

江西省2023年初中学业水平考试

数学试题卷

一、单项选择题（本大题共6小题，每小题3分，共18分）

在每个小题列出的四个备选项中只有一项是最符合题目要求的，请将其代码填涂在答题卡相应位置。错选、多选或未选均不得分。

1. 下列各数中，正整数是（ A ）

- A. 3 B. 2.1 C. 0 D. -2

解析：本小题考查学生实数的分类，四个选项中只有A是正整数，所以答案是A.

2. 下列图形中，是中心对称图形的是（ B ）



A



B



C



D

解析：本小题考查学生对中心对称图形的了解，把一个图形绕着某一个点旋转 180° ，如果旋转后的图形能够与原来的图形重合，那么这个图形叫做中心对称图形。显然四个选项中只有B是中心对称图形，所以答案是B.

3. 若 $\sqrt{a-4}$ 有意义，则 a 的值可以是（ D ）

- A. -1 B. 0 C. 2 D. 6

解析：本小题考查学生二次根式有意义的条件——被开方数是非负数。故需满足 $a - 4 \geq 0$, 即 $a \geq 4$, 显然四个选项中只有D是满足要求的, 所以答案是D.

4. 计算 $(2m^2)^3$ 的结果为 (A)

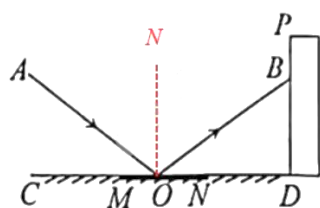
- A. $8m^6$ B. $6m^6$ C. $2m^6$ D. $2m^5$

解析：本小题考查学生对积的乘方的掌握。积的乘方, 等于把积中每个因式分别乘方, 再把所得的幂相乘。

$(2m^2)^3 = 2^3 \times (m^2)^3 = 8m^6$ 所以答案是A.

5. 如图, 平面镜 MN 放置在水平地面 CD 上, 墙面 $PD \perp CD$ 于点 D , 一束光线 AO 照射到镜面 MN 上, 反射光线为 OB , 点 B 在 PD 上, 若 $\angle AOC = 35^\circ$, 则 $\angle OBD$ 的度数为 (C)

- A. 35° B. 45° C. 55° D. 65°



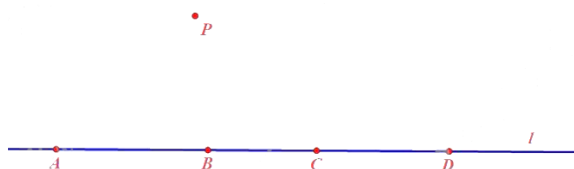
(第5题)

答案解析：作法线 $ON \perp MN$, 可得 $\angle AON = 90^\circ - \angle AOC = 55^\circ$,
根据光的反射定律: 反射角等于入射角可得, $\angle BON = \angle AON = 55^\circ$,
又 $PD \perp CD$, 可得 $ON \parallel BD$, $\therefore \angle OBD = \angle BON = 55^\circ$ 所以答案是C.

6. 如图, 点 A, B, C, D 均在直线 l 上, 点 P 在直线 l 外, 则经过其中任意三个点,

最多可画出圆的个数为（ D ）

- A. 3 个 B. 4 个 C. 5 个 D. 6 个



答案解析：根据不在同一直线上的三个点确定一个圆，再列举出 ABP 、 ACP 、 ADP 、 BCP 、 BDP 、 CDP 共六种情况即可求解.

所以答案是 D.

二、填空题(本大题共6小题，每小题3分，共18分)

7. 单项式 $-5ab$ 的系数为_____.

【答案】-5

【解析】 本题考查了单项式的系数的定义，单项式中的数字因数叫做这个单项式的系数。

8. 我国海洋经济复苏态势强劲，在建和新开工海上风电项目建设总规模约1800万千瓦；比上一年同期翻一番，将18000000用科学记数法表示应为_____.

【答案】 1.8×10^7

【解析】 科学记数法表示形式： $a \times 10^n$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 是整数。当原数的绝对值 ≥ 10 时， n 为正整数，且等于原数的整数位减1或将原数变为 a 时小数点向

左移动的位数。

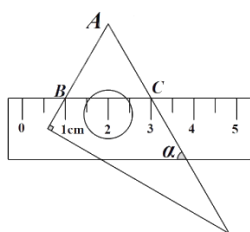
9. 化简: $(a+1)^2 - a^2 =$ _____.

【答案】 $2a+1$

【解析】 本题主要考查了完全平方公式和合并同类项。

解: $(a+1)^2 - a^2 = a^2 + 2a + 1 - a^2 = 2a + 1$

10. 将含 30° 角的直角三角板和直尺按如图所示的方式放置, 已知 $\angle \alpha = 60^\circ$, 点B, C对应的刻度分别为1cm, 3cm, 则线段AB的长为_____cm.



【答案】 2

【解析】 本题主要考查了平行线的性质、等边三角形的判定和性质。

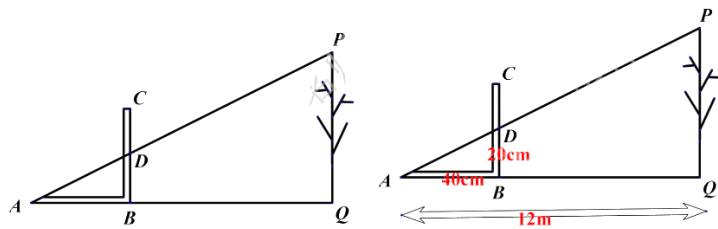
解: 如下图, 由题意可知 $BC = 3 - 1 = 2\text{cm}$, $\angle A = 60^\circ$, $BC \parallel DE$,

$\therefore \angle ACB = \angle \alpha = 60^\circ$, $\therefore \angle ABC = 60^\circ$,

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形, $\therefore AB = BC = 2\text{cm}$.

11. 《周髀算经》中记载了“偃矩以望高”的方法。“矩”在古代指两条边呈直角的曲尺(即图中的ABC)。“偃矩以望高”的意思是把“矩”仰立放, 可测量物体的高度。如图, 点A, B, Q在同一水平线上, $\angle ABC$ 和 $\angle AQP$ 均为直角, AP与BC

相交于点 D. 测得 AB=40cm, BD=20cm, AQ=12m, 则树高 PQ=_____m.

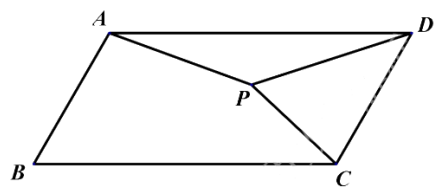


解析：如图所示，

$$\tan A = \frac{BC}{AB} = \frac{PQ}{AQ} \quad \text{即:} \quad \frac{20}{40} = \frac{PQ}{12}$$

$$\therefore PQ = 6\text{m}$$

12. 如图, 在▭ABCD 中, $\angle B=60^\circ$, $BC=2AB$, 将 AB 绕点 A 逆时针旋转角 ϑ ($0^\circ<\vartheta<360^\circ$) 得到 AP, 连接 PC, PD. 当 $\triangle PCD$ 为直角三角形时, 旋转角 ϑ 的度数为_____.



答案: 90° 或 180° 或 270° .

解析:

解: 点 P 的运动轨迹是以 A 为圆心 AB 长为半径的圆上, 连接 AC .

$$\because \angle B = 60^\circ, AB = \frac{1}{2}BC$$

$$\therefore \angle BAC = 90^\circ$$

(1) 如图: 当 $\angle P_1CD = 90^\circ$ 时, $\triangle P_1CD$ 为直角三角形

$$\because AB \parallel CD$$

$$\therefore \angle BAC = \angle P_1CD = 90^\circ$$

\therefore 点 P_1 在 AC 上

$$\therefore \alpha = 90^\circ$$

(2) 如图: 延长 CA 交圆 A 于点 P_2 , 即可求得: $\alpha = 270^\circ$

(3) 如图: 当 $\angle P_3DC = 90^\circ$ 时, 连接 AP_3

$$\because \angle ACD = \angle P_3DC = 90^\circ$$

$$\therefore AC \parallel P_3D$$

$$\therefore \angle BAC = \angle AP_3D = 90^\circ$$

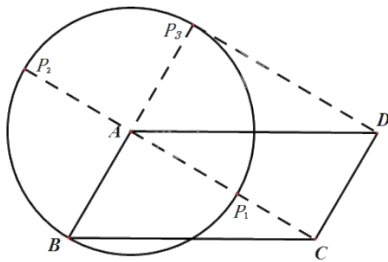
\therefore 四边形 $ACDP_3$ 为矩形

$$\therefore \angle AP_3D = 90^\circ$$

$$\text{即 } \angle BAP_3 = 180^\circ$$

$$\therefore \alpha = 180^\circ$$

综上所述: α 的度数为 90° 或 180° 或 270° .



三、解答题(本大题共5小题,每小题6分,共30分)

13. (1) 计算: $\sqrt[3]{8} + \tan 45^\circ - 3^0$

$$\text{解: 原式} = 2 + 1 - 1$$

$$= 2$$

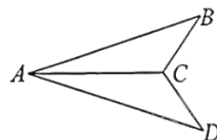
(2) 如图, $AB=AD$, AC 平分 $\angle BAD$. 求证: $\triangle ABC \cong \triangle ADC$.

证明: $\because AC$ 平分 $\angle BAD$

$$\therefore \angle BAC = \angle DAC$$

$$\text{又} \because AB=AD, AC=AC$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADC$$



14. 如图是 4×4 的正方形网格, 请仅用无刻度的直尺按要求完成以下作图 (保留作图痕迹).

(1) 在图1中作锐角 $\triangle ABC$, 使点 C 在格点上;

(2) 在图2中的线段 AB 上作点 Q , 使 PQ 最短.

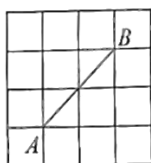


图 1

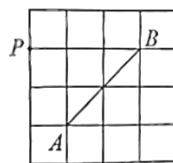


图 2

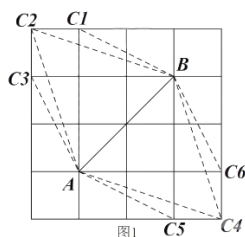


图1

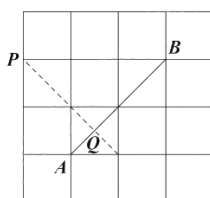


图2

(1) 如图 1 所示, $\triangle ABC$ 即为所求

(2) 如图 2 所示, 点 Q 为所求

15. 化简 $\left(\frac{x}{x+1} + \frac{x}{x-1}\right) \cdot \frac{x^2-1}{x}$, 下面是甲、乙两同学的部分运算过程:



$$\text{解: 原式} = \left[\frac{x(x-1)}{(x+1)(x-1)} + \frac{x(x+1)}{(x-1)(x+1)} \right] \cdot \frac{x^2-1}{x}$$

$$\text{解: 原式} = \frac{x}{x+1} \cdot \frac{x^2-1}{x} + \frac{x}{x-1} \cdot \frac{x^2-1}{x}$$



(1) 甲同学解法的依据是_____, 乙同学解法的依据是_____ ; (填序号)

①等式的基本性质; ②分式的基本性质; ③乘法分配律; ④乘法交换律.

(2) 请选择一种解法, 写出完整的解答过程.

(1) ②, ③

(2) 甲同学解法

$$\begin{aligned} \text{解: 原式} &= \left[\frac{x(x-1)}{(x+1)(x-1)} + \frac{x(x+1)}{(x-1)(x+1)} \right] \cdot \frac{x^2-1}{x} \\ &= \frac{x(x-1) + x(x+1)}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{x^2-1}{x} \\ &= \frac{2x^2}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{(x+1)(x-1)}{x} \\ &= 2x \end{aligned}$$

乙同学解法

$$\begin{aligned}\text{解： 原式} &= \frac{x}{x+1} \cdot \frac{x^2-1}{x} + \frac{x}{x-1} \cdot \frac{x^2-1}{x} \\ &= \frac{x}{x+1} \cdot \frac{(x+1)(x-1)}{x} + \frac{x}{x-1} \cdot \frac{(x+1)(x-1)}{x} \\ &= x-1+(x+1) \\ &= 2x\end{aligned}$$

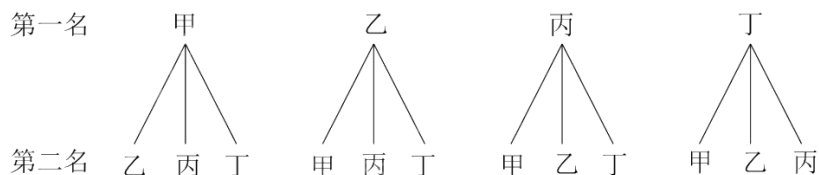
16. 为了弘扬雷锋精神，某校组织“学雷锋，争做新时代好少年”的宣传活动. 根据活动要求，每班需要2名宣传员. 某班班主任决定从甲、乙、丙、丁4名同学中随机选取2名同学作为宣传员. (1) “甲、乙同学都被选为宣传员”是事件；(填“必然”、“不可能”或“随机”)

(2) 请用画树状图法或列表法，求甲、丁同学都被选为宣传员的概率.

解：(1) 随机；

(2)

解：根据题意，可以画出如下的树状图：



由树状图得，共有12种等可能性结果，甲、丁同学都被选为宣传员的结果有2种.

$$P(\text{甲、丁同学都被选为宣传员}) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}.$$

17. 如图，已知直线 $y=x+b$ 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象交于点 $A(2, 3)$ ，与 y 轴交于点 B ，过点 B 作 x 轴的平行线交反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象于点 C 。

- (1) 求直线 AB 和反比例函数图象的表达式； (2) 求 $\triangle ABC$ 的面积。



【分析】(1) 根据直线 $y=x+b$ 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象交于点 $A(2, 3)$ ，根据待定系数法即可求得各自的解析式；

(2) 过点 A 作 $AH \perp BC$ ，垂足为 H 。根据题意求得 C 的坐标，根据面积公式即可求得 $\triangle ABC$ 的面积。

【解答】解：(1) \because 直线 $y=x+b$ 与反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象交于点 $A(2, 3)$ ，

$$\therefore \text{当 } y=3 \text{ 时, } x=2. \quad \therefore b=1, k=6$$

\therefore 直线 AB 的表达式为 $y=x+1$ ；反比例函数的解析式为 $y=\frac{6}{x}(x>0)$ 。

(2) 由题可求 $B(0, 1)$ \because 点 C 在反比例函数 $y=\frac{6}{x}(x>0)$ 图象上，且 $BC \parallel x$ 轴，

\therefore 点 C 纵坐标为 1。把 $y=1$ 代入 $y=\frac{6}{x}$ ，得 $x=6$ 。

\therefore 点 C 坐标为 $(6, 1)$ ， $\therefore BC=6$

$\because A(2, 3) \therefore AH=2$ ， $\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AH = \frac{1}{2} \times 6 \times 2 = 6$ ， $\therefore S_{\triangle ABC}=6$ 。

【点评】本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题，待定系数法求一次函数和反比例函数解析式，三角形的面积等．求得点 C 坐标是解题的关键．

四、解答题(本大题共3小题,每小题8分,共24分)

18. 今年植树节, 某班同学共同种植一批树苗, 如果每人种3棵, 则剩余20棵; 如果每人种4棵, 则还缺25棵.

(1) 求设该班的学生人数;

(2) 这批树苗只有甲、乙两种, 其中甲树苗每棵30元, 乙树苗每棵40元. 购买这批树苗的总费用没有超过5400元, 请问?

解: (1) 设该班的学生人数为 x 人

$$3x+20=4x-25$$

解得 $x=45$

答: 该班的学生人数为 45 人

(2) 由上问可知树苗总数为: $3 \times 45 + 20 = 155$.

设至少购买了甲树苗 x 棵,

$$30x+40(155-x) \leq 5400$$

解得: $x \geq 80$

答: 至少购买了甲树苗 80 棵

19. 图1是某红色文化主题公园内的雕塑，将其抽象成如图2所示的示意图，已知点B, A, D, E均在同一直线上, $AB=AC=AD$, 测得 $\angle B=55^\circ$, $BC=1.8\text{m}$, $DE=2\text{m}$. (结果保留小数点后一位)

(1) 连接CD, 求证: $DC \perp BC$;

(2) 求雕塑的高(即点E到直线BC的距离).

(参考数据: $\sin 55^\circ \approx 0.82$, $\cos 55^\circ \approx 0.57$, $\tan 55^\circ \approx 1.43$)

解: (1) $\because AB = AC = AD$

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB, \angle ACD = \angle ADC$$

$$\because \text{在} \triangle BCD \text{ 中}, \angle B + \angle BCD + \angle BDC = 180^\circ$$

$$\therefore 2\angle ACB + 2\angle ACD = 180^\circ$$

$$\therefore \angle ACB + \angle ACD = 90^\circ$$

$$\therefore DC \perp CB$$

(2) 过点E作 $EF \perp BC$, 交BC于F

$$\because \angle B = 55^\circ, BC = 1.8\text{m}, DE = 2\text{m}$$

$$\therefore \text{在 Rt} \triangle BCD, \cos \angle B = \frac{BC}{BD} = \frac{1.8}{BD}$$

$$\therefore BD = \frac{1.8}{\cos \angle B} \approx \frac{1.8}{0.57} \approx 3.16\text{m}$$

$$\therefore BE = 3.16 + 2 = 5.16\text{m}$$

$$\therefore \text{在 Rt} \triangle BEF, \sin \angle B = \frac{EF}{BE}$$

$$\therefore EF = BE \times \sin \angle B \approx 5.16 \times 0.82 \approx 4.2\text{m}$$

\therefore 雕塑的高(即点E到直线BC的距离)为 4.2m



图 1

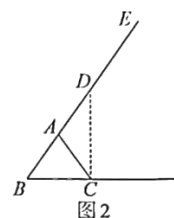
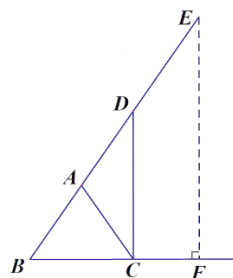


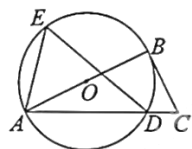
图 2



20. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=4$, $\angle C=64^\circ$, 以 AB 为直径的 $\odot O$ 与 AC 相交于点 D , E 为 \widehat{ABD} 上一点, 且 $\angle ADE=40^\circ$.

(1) 求 \widehat{BE} 的长;

(2) 若 $\angle EAD=76^\circ$, 求证: CB 为 $\odot O$ 的切线.



解: (1) 连接 BE 、 OE

$$\because \angle ADE = 40^\circ$$

$$\therefore \angle EBA = 40^\circ$$

$\because AB$ 为直径

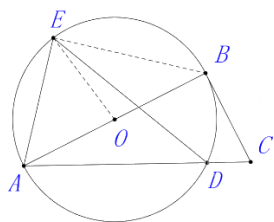
$$\therefore \angle AEB = 90^\circ$$

$$\therefore \angle EAB = 50^\circ$$

$$\therefore \angle EOB = 100^\circ$$

$$\because AB=4 \therefore OB = 2$$

$$\therefore \widehat{BE} = \frac{100\pi \cdot OB}{180} = \frac{10\pi}{9}$$



$$(2) \because \angle EAD = 76^\circ, \angle EAB = 50^\circ$$

$$\therefore \angle BAC = 26^\circ$$

$$\therefore \angle C = 64^\circ$$

$$\therefore \angle ABC = 180^\circ - \angle BAC - \angle C = 180^\circ - 26^\circ - 64^\circ = 90^\circ$$

\therefore 点 B 在圆上

\therefore CB 为 $\odot O$ 的切线

五、解答题(本大题共2小题,每小题9分,共18分)

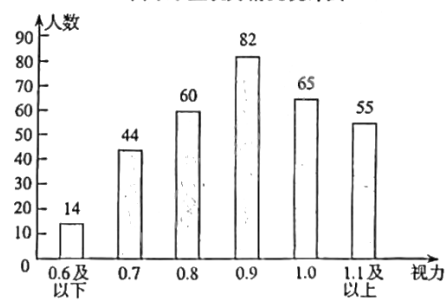
21. 为了解中学生的视力情况,某区卫健部门决定随机抽取本区部分初、高中学生进行调查,并对他们的视力数据进行了整理,得到如下统计表和统计图.

整理描述

初中学生视力情况统计表

视力	人数	百分比
0.6及以下	8	4%
0.7	16	8%
0.8	28	14%
0.9	34	17%
1.0	m	34%
1.1及以上	46	n
合计	200	100%

高中学生视力情况统计图



(1) $m =$ _____, $n =$ _____;

(2) 被调查的高中学生视力情况的样本容量为_____;

分析处理

(3) ①小胡说:“初中学生的视力水平比高中学生的好.”请你对小胡的说法进

行判断，并选择一个能反映总体的统计量说明理由；

②约定：视力未达到1.0为视力不良．若该区有26000名中学生，估计该区有多少名中学生视力不良？并对视力保护提出一条合理化建议．

【分析】（1）可以利用被调查总人数乘以视力 1.0 的学生数所占百分比求出 m ，利用视力 1.1 以上的人数除以被调查总人数求出 n

（2）高中调查统计图，所有人数求和即可．

（3）①根据初高中学生视力的中位数或众数说明即可；

②利用视力在 1.0 以下的学生所占比例乘以该区中学生人数计算即可，建议只要言之有理即可．

解：（1）视力 1.0 的学生数为： $m = 200 \times 34\% = 68$

视力 1.1 以上的人数所占百分比是： $n = \frac{46}{200} \times 100\% = 23\%$

故答案是： $m = 68$ ， $n = 23\%$

（2）被调查的高中学生视力情况的样本容量为： $14 + 44 + 6082 + 65 + 55 = 320$

（3）①小胡说的说法正确，理由如下：

初中生的视力中位数是 1.0，高中生视力的中位数是 0.9，

（初中生的视力众数是 1.0，高中生视力的众数是 0.9）

∴初中学生的视力水平比高中学生的好．

② $\left(1 - \frac{68 + 46 + 65 + 55}{200 + 320}\right) \times 26000 = 14300$ （名）

∴该区有14300名中学生视力不良，

对视力保护提出的建议是：坚持做眼保健操，加强体育锻炼，养成正确的阅读习

惯，保护个人视力。（言之有理即可）

【点睛】本题考查统计表和条形统计图，利用样本估计总体情况，用适当的统计量描述调查情况，根据数据做决策等知识，解题的关键是仔细审题，读懂统计图表，掌握相关基础知识.

22. 课本再现

思考

我们知道，菱形的对角线互相垂直. 反过来，对角线互相垂直的平行四边形是菱形吗？

可以发现并证明菱形的一个判定定理：

对角线互相垂直的平行四边形是菱形.

定理证明

(1) 为了证明该定理，小明同学画出了图形(如图1)，并写出了“已知”和“求证”，请你完成证

明过程.

已知：在□ABCD中，对角线 $BD \perp AC$ ，垂足为O.

求证: $\square ABCD$ 是菱形.

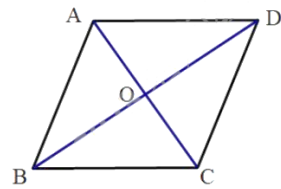


图1

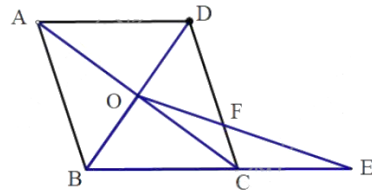


图2

知识应用

(2) 如图2, 在 $\square ABCD$ 中, 对角线 AC 和 BD 相交于点 O , $AD=5$, $AC=8$, $BD=6$.

① 求证: $\square ABCD$ 是菱形;

② 延长 BC 至点 E , 连接 OE 交 CD 于点 F , 若 $\angle E = \frac{1}{2} \angle ACD$, 求 $\frac{OF}{EF}$ 的值。

(1) 证明: \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$$\therefore AO=CO, BO=DO,$$

$$\because AC \perp BD, \text{垂足为 } O,$$

$$\therefore AB=AD.$$

\therefore 平行四边形 $ABCD$ 是菱形.

(2) ① 证明: \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 且 $AC=8$, $BD=6$,

$$\therefore AO=4, DO=3,$$

$$\because AD=5,$$

$$\therefore AD^2 = AO^2 + DO^2.$$

$\therefore \triangle AOD$ 是直角三角形.

$$\therefore AC \perp BD.$$

又 \because 四边形 $ABCD$ 为平行四边形,

\therefore 四边形 $ABCD$ 为菱形.

②过点 O 作 $OG \parallel BC$ 交 CD 于点 G , 由题意及 (2) ①易知菱形 $ABCD$ 中, $AC \perp BD$,

$BO=3$, $CO=4$, $BC=5$, AC 平分 $\angle BCD$, $OG = \frac{1}{2}BC = \frac{5}{2}$,

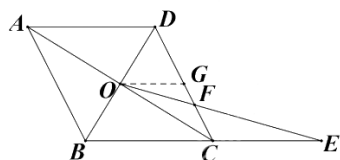


图2

\therefore 在菱形 $ABCD$ 中, AC 平分 $\angle BCD$,

$\therefore \angle BCO = \angle OCD = \frac{1}{2} \angle BCD$,

$\therefore \angle E = \frac{1}{2} \angle ACD = \frac{1}{2} \angle OCD$, $\angle BCO = \angle E + \angle COE$,

$\therefore \angle BCO = 2\angle E$, $\angle BCO = \angle E + \angle COE$,

$\therefore \angle E = \angle COE$,

$\therefore CE = OC = 4$,

$\therefore OG \parallel BC$,

$\therefore \triangle OFG \sim \triangle EFC$,

$\therefore \frac{OG}{EC} = \frac{OF}{EF}$,

$\therefore \frac{\frac{5}{2}}{4} = \frac{OF}{EF}$,

$\therefore \frac{OF}{EF} = \frac{5}{8}$.

六、解答题(本大题共 12 分)

23. 综合与实践

问题提出

某兴趣小组开展综合实践活动：在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， D 为 AC 上一点， $CD=\sqrt{2}$. 动点 P 以每秒 1 个单位的速度从 C 点出发，在三角形边上沿 $C\rightarrow B\rightarrow A$ 匀速运动，到达点 A 时停止，以 DP 为边作正方形 $DPEF$ ，设点 P 的运动时间为 t s，正方形 $DPEF$ 的面积为 S ，探究 S 与 t 的关系.

初步感知

(1) 如图 1，当点 P 由点 C 运动到点 B 时，

- ①当 $t=1$ 时， $S=$ _____；
- ② S 关于 t 的函数解析式为_____；

(2) 当点 P 由点 B 运动到点 A 时，经探究发现 S 是关于 t 的二次函数，并绘制成如图 2 所示的图象. 请根据图象信息，求 S 关于 t 的函数解析式及线段 AB 的长.

延伸探究

(3) 若存在 3 个时刻 t_1, t_2, t_3 ($t_1 < t_2 < t_3$) 对应的正方形 $DPEF$ 的面积均相等.

- ① $t_1+t_2=$ _____；
- ②当 $t_3=4t_1$ 时，求正方形 $DPEF$ 的面积.

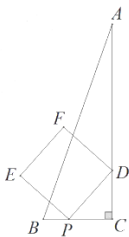


图 1

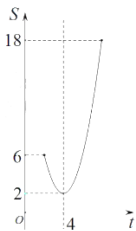


图 2

解析：(1) ① 当 $t=1$ 时，

$$\because \text{点 } P \text{ 的运动速度为 } 1, \therefore CP=1 \times 1=1,$$

$$\because CD=\sqrt{2},$$

$$\therefore PD^2=CD^2+CP^2=3,$$

$$\therefore S=PD^2=3.$$

② 当点 P 在 BC 上运动时，

$$\because \text{点 } P \text{ 的运动速度为 } 1, \text{ 运动时间为 } t, \therefore CP=1 \times t = t,$$

$$\therefore PD^2=CD^2+CP^2=t^2+2,$$

$$\text{即 } S=t^2+2.$$

(2) 当点 P 运动到点 B 时，由图 2 知： $S=6$ ，

$$\therefore t^2+2=6, \therefore t=2,$$

由图 2 知：二次函数顶点坐标为 $(2, 6)$ ，

$$\therefore \text{可设 } S=a(t-4)^2+2$$

把 $(2, 6)$ 代入，得 $a=1$ ，

$$\therefore S=(t-4)^2+2=t^2-8t+18.$$

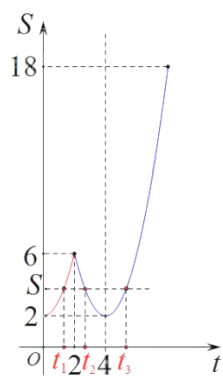
当 $S=18$ 时，

$$t^2-8t+18=18,$$

$$\therefore t_1=0 \text{ (舍去)}, t_2=8,$$

$$\therefore AB=(8-2) \times 1=6.$$

(3) ① 如图，当 $2 < S < 6$ 时，存在 t_1, t_2, t_3 ($t_1 < t_2 < t_3$) 对应的正方形 $DPEF$ 的面积均相等.



由图象的对称性知： $t_2=4-t_1$ ， $\therefore t_1+t_2=4$ ；

$$\textcircled{2} \because t_3=8-t_2=4+t_1,$$

$$\therefore 4t_1=4+t_1,$$

$$\therefore t_1=\frac{4}{3},$$

$$\therefore S=(\frac{4}{3})^2+2=\frac{34}{9}.$$

\therefore 正方形 $DPEF$ 的面积是 $\frac{34}{9}$.