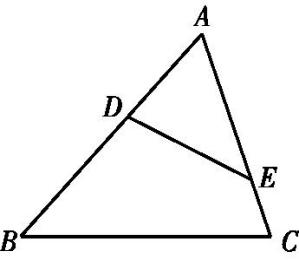
**《第二十七章　相似》专项拓展训练（一）**

**专项 相似三角形的常见模型**

**类型1 A型及其变形**

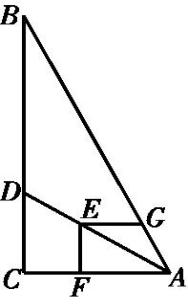
1. [2021河北石家庄二十七中月考]如图,在△*ABC*中,点*D*,*E*分别在边*AB*,*AC*上,下列条件中不能判定△*ADE*∽△*ACB*的是(　　)



A.∠*AED=*∠*ABC* B.∠*ADE=*∠*ACB*

C.*=* D.*=*

2. [2021辽宁省实验中学月考]如图,在**R**t△*ABC*中,∠*ACB=*90°,*AC=*6,*BC=*12,点*D*在边*BC*上,点*E*在线段*AD*上,*EF*⊥*AC*于点*F*,*EG*⊥*EF*交*AB* 于点*G*,若*EF=EG*,则*CD*的长为.



3.【基础巩固】(1)如图1,在△*ABC*中,点*D*为*AB*上一点,∠*ACD=*∠*B*.求证:*AC*2*=AD*·*AB*.

【尝试应用】(2)如图2,在▱*ABCD*中,点*E*为*BC*上一点,点*F*为*CD*延长线上一点,∠*BFE*

*=*∠*A*.若*BF=*4,*BE=*3,求*AD*的长.

【拓展提高】(3)如图3,在菱形*ABCD*中,点*E*是*AB*上一点,点*F*是△*ABC*内一点,*EF*∥

*AC*,*AC=*2*EF*,∠*EDF=*∠*BAD*,*AE=*2,*DF=*5,求菱形*ABCD*的边长.

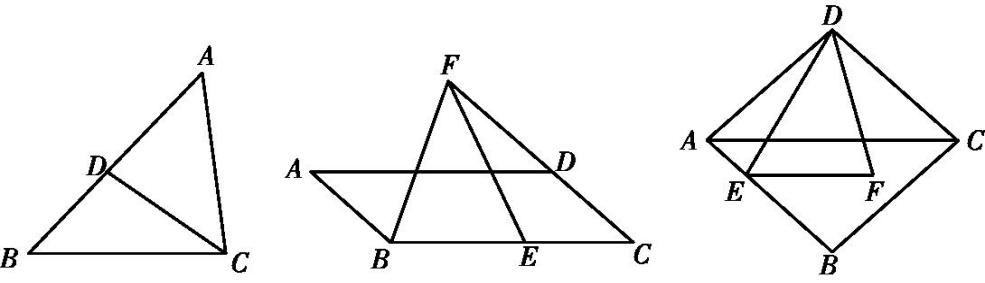
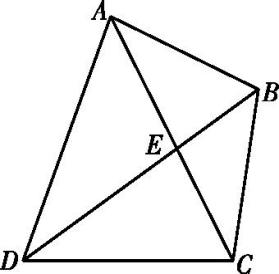


图1图2图3

**类型2　8型及其变形**

4. 如图,在四边形*ABCD*中,对角线*AC*,*BD*相交于点*E*,且∠*ABD=*∠*ACD*.



求证:

(1)*=*;

(2)∠*DAC=*∠*CBD*.

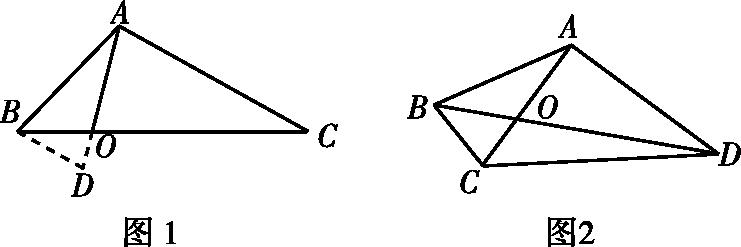
5. [2020河南郑州外国语中学期中](1)某学校“智慧方园”数学社团遇到这样一个题目:

如图1,在△*ABC*中,点*O*在线段*BC*上,∠*BAO=*30°,∠*OAC=*75°,*AO=*3,*BO*∶*CO=*1∶3,求*AB*的长.

经过社团成员讨论发现,过点*B*作*BD*∥*AC*,交*AO*的延长线于点*D*,通过构造△*ABD*可以解决问题(如图1).请你帮助社团求出*AB*的长.

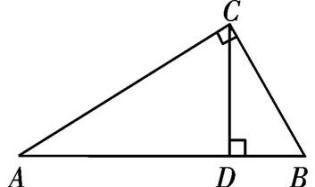
(2)请参考(1)中思路,解决如下问题:

如图2,在四边形*ABCD*中,对角线*AC*与*BD*相交于点*O*,*AC*⊥*AD*,*AO=*3,∠*ABC=*∠*ACB=*75°,*BO*∶*OD=*1∶3,求*DC*的长.



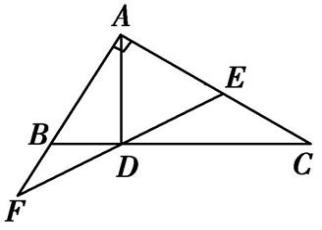
**类型3　双垂直型**

6. 如图,已知**R**t△*ABC*中,∠*ACB=*90°,*CD*⊥*AB*于点*D*,则图中相似的三角形有(　　)



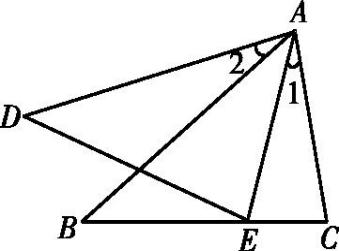
A.0对 B.1对 C.2对 D.3对

7. 如图,∠*BAC=*90°,*AD*⊥*BC*于点*D*,*AE=EC*,*ED*的延长线交*AB*的延长线于点*F*.求证:*=*.



**类型4　手拉手型**

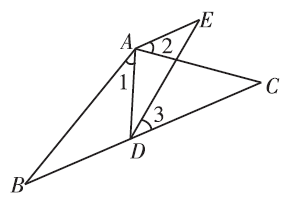
8. [2021河北石家庄期末]如图,已知∠1*=*∠2,那么添加一个条件后,仍不能判定△*ABC*与△*ADE*相似的是(　　)



A.∠*C=*∠*AED*  B.∠*B=*∠*D*

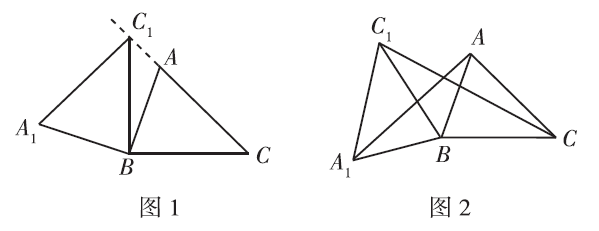
C.*=* D.*=*

9. 如图,在△*ABC*与△*ADE*中,*D*在*BC*上,∠1*=*∠2*=*∠3.若*AB=*4,*AD=*2,*AC=*3,则*AE*的长为()



A. B. C.2 D.

10. [2022河北唐山路北区二模]在锐角三角形*ABC*中,∠*ACB=*45°,将△*ABC*绕点*B*按逆时针方向旋转,得到△*A*1*BC*1.

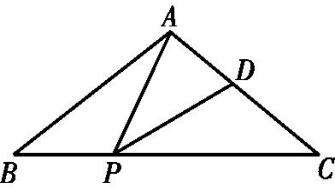


(1)如图1,当点*C*1在线段*CA*的延长线上时,求∠*CC*1*A*1的度数;

(2)如图2,连接*AA*1,*CC*1,求证:△*CBC*1∽△*ABA*1.

**类型5　一线三等角型(K型)**

11. [2021四川遂宁期中]如图,在△*ABC*中,*AB=AC*,点*P*,*D*分别是*BC*,*AC*边上的点,且∠*APD=*∠*B*.



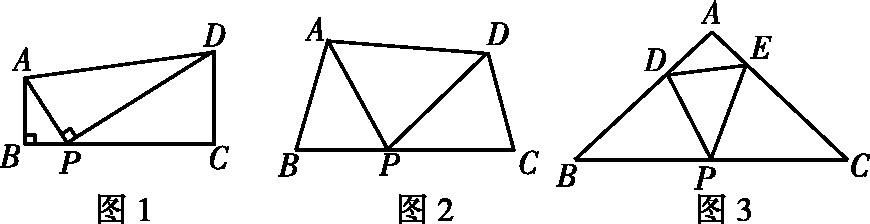
(1)求证:△*ABP*∽△*PCD*.

(2)若*AB=*10,*BC=*12,当*PD*∥*AB*时,求*BP*的长.

12. (1)如图1,在四边形*ABCD*中,*AB*∥*CD*,点*P*在*BC*上,∠*B=*∠*APD=*90°,求证:△*ABP*∽△*PCD*.

(2)探究:如图2,在四边形*ABCD*中,点*P*在边*BC*上,当∠*B=*∠*C=*∠*APD*时,求证:△*ABP*∽△*PCD*.

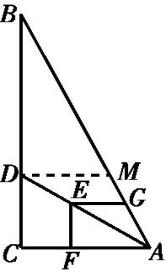
(3)应用:如图3,在△*ABC*中,点*P*是边*BC*的中点,点*D*,*E*分别在边*AB*,*AC*上,若∠*B=*∠*C=*∠*DPE=*45°,*BC=*8,*CE=*6,求*DE*的长.



**参考答案**

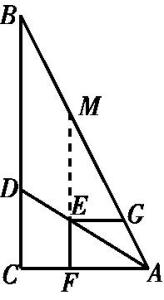
1*.*C【解析】A项,∵∠*AED=*∠*ABC*,∠*A=*∠*A*,∴△*ADE*∽△*ACB*,故A不合题意;B项,∵∠*ADE* *=* ∠*ACB*,∠*A=*∠*A*,∴△*ADE*∽△*ACB*,故B不合题意;D项,∵*=*,∠*A=*∠*A*,∴△*ADE*∽△*ACB*,故D不合题意.

2.4【解析】解法一如图,过点*D*作*DM*⊥*BC*交*AB*于点*M*,易知*DM*∥*EG*,*DC*∥*EF*,所以△*AEG*∽△*ADM*,△*AFE*∽△*ACD*,所以*=*,*=*,所以*=*,因为*EG=EF*,所以*DC=DM*,设*CD=x*,则*DM=x*,因为∠*ACB=*90°,*DM*⊥*BC*,所以*DM*∥*AC*,所以△*BDM*∽△*BCA*,所以*=*,即*=*,解得*x=*4.



解法二如图,延长*FE*交*AB*于点*M*,则**R**t△*EMG*∽**R**t△*CBA*,∴*===*2,∵*EF=EG*,∴*=*2.易得*=*,*=*,∴*=*,∴*==*2,∴*CD=BC*

*=*×12*=*4.



3.【分析】(1)先证明△*ADC*∽△*ACB*,得到对应边成比例,再由比例的性质即可证明;(2)结合平行四边形的性质得到∠*A=*∠*C*,通过证明△*BFE*∽△*BCF*,得到对应边成比例,进一步求解即可;(3)分别延长*EF*,*DC*相交于点*G*,通过证明△*EDF*∽△*EGD*,得到*DE*,*EF*,*EG*的数量关系,然后结合*EG=AC=*2*EF*,得到*DE*,*EF*的数量关系,根据*=*,求出*DG*的长,进而求得*DC*的长.

【解析】(1)∵∠*ACD=*∠*B*,∠*A=*∠*A*,∴△*ADC*∽△*ACB*,

∴*=*,∴*AC*2*=AD*·*AB*.

(2)∵四边形*ABCD*是平行四边形,∴*AD=BC*,∠*A=*∠*C*.

又∠*BFE=*∠*A*,∴∠*BFE=*∠*C*.

又∠*FBE=*∠*CBF*,∴△*BFE*∽△*BCF*,∴*=*,

∴*BC==*,∴*AD=BC=*.

(3)如图,分别延长*EF*,*DC*相交于点*G*.

∵四边形*ABCD*是菱形,

∴*AB*∥*DC*,∠*BAC=*∠*BAD*.

又*AC*∥*EF*,∴四边形*AEGC*为平行四边形,

∴*AC=EG*,*CG=AE*,∠*EAC=*∠*G*.

∵∠*EDF=*∠*BAD*,∴∠*EDF=*∠*BAC*,∴∠*EDF=*∠*G*.

又∠*DEF=*∠*GED*,∴△*EDF*∽△*EGD*,∴*==*,

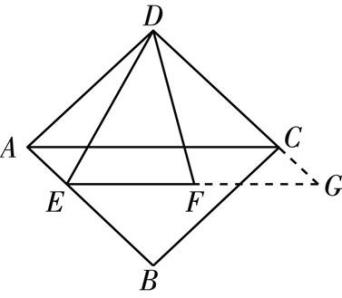
∴*DE*2*=EF*·*EG*.

又*EG=AC=*2*EF*,∴*DE*2*=*2*EF*2,∴*DE=EF*.

又*==*,∴*DG=DF=*5,

∴*DC=DG*-*CG=*5-2,

即菱形*ABCD*的边长为5-2.



4.【解析】 (1)∵∠*ABD=*∠*ACD*,∠*AEB=*∠*DEC*,

∴△*ABE*∽△*DCE*,∴*=*.

(2)∵*=*,∴*=*.

又∠*AED=*∠*BEC*,∴△*ADE*∽△*BCE*,

∴∠*DAC=*∠*CBD*.

5.【解析】(1)∵*BD*∥*AC*,∴∠*ADB=*∠*OAC=*75°.

又∠*BOD=*∠*COA*,∴△*BOD*∽△*COA*,∴*==*.

∵*AO=*3,∴*OD=AO=*,∴*AD=AO*+*OD=*4.

∵∠*BAD=*30°,∠*ADB=*75°,

∴∠*ABD=*180°-∠*BAD*-∠*ADB=*75°*=*∠*ADB*,

∴*AB=AD=*4.

(2)过点*B*作*BE*∥*AD*交*AC*于点*E*.

∵*AC*⊥*AD*,*BE*∥*AD*,∴∠*DAC=*∠*BEA=*90°.

∵∠*AOD=*∠*EOB*,∴△*AOD*∽△*EOB*,∴*==*.

∵*BO*∶*OD=*1∶3,∴*==*.

∵*AO=*3,∴*EO=*,∴*AE=*4.

∵∠*ABC=*∠*ACB=*75°,

∴∠*BAC=*30°,*AB=AC*,∴*AB=*2*BE*.

在**R**t△*AEB*中,*BE*2+*AE*2*=AB*2,即*BE*2+(4)2*=*(2*BE*)2,

∴*BE=*4,∴*AB=AC=*8,*AD=*3*BE=*12.

在**R**t△*CAD*中,*AC*2+*AD*2*=CD*2,即82+122*=CD*2,∴*CD=*4.

6.D【解析】*CD*⊥*AB*,∴∠*BDC=*∠*ADC=*90°,∴∠*ACD*+∠*A=*90°,∠*BCD*+∠*B=*90°.

∵∠*ACB=*90°,∴∠*BCD*+∠*ACD=*90°,∠*ACB=*∠*BDC=*∠*ADC*,∴∠*BCD=*∠*A*,∠*ACD=*∠*B*,

∴△*ADC*∽△*CDB*,△*CDB*∽△*ACB*,△*ADC*∽△*ACB*.∴题图中相似的三角形有3对.

7.【解析】∵*AD*⊥*BC*,∴∠*ADC=*90°.

∵*AE=CE*,∴*DE*是**R**t△*ACD*斜边的中线,

∴*DE=CE*,∴∠*C=*∠*EDC*,∴∠*BDF=*∠*C*.

∵∠*BAD*+∠*ABD=*90°,∠*C*+∠*ABD=*90°,

∴∠*BAD=*∠*C*,∴∠*BDF=*∠*BAD*,

又∠*F=*∠*F*,∴△*DBF*∽△*ADF*,∴*=*.

∵∠*ADB=*∠*CDA*,∠*BAD=*∠*C*,

∴**R**t△*ABD*∽**R**t△*CAD*,∴*=*.

∴*=*.

8.C【解析】∵∠1*=*∠2,∴∠*DAE=*∠*BAC*.A项,∵∠*DAE=*∠*BAC*,∠*C=*∠*AED*,

∴△*ABC*∽△*ADE*;B项,∵∠*DAE=*∠*BAC*,∠*B=*∠*D*,∴△*ABC*∽△*ADE*;C项,由*=*无法判定△*ABC*与△*ADE*相似;D项,∵*=*,∠*DAE=*∠*BAC*,∴△*ABC*∽△*ADE*.

9.B【解析】由∠2*=*∠3,易得∠*E=*∠*C*.∵∠*DAE=*∠*DAC*+∠2,∠*BAC=*∠*DAC*+∠1,

∠1*=*∠2,∴∠*DAE=*∠*BAC*,∴△*ADE*∽△*ABC*,∴*=*.∵*AB=*4,*AD=*2,*AC=*3,∴*=*,∴*AE=*.

10.【解析】(1)由旋转的性质可得,∠*A*1*C*1*B=*∠*ACB=*45°,*BC*1*=BC*,

∴∠*BC*1*C=*∠*C=*45°.

∴∠*CC*1*A*1*=*∠*A*1*C*1*B*+∠*BC*1*C=*45°+45°*=*90°.

(2)由旋转的性质可知,∠*CBA=*∠*C*1*BA*1,

则∠*CBA*+∠*ABC*1*=*∠*C*1*BA*1+∠*ABC*1,即∠*CBC*1*=*∠*ABA*1.

由旋转的性质可知,*BC=BC*1,*BA=BA*1,∴*=*,

∴△*CBC*1∽△*ABA*1.

11.【解析】(1)∵*AB=AC*,∴∠*B=*∠*C*.

∵∠*APD=*∠*B*,∴∠*APD=*∠*C*.

∵∠*APC=*∠*BAP*+∠*B*,∠*APC=*∠*APD*+∠*DPC*,

∴∠*BAP=*∠*DPC*,∴△*ABP*∽△*PCD*.

(2)∵*PD*∥*AB*,∴∠*APD=*∠*BAP*.

∵∠*APD=*∠*C*,∴∠*BAP=*∠*C*.

又∠*B=*∠*B*,∴△*BAP*∽△*BCA*,∴*=*.

∵*AB=*10,*BC=*12,∴*=*,∴*BP=*.

12.【解析】(1)∵*AB*∥*CD*,∠*B=*∠*APD=*90°,

∴∠*B=*∠*C=*90°,∠*BAP*+∠*APB=*90°,∠*APB*+∠*CPD=*90°,

∴∠*BAP=*∠*CPD*,∴△*ABP*∽△*PCD*.

(2)∵∠*B=*∠*C=*∠*APD*,

∴∠*CPD=*180°-∠*APD*-∠*APB*,∠*BAP=*180°-∠*APB*-∠*B*,

∴∠*CPD=*∠*BAP*,∴△*ABP*∽△*PCD*.

(3)由(2)知△*BDP*∽△*CPE*,∴*=*.

∵点*P*是*BC*的中点,*BC=*8,∴*BP=CP=*4.

∵*CE=*6,∴*=*,∴*BD=*.

∵∠*B=*∠*C=*45°,∴∠*A=*90°,

又*BC=*8,∴*AC=AB=*8,

∴*AD=AB*-*BD=*8-*=*,

∴*AE=AC*-*CE=*8-6*=*2,

∴*DE===*.