrt{2}$$

$$\because \angle COA = \angle EOB = 90^\circ, \quad \angle CAO = \angle OBE,$$

$$\therefore \triangle AOC \sim \triangle BOE,$$

$$\therefore \frac{OC}{OE} = \frac{AO}{BO}, \quad \text{即 } \frac{2\sqrt{2}}{OE} = \frac{1}{4},$$

解得 $OE = 8\sqrt{2}$,

在 $Rt\triangle BOE$ 中，由勾股定理得 $BE = \sqrt{OB^2 + OE^2} = 12$,

$$\because \angle OBE = 2\angle PBO,$$

$$\therefore BP \text{ 为 } \angle OBE \text{ 的平分线},$$

$$\therefore FG = OF,$$

设 $FG = OF = x$,

$$\therefore S_{\square BOE} = S_{\square OBF} + S_{\square BEF}, \text{ 即 } \frac{1}{2}OB \times OE = \frac{1}{2}OB \times OF + \frac{1}{2}BE \times FG,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 4 \times 8\sqrt{2} = \frac{1}{2} \times 4 \times x + \frac{1}{2} \times 12 \times x,$$

$$\text{解得 } x = 2\sqrt{2},$$

$$\therefore F(0, -2\sqrt{2}),$$

$$\text{设直线 } BF \text{ 的解析式为 } y = mx + n, \text{ 将 } B, F \text{ 代入得 } \begin{cases} 0 = 4m + n \\ -2\sqrt{2} = n \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} m = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ n = -2\sqrt{2} \end{cases},$$

$$\therefore \text{直线 } BF \text{ 的解析式为 } y = \frac{\sqrt{2}}{2}x - 2\sqrt{2},$$

$$\text{联立 } \begin{cases} y = \frac{\sqrt{2}}{2}x - 2\sqrt{2} \\ y = \frac{\sqrt{2}}{2}x^2 - \frac{5\sqrt{2}}{2}x + 2\sqrt{2} \end{cases},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} x_1 = 2 \\ y_1 = -\sqrt{2} \end{cases}, \begin{cases} x_2 = 4 \\ y_2 = 0 \end{cases},$$

$$\therefore P(2, -\sqrt{2}); \quad \text{-----7 分}$$

$$(3) \text{ 解: 由题意知, 抛物线的对称轴为直线 } x = \frac{5}{2},$$

$$\text{当 } x = \frac{5}{2}, \quad y = -\frac{9}{8}\sqrt{2},$$

$$\therefore M\left(\frac{5}{2}, -\frac{9}{8}\sqrt{2}\right), \quad N\left(\frac{5}{2}, 0\right), \quad MN = \frac{9}{8}\sqrt{2},$$

$$\therefore \text{以 } Q, M, N \text{ 为顶点的三角形与 } \square AOC \text{ 相似, 且 } \angle AOC = \angle QNM = 90^\circ,$$

$$\therefore \text{分 } \square AOC \sim \square QNM, \square AOC \sim \square MNQ \text{ 两种情况求解;}$$

$$\text{设 } Q(c, 0), \text{ 则 } QN = \left|c - \frac{5}{2}\right|,$$

$$\text{①当 } \square AOC \sim \square QNM \text{ 时, } \frac{AO}{QN} = \frac{OC}{MN}, \text{ 即 } \frac{1}{QN} = \frac{2\sqrt{2}}{\frac{9}{8}\sqrt{2}},$$

$$\text{解得 } QN = \frac{9}{16},$$

$$\therefore \left|c - \frac{5}{2}\right| = \frac{9}{16},$$

$$\text{解得 } c_1 = \frac{49}{16}, \quad c_2 = \frac{31}{16},$$

\therefore 此时的 Q 点坐标为 $\left(\frac{49}{16}, 0\right)$ 或 $\left(\frac{31}{16}, 0\right)$;

$$\text{②当 } \triangle AOC \sim \triangle MNQ \text{ 时, } \frac{AO}{MN} = \frac{OC}{QN}, \text{ 即 } \frac{1}{\frac{9}{8}\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{QN},$$

$$\text{解得 } QN = \frac{9}{2},$$

$$\therefore \left|c - \frac{5}{2}\right| = \frac{9}{2},$$

$$\text{解得 } c_3 = 7, \quad c_4 = -2,$$

\therefore 此时的 Q 点坐标为 $(7, 0)$ 或 $(-2, 0)$;

综上所述, Q 点坐标为 $\left(\frac{49}{16}, 0\right)$ 或 $\left(\frac{31}{16}, 0\right)$ 或 $(7, 0)$ 或 $(-2, 0)$. -----12 分