

2023 年天津市初中学业水平考试

数学参考答案

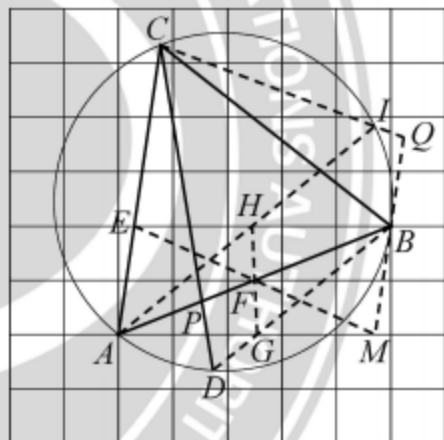
一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分）

- (1) D (2) B (3) C (4) A (5) B (6) B
 (7) C (8) D (9) A (10) D (11) A (12) C

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

- (13) $\frac{7}{10}$ (14) x^2y^4 (15) 1 (16) 5 (17) (I) 3; (II) $\sqrt{13}$

- (18) (I) $\sqrt{29}$; (II) 如图，取 AC ， AB 与网格线的交点 E ， F ，连接 EF 并延长与网格线相交于点 M ，连接 MB ；连接 DB 与网格线相交于点 G ，连接 GF 并延长与网格线相交于点 H ，连接 AH 并延长与圆相交于点 I ，连接 CI 并延长与 MB 的延长线相交于点 Q ，则点 Q 即为所求。



三、解答题（本大题共 7 小题，共 66 分）

- (19) (本小题 8 分)

解：(I) $x \geq -2$;(II) $x \leq 1$;(IV) $-2 \leq x \leq 1$.

- (20) (本小题 8 分)

解：(I) 40, 15.

(II) 观察条形统计图，

$$\therefore \bar{x} = \frac{12 \times 5 + 13 \times 6 + 14 \times 13 + 15 \times 16}{5 + 6 + 13 + 16} = 14,$$

∴ 这组数据的平均数是14.

∴ 在这组数据中, 15 出现了16次, 出现的次数最多,

∴ 这组数据的众数是15.

∴ 将这组数据按由小到大的顺序排列, 处于中间的两个数都是14,

$$\text{有 } \frac{14+14}{2} = 14,$$

∴ 这组数据的中位数是14.

(21) (本小题 10 分)

解: (I) 在 $\odot O$ 中, 半径 OC 垂直于弦 AB ,

∴ $\widehat{AC} = \widehat{BC}$. 得 $\angle AOC = \angle BOC$.

∴ $\angle AOC = 60^\circ$,

∴ $\angle AOB = 2\angle AOC = 120^\circ$.

∴ $\angle CEB = \frac{1}{2}\angle BOC = \frac{1}{2}\angle AOC$,

∴ $\angle CEB = 30^\circ$.

(II) 如图, 连接 OE .

同 (I) 得 $\angle CEB = 30^\circ$.

∴ 在 $\triangle BEF$ 中, $EF = EB$,

∴ $\angle EBF = \angle EFB = 75^\circ$.

∴ $\angle AOE = 2\angle EBA = 150^\circ$.

又 $\angle AOG = 180^\circ - \angle AOC = 120^\circ$,

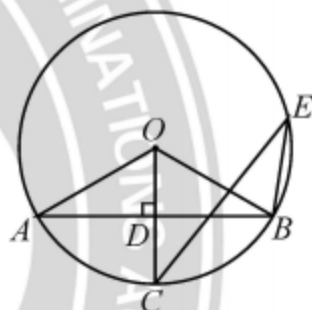
∴ $\angle GOE = \angle AOE - \angle AOG = 30^\circ$.

∴ GE 与 $\odot O$ 相切于点 E ,

∴ $OE \perp GE$, 即 $\angle OEG = 90^\circ$.

在 $\text{Rt}\triangle OEG$ 中, $\tan \angle GOE = \frac{EG}{OE}$, $OE = OA = 3$,

∴ $EG = 3 \times \tan 30^\circ = \sqrt{3}$.



(22) (本小题 10 分)

解: (I) 在 $\text{Rt}\triangle DCE$ 中, $\angle DCE = 30^\circ$, $CD = 6$,

$$\therefore DE = \frac{1}{2}CD = 3. \text{ 即 } DE \text{ 的长为 } 3 \text{ m}.$$

(II) ① 在 $\text{Rt}\triangle DCE$ 中, $\cos \angle DCE = \frac{EC}{CD}$,

$$\therefore EC = CD \cdot \cos \angle DCE = 6 \times \cos 30^\circ = 3\sqrt{3}.$$

在 $\text{Rt}\triangle BCA$ 中, 由 $\tan \angle BCA = \frac{AB}{CA}$, $AB = h$, $\angle BCA = 45^\circ$, 得 $CA = \frac{AB}{\tan 45^\circ} = h$.

$$\therefore EA = CA + EC = h + 3\sqrt{3}.$$

即 EA 的长为 $(h + 3\sqrt{3})$ m.

② 如图, 过点 D 作 $DF \perp AB$, 垂足为 F .

根据题意, $\angle AED = \angle FAE = \angle DFA = 90^\circ$,

\therefore 四边形 $DEAF$ 是矩形.

$$\therefore DF = EA = h + 3\sqrt{3}, \quad FA = DE = 3.$$

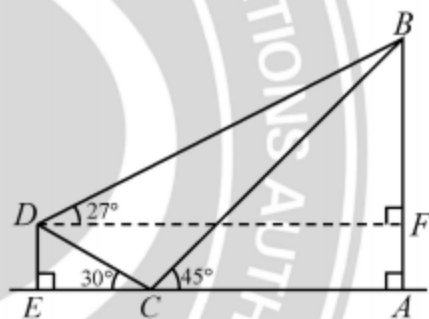
可得 $BF = AB - FA = h - 3$.

在 $\text{Rt}\triangle BDF$ 中, $\tan \angle BDF = \frac{BF}{DF}$, $\angle BDF = 27^\circ$,

$$\therefore BF = DF \cdot \tan \angle BDF. \text{ 即 } h - 3 = (h + 3\sqrt{3}) \times \tan 27^\circ.$$

$$\therefore h = \frac{3 + 3\sqrt{3} \times \tan 27^\circ}{1 - \tan 27^\circ} \approx \frac{3 + 3 \times 1.7 \times 0.5}{1 - 0.5} \approx 11(\text{m}).$$

答: 塔 AB 的高度约为 11 m.



(23) (本小题 10 分)

解: (I) ① 0.12, 1.2, 0.6;

② 0.06;

③ 当 $50 \leq x \leq 60$ 时, $y = 0.6$;

当 $60 < x \leq 80$ 时, $y = -0.03x + 2.4$;

(II) 0.3 km.

(24) (本小题 10 分)

解: (I) ① $(\sqrt{3}, 2), (-\sqrt{3}, \frac{3}{2})$.

(II) ① \because 点 $E(0, \frac{1}{2})$, 点 $F(-\sqrt{3}, \frac{1}{2})$, 点 $H(0, \frac{3}{2})$,

\therefore 矩形 $EFGH$ 中, $EF \parallel x$ 轴, $EH \perp x$ 轴, $EF = \sqrt{3}$, $EH = 1$.

\therefore 矩形 $E'F'G'H'$ 中, $E'F' \parallel x$ 轴, $E'H' \perp x$ 轴, $E'F' = \sqrt{3}$, $E'H' = 1$.

由点 $A(\sqrt{3}, 0)$, 点 $B(0, 1)$, 得 $OA = \sqrt{3}$, $OB = 1$.

在 $\text{Rt}\triangle ABO$ 中, $\tan \angle ABO = \frac{OA}{OB} = \sqrt{3}$, 得 $\angle ABO = 60^\circ$.

在 $\text{Rt}\triangle BME$ 中, 由 $EM = EB \cdot \tan 60^\circ$, $EB = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$, 得 $EM = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

$\therefore S_{\triangle BME} = \frac{1}{2} EB \cdot EM = \frac{\sqrt{3}}{8}$. 同理, 得 $S_{\triangle BNH} = \frac{\sqrt{3}}{8}$.

$\because EE' = t$, 得 $S_{\text{矩形}EE'H'H} = EE' \cdot EH = t$.

又 $S = S_{\text{矩形}EE'H'H} - S_{\triangle BME} - S_{\triangle BNH}$,

$\therefore S = t - \frac{\sqrt{3}}{4}$, 其中 t 的取值范围是 $\frac{\sqrt{3}}{2} < t \leq \sqrt{3}$.

② $\frac{\sqrt{3}}{16} \leq S \leq \sqrt{3}$.

(25) (本小题 10 分)

解: (I) ① 由 $b = -2$, $c = 3$, 得抛物线的解析式为 $y = -x^2 - 2x + 3$.

$\because y = -x^2 - 2x + 3 = -(x+1)^2 + 4$,

\therefore 点 P 的坐标为 $(-1, 4)$.

当 $y = 0$ 时, $-x^2 - 2x + 3 = 0$, 解得 $x_1 = -3$, $x_2 = 1$. 又点 A 在点 B 的左侧,

\therefore 点 A 的坐标为 $(-3, 0)$.

② 过点 M 作 $ME \perp x$ 轴于点 E , 与直线 AC 相交于点 F .

\because 点 $A(-3, 0)$, 点 $C(0, 3)$,

$\therefore OA = OC$. 可得 $\text{Rt}\triangle AOC$ 中, $\angle OAC = 45^\circ$.

$\therefore \text{Rt}\triangle AEF$ 中, $EF = AE$.

∵ 抛物线 $y = -x^2 - 2x + 3$ 上的点 M 的横坐标为 m ，其中 $-3 < m < -1$ ，

∴ 点 $M(m, -m^2 - 2m + 3)$ ，点 $E(m, 0)$ 。

得 $EF = AE = m - (-3) = m + 3$ 。即点 $F(m, m + 3)$ 。

∴ $FM = (-m^2 - 2m + 3) - (m + 3) = -m^2 - 3m$ 。

Rt△ FMN 中，可得 $\angle MFN = 45^\circ$ 。

∴ $FM = \sqrt{2}MN$ ，又 $MN = \sqrt{2}$ ，

得 $FM = 2$ ，即 $-m^2 - 3m = 2$ 。解得 $m_1 = -2$ ， $m_2 = -1$ （舍）。

∴ 点 M 的坐标为 $(-2, 3)$ 。

(II) ∵ 点 $A(-c, 0)$ 在抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 上，其中 $c > 1$ ，

∴ $-c^2 - bc + c = 0$ 。得 $b = 1 - c$ 。

∴ 抛物线的解析式为 $y = -x^2 + (1 - c)x + c$ 。

得点 $M(m, -m^2 + (1 - c)m + c)$ ，其中 $-c < m < \frac{1 - c}{2}$ 。

∵ $y = -x^2 + (1 - c)x + c = -(x - \frac{1 - c}{2})^2 + \frac{(1 + c)^2}{4}$ ，

∴ 顶点 P 的坐标为 $(\frac{1 - c}{2}, \frac{(1 + c)^2}{4})$ ，对称轴为直线 $l: x = \frac{1 - c}{2}$ 。

过点 M 作 $MQ \perp l$ 于点 Q ，则 $\angle MQP = 90^\circ$ ，点 $Q(\frac{1 - c}{2}, -m^2 + (1 - c)m + c)$ 。

由 $MP \parallel AC$ ，得 $\angle PMQ = 45^\circ$ 。于是 $MQ = QP$ 。

∴ $\frac{1 - c}{2} - m = \frac{(1 + c)^2}{4} - [-m^2 + (1 - c)m + c]$ 。

即 $(c + 2m)^2 = 1$ 。解得 $c_1 = -2m - 1$ ， $c_2 = -2m + 1$ （舍）。

同 (I)，过点 M 作 $ME \perp x$ 轴于点 E ，与直线 AC 相交于点 F ，

则点 $E(m, 0)$ ，点 $F(m, -m - 1)$ ，点 $M(m, m^2 - 1)$ 。

∴ $AN + 3MN = AF + FN + 3MN = \sqrt{2}EF + 2\sqrt{2}FM = 9\sqrt{2}$ ，

∴ $\sqrt{2}(-m - 1) + 2\sqrt{2}(m^2 - 1 + m + 1) = 9\sqrt{2}$ 。

即 $2m^2 + m - 10 = 0$ 。解得 $m_1 = -\frac{5}{2}$ ， $m_2 = 2$ （舍）。

∴ 点 M 的坐标为 $(-\frac{5}{2}, \frac{21}{4})$ 。