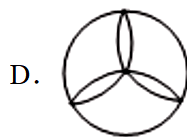
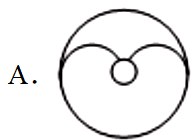


2022 ~ 2023 学年度南通市田家炳中学八年级下第二次月考试卷

八年级数学试题

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分．在每小题给出的四个选项中，恰有一项是符合题目要求的，请将正确选项的字母代号填涂在答题卡相应位置上）

1. 下列图形中，是中心对称图形的是（ ）



2. 在平面直角坐标系中，点 $P(-3, -5)$ 关于原点对称的点的坐标是（ ）

- A. $(3, -5)$ B. $(-3, 5)$ C. $(3, 5)$ D. $(-3, -5)$

3. 将方程 $x^2 - 6x + 6 = 0$ 变形为 $(x + m)^2 = n$ 的形式，结果正确的是（ ）

- A. $(x - 3)^2 = 15$ B. $(x - 3)^2 = -3$ C. $(x - 3)^2 = 0$ D. $(x - 3)^2 = 3$

4. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2x + m + 1 = 0$ 有两个不相等的实数根，则 m 的值可以是（ ）

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

5. 某校要组织一场篮球联赛，每两队之间都赛 2 场（双循环），计划安排 30 场比赛，设有 x 支球队，可列方程为（ ）

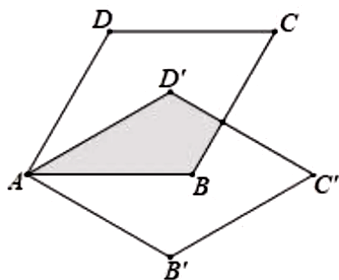
- A. $x(x + 1) = 60$ B. $x(x - 1) = 30$ C. $x(x + 1) = 15$ D. $x(x - 1) = 60$

6. 若 $(a^2 + b^2)^2 + 5a^2 + 5b^2 = 6$ ，则 $a^2 + b^2$ 的值是（ ）

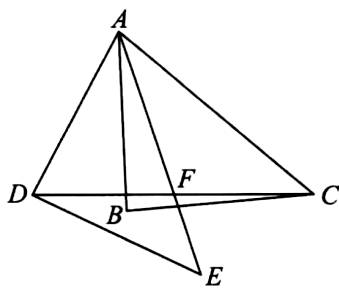
- A. -6 B. 1 C. 1 或 -6 D. 1 或 6

7. 如图，在菱形 $ABCD$ 中， $AB = 2$ ， $\angle DAB = 60^\circ$ ，把菱形 $ABCD$ 绕点 A 顺时针旋转 30° 得到菱形 $AB'C'D'$ ，则图中阴影部分的面积为（ ）

- A. $1 + \sqrt{3}$ B. $1 + \sqrt{3}$ C. 3 D. $3 - \sqrt{3}$



（第 7 题）



（第 10 题）

8. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 90^\circ$ ， ABC 三边长为整数，且两直角边的长为关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 7x + (2k + 8) = 0$ 的两实数根，其中 k 为正整数，则 $\triangle ABC$ 的面积是（ ）

- A. 5 B. 6 C. 5 或 6 D. 10 或 12

9. 如果 x, y 是两个实数 ($x \cdot y \neq 1$) 且 $3x^2 - 2023x + 2 = 0$ ， $2y^2 - 2023y + 3 = 0$ ，则 $\frac{x^2}{y} + \frac{x}{y^2}$ 的值等于（ ）

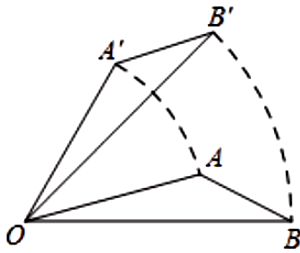
- A. $\frac{2023}{3}$ B. $\frac{2023}{2}$ C. $\frac{4046}{9}$ D. 2023

10. 如图， $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形， $AB = BC = 4\sqrt{2}$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ ，把 $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转至 $\triangle ADE$ ， AE, DC 交于点 F 。当 F 为 CD 的中点时，则 AF 的长为（ ）

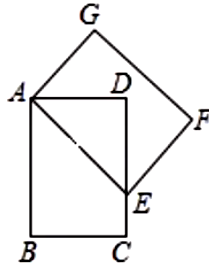
- A. $2 + 2\sqrt{3}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $2 + 2\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{3} - 2$

二、填空题(本大题共 8 小题, 11~12 每小题 3 分, 13~18 每小题 4 分, 共 30 分. 不需写出解答过程, 请把最终结果直接填写在答题卡相应位置上)

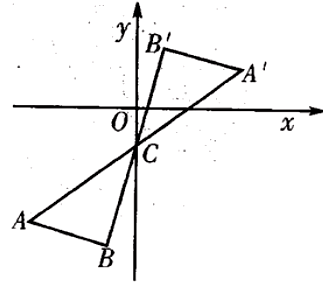
11. 如图, 将 $\triangle AOB$ 绕点 O 按逆时针方向旋转 55° 后得到 $\triangle A'OB'$, 若 $\angle AOB=20^\circ$, 则 $\angle AOB'$ 的度数是_____.



(第 11 题)

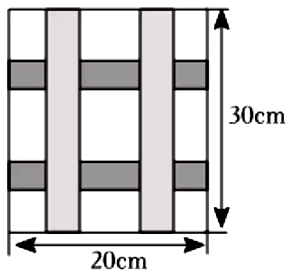


(第 13 题)

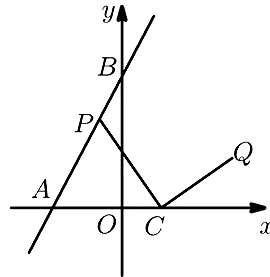


(第 14 题)

12. 关于 x 的一元二次方程 $(k-1)x^2+2x-k^2-2k+3=0$ 的一个根为 0, 则 $k=$ _____.
13. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AD=3$, 将矩形 $ABCD$ 绕点 A 逆时针旋转, 得到矩形 $A'EFG$, 点 B 的对应点 E 落在 CD 上, 且 $DE=EF$, 则 AB 的长为_____.
14. 如图, 将 $\triangle ABC$ 绕点 $C(0, -1)$ 旋转 180° 得到 $\triangle A'B'C$, 设点 A' 的坐标为 (a, b) , 则点 A 的坐标为_____.
15. 关于 x 的方程 $ax^2-(3a+1)x+2(a+1)=0$ 有两个不相等的实根 x_1, x_2 , 且有 $x_1-x_1x_2+x_2=1-a$, 则 a 的值是_____.
16. 如图, 要设计一幅宽 20 cm, 长 30 cm 的矩形图案, 其中有两横两竖的彩条, 横、竖彩条的宽度比为 2:3, 如果要使所有彩条所占面积为原矩形图案面积的三分之一, 竖彩条的宽度是_____cm.



(第 16 题)



(第 18 题)

17. 设 m 为整数, 且 $4 < m < 20$, 方程 $x^2-2(2m-3)x+4m^2-14m+8=0$ 有两个不相等的整数根, 则 m 的值是_____.
18. 如图, 直线 $AB: y=2x+4$ 交 x 轴于点 A , 交 y 轴于点 B , $C(1, 0)$, P 为直线 AB 上一点, 将线段 PC 绕点 C 顺时针旋转 90° 得 CQ , 则线段 QO 的最小值为_____.

三、解答题(本大题共 8 小题, 共 90 分, 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

19. (12 分) 解方程

(1) $4(x-1)^2=1$

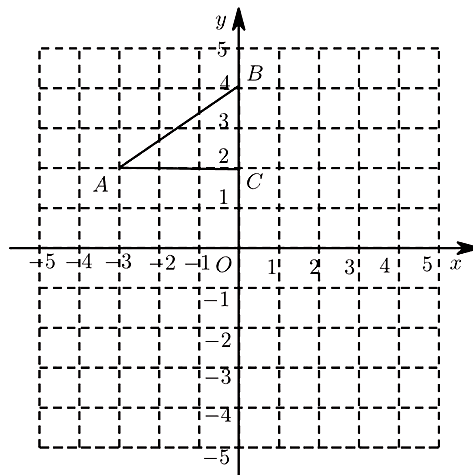
(2) $3x^2-7x+1=0$

(3) $y^2+10y-2=0$ (配方法)

(4) $x(x-4)=2(x-4)$

20. (9分) 如图, 在平面直角坐标系中, $\text{Rt}\triangle ABC$ 的三个顶点分别是 $A(-3, 2)$, $B(0, 4)$, $C(0, 2)$.

- (1) 将 $\triangle ABC$ 以点 C 为旋转中心旋转 180° , 画出旋转后对应的 $\triangle A_1B_1C$, 平移 $\triangle ABC$, 若 A 的对应点 A_2 的坐标为 $(0, -4)$, 画出平移后对应的 $\triangle A_2B_2C_2$;
- (2) 若将 $\triangle A_1B_1C$ 绕某一点旋转可以得到 $\triangle A_2B_2C_2$, 请直接写出旋转中心的坐标.



21. (11分) 若 α , β 是方程 $3x^2 + 2x - 9 = 0$ 的两实数根, 求下列各式的值.

- (1) $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$;
- (2) $(\alpha - \beta)^2$;
- (3) $3\alpha^2 - 2\beta$

22. (12分) 某商场一种商品的进价为每件 30 元, 售价为每件 40 元. 每天可销售 48 件, 为尽快减少库存, 商场决定降价促销.

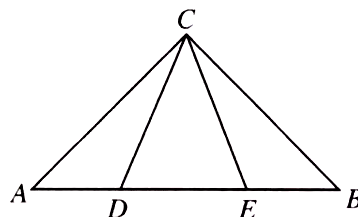
- (1) 若该商品连续两次下调相同的百分率后售价降至每件 32.4 元, 求每次降价的百分率;
- (2) 经调查, 若该商品每降价 1 元, 每天可多销售 8 件. 若每天要想获得 504 元的利润且尽快减少库存, 每件应降价多少元?

23. (10分) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (5m + 1)x + 4m^2 + m = 0$.

- (1) 求证: 无论 m 取任何实数时, 原方程总有两个实数根;
- (2) 若原方程的两个实数根一个大于 3, 另一个小于 8, 求 m 的取值范围

24. (10分) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC$, D , E 是边 AB 上两点, $\angle DCE = 45^\circ$.

- (1) 求证: $AD^2 + BE^2 = DE^2$;
- (2) 若 $EB = 2AD$, 求 $\frac{DE}{AD}$ 的值.



25. (12分) 定义: 已知 x_1, x_2 是关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的两个实数根, 若 $x_1 < x_2 < 0$, 且 $3 < \frac{x_1}{x_2} < 4$, 则称这个方程为“限根方程”. 如: 一元二次方程 $x^2+13x+30=0$

的两根为 $x_1=-10, x_2=-3$, 因为 $-10 < -3 < 0, 3 < \frac{-10}{-3} < 4$, 所以一元二次方程 $x^2+13x+30=0$ 为“限根方程”.

请阅读以上材料, 回答下列问题:

- (1) 判断一元二次方程 $x^2+9x+14=0$ 是否为“限根方程”, 并说明理由;
- (2) 若关于 x 的一元二次方程 $2x^2+(k+7)x+k^2+3=0$ 是“限根方程”, 且两根 x_1, x_2 满足 $x_1+x_2+x_1x_2=-1$, 求 k 的值;
- (3) 若关于 x 的一元二次方程 $x^2+(1-m)x-m=0$ 是“限根方程”, 求 m 的取值范围.

26. (14分)

【初步感知】

- (1) 已知, 在 $\triangle ABC$ 中, $BC=4$, 如图 1, 将边 AC, AB 同时绕着点 A 分别按逆时针、顺时针方向旋转 α° , 得 AD, AE . 连接 BD, CE . 求证: $BD=CE$;

【类比探究】

- (2) 如图 2, 在 $\triangle ABC$, $BC=4$. 若 $\angle ABC=60^\circ, AB=1$, 将边 AC 绕点 A 逆时针旋转 120° , 得 AD , 连接 BD , 求 BD 的长.

【拓展应用】

- (3) 如图 3, 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 A 为第二象限内一点, 且 $AO=2$, 点 B 坐标为 $(2\sqrt{3}, 0)$, 若将边 AO 绕点 A 逆时针旋转 60° 得 AD , 点 D 恰好在 y 轴上. 将边 AB 绕点 B 顺时针旋转 60° 得 BC , 求点 C 坐标.

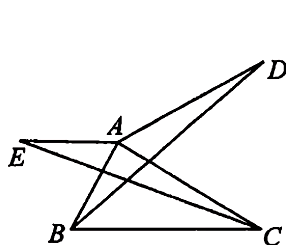


图 1

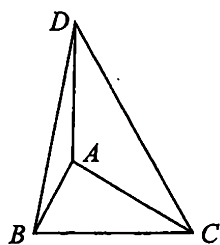


图 2

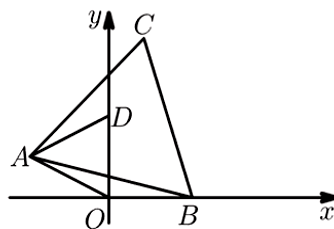


图 3