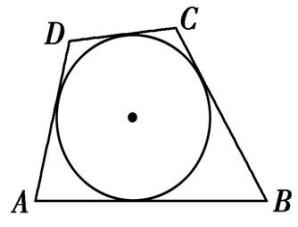
**《第二十九章　直线与圆的位置关系》专项拓展训练（三）**

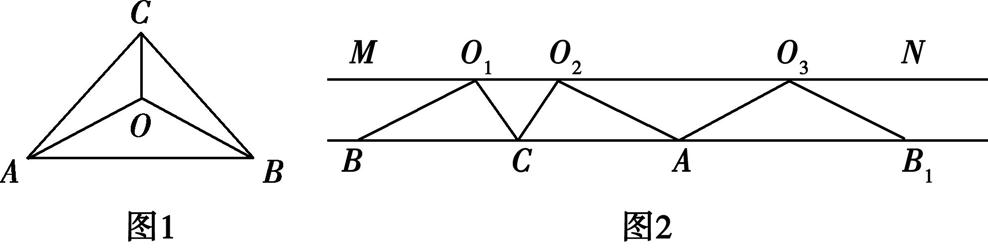
**专项一 切线长定理**

1. [2021河北石家庄二十八中月考]如图,一圆内切于四边形*ABCD*,且*BC*=10,*AD*=7,则此四边形的周长为 ()



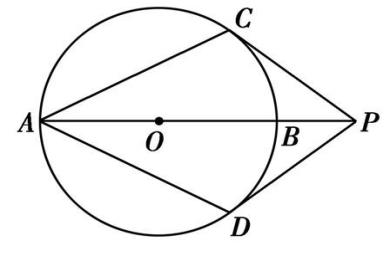
A.32 B.34 C.36 D.38

2. 如图1,把△*ABC*剪成三部分,边*AB*,*BC*,*AC*放在同一直线上,点*O*都落在直线*MN*上(如图2),直线*MN*∥*AB*,则点*O*是△*ABC*的()



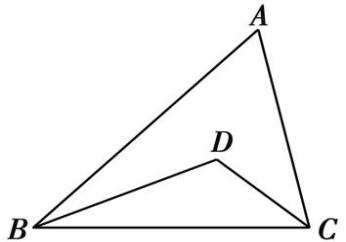
A.外心 B.内心 C.三条中线的交点 D.三条高的交点

3. [2021福建中考]如图,*AB*为☉*O*的直径,点*P*在*AB*的延长线上,*PC*,*PD*与☉*O*相切,切点分别为*C*,*D*.若*AB*=6,*PC*=4,则sin∠*CAD*等于 ()



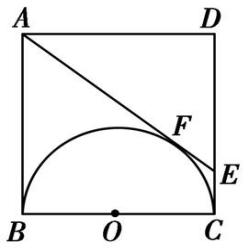
A. B. C. D.

4. [2021河北九市模拟]如图,在△*ABC*中,点*D*为△*ABC*的内心,∠*A*=60°,*CD*=2,*BD*=4,则△*DBC*的面积是 ()



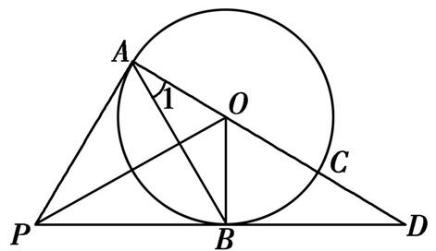
A.4 B.2 C.2 D.4

5. 如图,正方形*ABCD*的边长为4 cm,以正方形的一边*BC*为直径在正方形*ABCD*内作半圆,过点*A*作半圆的切线,与半圆相切于点*F*,与*DC*相交于点*E*,则△*ADE*的面积为()



A.12 cm2 B.10 cm2 C.8 cm2 D.6 cm2

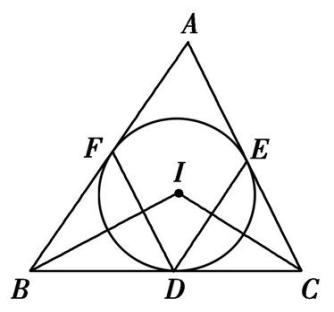
6. 如图,*PA*,*PB*是☉*O*的切线,*A*,*B*为切点,*AC*是☉*O*的直径,*AC*,*PB*的延长线相交于点*D*.



(1)若∠1=20°,求∠*APB*的度数;

(2)当∠1为多少度时,*OP*=*OD*?并说明理由.

7. 如图,在△*ABC*中,内切圆☉*I*与*AB*,*BC*,*CA*分别切于点*F*,*D*,*E*,连接*BI*,*CI*,*FD*,*ED*.



(1)若∠*A*=60°,求∠*BIC*与∠*FDE*的度数;

(2)若∠*BIC*=*α*,∠*FDE*=*β*,试猜想*α*与*β*的关系,并证明你的结论.

**专项二 三角形的内心和外心**

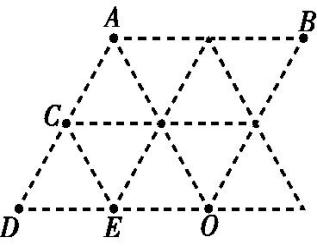
**类型1　三角形的内心与外心的识别**

1. [2021河北唐山期中]当一个三角形的内心与外心重合时,这个三角形一定是 ()

A.直角三角形 B.等腰直角三角形

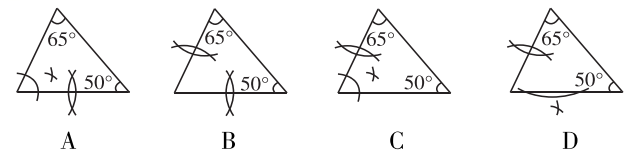
C.钝角三角形 D.等边三角形

2. [2021河北石家庄期中]九个相同的小等边三角形如图所示,已知点*O*是一个三角形的外心,则这个三角形是 ()

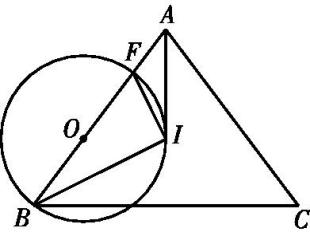


A.△*ABC* B.△*ABE* C.△*ABD* D.△*ACE*

3. [2021河北唐山二模]根据尺规作图的痕迹,可用直尺成功找到三角形内心的是 ()



4. 如图,在△*ABC*中,*AB*=*AC*,*AI*平分∠*BAC*,*O*是*AB*边上一点,以点*O*为圆心,*OB*为半径的☉*O*切*AI*于点*I*,交*AB*于点*F*,连接*BI*.

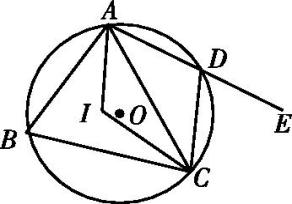


(1)求证:*I*是△*ABC*的内心.

(2)连接*IF* ,若*IF*=2,∠*IBC*=30°,求圆心*O*到*BI*的距离.

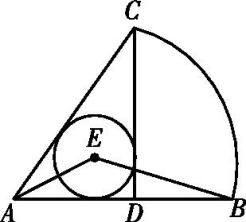
**类型2　利用内心的性质求角度**

5. 如图,四边形*ABCD*内接于☉*O*,点*I*是△*ABC*的内心,∠*AIC*=124°,点*E*在*AD*的延长线上,则∠*CDE*的度数为 ()



A.56° B.62° C.68° D.78°

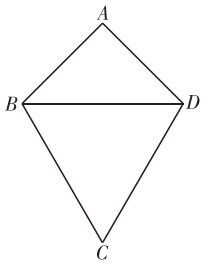
6. 如图,在扇形*CAB*中,*CD*⊥*AB*,垂足为*D*,☉*E*是△*ACD*的内切圆,连接*AE*,*BE*,则∠*AEB*的度数为.



**类型3　三角形的内心与外心的综合**

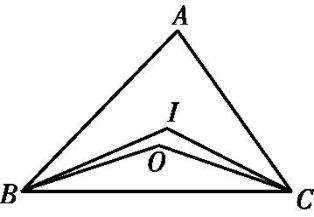
7. [2020河北石家庄三模]如图,四边形*ABCD*中,*AB*=*AD*,*BC*=*DC*,∠*A*=90°, ∠*ABC*

=105°.若*AB*=5,则△*ABD*的外心与△*BCD*的内心的距离是 ()



A.5 　　　　B.5 　　　　C. 　　　　D.

8. [2021河北石家庄期末]如图,在△*ABC*中,∠*BOC*=140°,*I*是内心,*O*是外心,求∠*BIC*的度数.

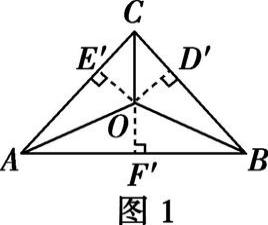
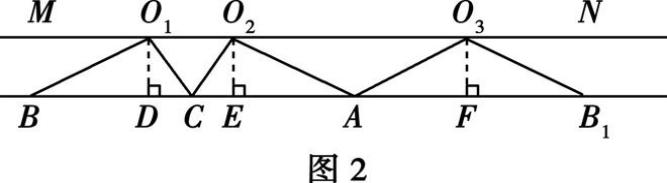


**参考答案**

**专项一 切线长定理**

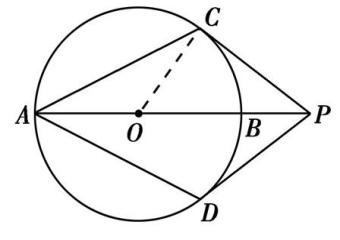
1.B【解析】由题意可得*AB*+*CD*=*AD*+*BC*=7+10=17,所以此四边形的周长为34.

2.B【解析】如图2,作*O*1*D*⊥*BC*于点*D*,*O*2*E*⊥*AC*于点*E*,*O*3*F*⊥*AB*1于点*F*.∵*MN*∥*AB*,∴*O*1*D*=*O*2*E*=*O*3*F*.如图1,过点*O*作*OD'*⊥*BC*于点*D'*,*OE'*⊥*AC*于点*E'*,*OF'*⊥*AB*于点*F'*.由题意知*O*1*D*=*OD'*,*O*2*E*=*OE'*,*O*3*F*=*OF'*,∴*OD'*=*OE'*=*OF'*,∴图1中的点*O*是△*ABC*三个内角平分线的交点,∴点*O*是△*ABC*的内心.

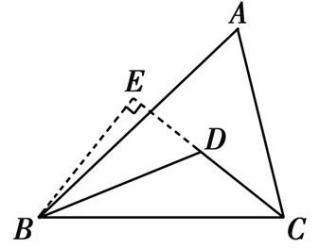
 

3.D【解析】如图,连接*OC*,因为*CP*, *DP*是☉*O*的切线,所以∠*OCP*=90°,易知∠*CAP*=∠*PAD*,所以∠*CAD*=2∠*CAP*,因为*OA*=*OC*,所以∠*OAC*=∠*ACO*,所以∠*COP*=2∠*CAO*,所以∠*COP*= ∠*CAD*.在Rt△*COP*中,*OC*=3,*PC*=4,所以*OP*==5,所以sin∠*CAD*=

sin∠*COP*=.



4.B【解析】如图,过点*B*作*BE*⊥*CD*,垂足为点*E*.∵点*D*是△*ABC*的内心,∴*BD*,*CD*分别平分∠*ABC*,∠*ACB*,∴∠*BDC*=180°-(∠*ABC*+∠*ACB*)=180°-(180°-∠*A*)=180°-60°=120°,∴∠*BDE*=60°.在Rt△*BDE*中,∠*BDE*=60°,*BD*=4,∴*BE*=*BD*=2,∴*S*△*DBC*=×*CD*×*BE*=×2×2=2.



5.D【解析】易知*AB*,*CD*是半圆*O*的切线,∵*AE*与半圆*O*切于点*F*,∴根据切线长定理可知*AF*=*AB*=4 cm,*EF*=*EC*.设*EF*=*EC*=*x* cm,则*DE*=(4-*x*)cm,*AE*=(4+*x*)cm.在Rt△*ADE*中,由勾股定理得(4-*x*)2+42=(4+*x*)2,解得*x*=1,∴*DE*=4-1=3(cm),∴*S*△*ADE*=*AD*·*DE*=×4×3=6(cm2).

6.(1)∵*PA*,*PB*是☉*O*的切线,

∴*PA*=*PB*,∠*BAP*=90°-∠1=70°,

∴∠*ABP*=∠*BAP*=70°,

∴∠*APB*=180°-∠*BAP*-∠*ABP*=40°.

(2)当∠1=30°时,*OP*=*OD*.理由如下:

当∠1=30°时,由(1)知∠*BAP*=∠*ABP*=60°,∴∠*APB*=60°,

∴∠*D*=90°-∠*APB*=90°-60°=30°.

由*PA*,*PB*是☉*O*的切线,易知∠*OPB*=∠*APB*=30°,

∴∠*OPB*=∠*D*,∴*OP*=*OD*.

7.(1)∵☉*I*是△*ABC*的内切圆,

∴∠*IBC*=∠*ABC*,∠*ICB*=∠*ACB*,

∴∠*IBC*+∠*ICB*=(∠*ABC*+∠*ACB*),

又∵∠*ABC*+∠*ACB*=180°-∠*A*=120°,

∴∠*IBC*+∠*ICB*=60°,

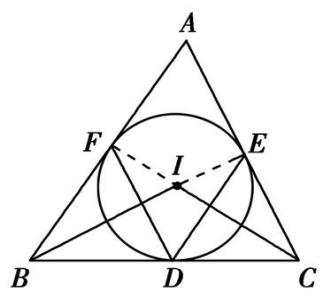
∴∠*BIC*=180°-(∠*IBC*+∠*ICB*)=120°.

如图,连接*IF*,*IE*,

∵☉*I*是△*ABC*的内切圆,∴∠*IFA*=∠*IEA*=90°.

∵∠*A*=60°,∴∠*FIE*=360°-∠*IFA*-∠*IEA*-∠*A*=120°,

∴∠*FDE*=∠*FIE*=60°.



(2)猜想:*α*=180°-*β*.证明如下:

由(1)知∠*FIE*=180°-∠*A*.

∵∠*FIE*=2∠*FDE*,∴∠*A*=180°-2∠*FDE*=180°-2*β*.

∵∠*BIC*=180°-(∠*IBC*+∠*ICB*)=180°-(∠*ABC*+∠*ACB*)=180°-(180°-∠*A*)=90°+∠*A*,

∴∠*BIC*=*α*=90°+(180°-2*β*),

即*α*=180°-*β*.

**专项二 三角形的内心和外心**

1.D

2.C【解析】三角形的外心到三角形三个顶点的距离相等,由题图,易知点*O*到点*A*,*B*,*D*的距离相等,所以点*O*是△*ABD*的外心.

3.C【解析】 根据三角形内角和定理可知,第三个内角为65°,所以三角形是等腰三角形,再根据三角形的内心是内角平分线的交点,可得选项C能用直尺成功找到三角形内心 .

4.(1)如图,延长*AI*交*BC*于点*D*,连接*OI*,

∵☉*O*切*AI*于点*I*,∴*OI*⊥*AI* ,

∵*AB*=*AC*,*AI*平分∠*BAC*,

∴*AD*⊥*BC* ,∴*OI*∥*BD*,

∴∠1=∠2 ,

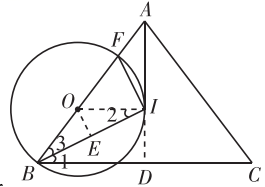
又∵*OB*=*OI* ,

∴∠3=∠2,∴∠1=∠3 ,

即*BI*平分∠*ABC*,

∵*AI*平分∠*BAC*,

∴*I*是△*ABC*的内心.

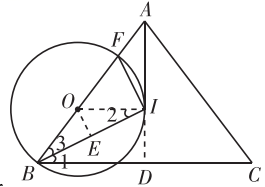


(2)如图,过点*O*作*OE*⊥*BI*于点*E*,由垂径定理可知,*BE*=*IE*.

∵*OB*=*OF*,∴*OE*是△*FBI*的中位线,

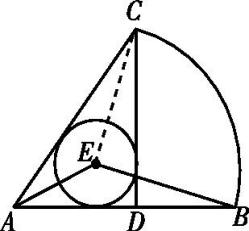
∵*IF*=2,∴*OE*=*IF*=1,

即点*O*到*BI*的距离是1.

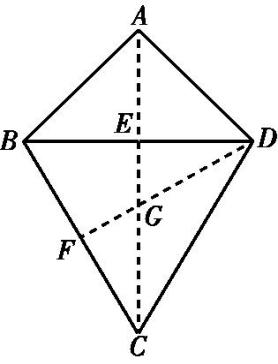


5.C【解析】因为点*I*是△*ABC*的内心,所以∠*B*=2∠*AIC*-180°=68°,所以∠*ADC*=112°,所以∠*CDE*的度数为68°.

6.135°【解析】如图,连接*CE*,因为☉*E*是△*ACD*的内切圆,所以*AE*平分∠*CAB*,∠*AEC*=90°+∠*ADC*,因为*CD*⊥*AB*,所以∠*ADC*=90°,所以∠*AEC*=135°.在△*AEC*和△*AEB*中,所以△*AEC*≌△*AEB*,所以∠*AEB*=∠*AEC*=135°.



7.A【解析】如图,连接*AC*,过点*D*作*DF*⊥*BC*于点*F* ,*AC*与*BD*,*DF*交于点*E*,*G*.由*AB*=*AD*,*CB*=*CD*,易知*AC*垂直平分*BD*,∵∠*BAD*=90°,*AB*=*AD*,∴△*ABD*是等腰直角三角形,∠*ABD*=∠*ADB*=45°,∴点*E*是△*ABD*的外心,∵∠*ABC*= 105°,∴∠*CBD*=60°,∵*CB*=*CD*,∴△*BCD*是等边三角形,∴点*G*是△*BCD*的内心.在Rt△*ABD*中,*AB*=*AD*=5,∴*BD*=10,∴*BE*=*DE*=5.在Rt△*EDG*中,∠*DEG*=90°,∠*EDG*=30°,*DE*=5,∴*EG*=5,∴△*ABD*的外心与△*BCD*的内心的距离为5.



8.在△*ABC*中,∠*BOC*=140°,*O*是外心,

∴∠*BOC*=2∠*A*,∴∠*A*=70°,

∴∠*ABC*+∠*ACB*=180°-∠*A*=110°.

∵*I*为△*ABC*的内心,

∴∠*IBC*=∠*ABC*,∠*ICB*=∠*ACB*,

∴∠*IBC*+∠*ICB*=×(∠*ABC*+∠*ACB*)=55°,

∴∠*BIC*=180°- (∠*IBC*+∠*ICB*) =125°.