

数 学

第 I 卷 选择题 (共 30 分)

一、选择题 (本大题共 10 个小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 在每个小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求, 请选出并在答题卡上将该项涂黑)

1. 计算 $(-1) \times (-3)$ 的结果为 ()

- A. 3 B. $\frac{1}{3}$ C. -3 D. -4

2. 全民阅读有助于提升一个国家、一个民族的精神力量. 图书馆是开展全民阅读的重要场所. 以下是我省四个地市的图书馆标志, 其文字上方的图案是轴对称图形的是 ()



3. 下列计算正确的是 ()

- A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ B. $(-a^3b)^2 = -a^6b^2$ C. $a^6 \div a^3 = a^2$ D. $(a^2)^3 = a^6$

4. 山西是全国电力外送基地, 2022 年山西省全年外送电量达到 1464 亿千瓦时, 同比增长 18.55%. 数据 1464 亿千瓦时用科学记数法表示为 ()

- A. 1.464×10^8 千瓦时 B. 1464×10^8 千瓦时
C. 1.464×10^{11} 千瓦时 D. 1.464×10^{12} 千瓦时



5. 如图, 四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$, AC , BD 为对角线, BD 经过圆心 O . 若 $\angle BAC = 40^\circ$, 则 $\angle DBC$ 的度数为 ()

A. 40°
C. 60°

B. 50°
D. 70°



(第5题图)

6. 一种弹簧秤最大能称不超过 10kg 的物体, 不挂物体时弹簧的长为 12cm , 每挂重 1kg 物体, 弹簧伸长 0.5cm . 在弹性限度内, 挂重后弹簧的长度 $y(\text{cm})$ 与所挂物体的质量 $x(\text{kg})$ 之间的函数关系式为 ()

A. $y = 12 - 0.5x$

B. $y = 12 + 0.5x$

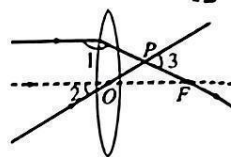
C. $y = 10 + 0.5x$

D. $y = 0.5x$

7. 如图, 一束平行于主光轴的光线经凸透镜折射后, 其折射光线与一束经过光心 O 的光线相交于点 P , 点 F 为焦点. 若 $\angle 1 = 155^\circ$, $\angle 2 = 30^\circ$, 则 $\angle 3$ 的度数为 ()

A. 45°
C. 55°

B. 50°
D. 60°



(第7题图)

8. 若点 $A(-3, a)$, $B(-1, b)$, $C(2, c)$ 都在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k < 0)$ 的图象上, 则 a, b, c 的大小关系用 “ $<$ ” 连接的结果为 ()

A. $b < a < c$

B. $c < b < a$

C. $a < b < c$

D. $c < a < b$

9. 中国高铁的飞速发展, 已成为中国现代化建设的重要标志. 如图是高铁线路在转向处所设计的圆曲线 (即圆弧), 高铁列车在转弯时的曲线起点为 A , 曲线终点为 B , 过点 A, B 的两条切线相交于点 C , 列车在从 A 到 B 行驶的过程中转角 α 为 60° . 若圆曲线的半径 $OA = 1.5\text{km}$, 则这段圆曲线 \widehat{AB} 的长为 ()

A. $\frac{\pi}{4}\text{km}$

B. $\frac{\pi}{2}\text{km}$

C. $\frac{3\pi}{4}\text{km}$

D. $\frac{3\pi}{8}\text{km}$



(第9题图)

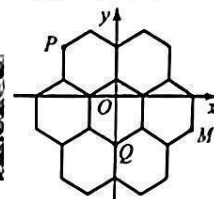
10. 蜂巢结构精巧, 其巢房横截面的形状均为正六边形. 如图是部分巢房的横截面图, 图中 7 个全等的正六边形不重叠且无缝隙, 将其放在平面直角坐标系中, 点 P, Q, M 均为正六边形的顶点. 若点 P, Q 的坐标分别为 $(-2\sqrt{3}, 3)$, $(0, -3)$, 则点 M 的坐标为 ()

A. $(3\sqrt{3}, -2)$

B. $(3\sqrt{3}, 2)$

C. $(2, -3\sqrt{3})$

D. $(-2, -3\sqrt{3})$



(第10题图)

第 II 卷 非选择题 (共 90 分)

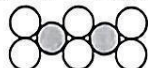
二、填空题 (本大题共 5 个小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

11. 计算: $(\sqrt{6} + \sqrt{3})(\sqrt{6} - \sqrt{3})$ 的结果为_____.

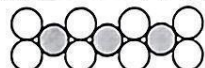
12. 如图是一组有规律的图案, 它由若干个大小相同的圆片组成. 第 1 个图案中有 4 个白色圆片, 第 2 个图案中有 6 个白色圆片, 第 3 个图案中有 8 个白色圆片, 第 4 个图案中有 10 个白色圆片, ... 依此规律, 第 n 个图案中有_____个白色圆片 (用含 n 的代数式表示).



第1个



第2个

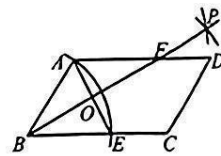


第3个



第4个

13. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $\angle D = 60^\circ$. 以点 B 为圆心, 以 BA 的长为半径作弧交边 BC 于点 E , 连接 AE . 分别以点 A, E 为圆心, 以大于 $\frac{1}{2}AE$ 的长为半径作弧, 两弧交于点 P , 作射线 BP 交 AE 于点 O , 交边 AD 于点 F , 则 $\frac{OF}{OE}$ 的值为_____.



(第13题图)

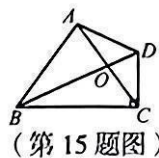
14. 中国古代的“四书”是指《论语》《孟子》《大学》《中庸》, 它是儒家思想的核心著作, 是中国传统文化的重要组成部分. 若从这四部著作中随机抽取两本 (先随机抽取一本, 不放回, 再随机抽取另一本), 则抽取的两本恰好是《论语》



和《大学》的概率是_____.

15. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle BCD=90^\circ$, 对角线 AC, BD 相交于点 O . 若

$AB=AC=5, BC=6, \angle ADB=2\angle CBD$, 则 AD 的长为



(第15题图)

三、解答题(本大题共8个小题,共75分.解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤)

16. (本题共2个小题,每小题5分,共10分)

(1) 计算: $|-8| \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - (-3+5) \times 2^{-1}$; (2) 计算: $x(x+2) + (x+1)^2 - 4x$.

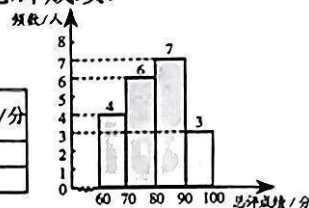
17. (本题7分) 解方程: $\frac{1}{x-1} + 1 = \frac{3}{2x-2}$.

18. (本题9分) 为增强学生的社会实践能力,促进学生全面发展,某校计划建立小记者站,有20名学生报名参加选拔.报名的学生需参加采访、写作、摄影三项测试,每项测试均由七位评委打分(满分100分),取平均分作为该测试成绩,再将采访、写作、摄影三项的测试成绩按4:4:2的比例计算出每人的总评成绩.



小悦、小涵的三项测试成绩和总评成绩如下表,这20名学生的总评成绩频数直方图(每组含最小值,不含最大值)如下图.

选手	测试成绩/分			总评成绩/分
	采访	写作	摄影	
小悦	83	72	80	78
小涵	86	84	▲	▲



- (1) 在摄影测试中,七位评委给小涵打出的分数如下: 67, 72, 68, 69, 74, 69, 71. 这组数据的中位数是 分,众数是 分,平均数是 分;

- (2) 请你计算小涵的总评成绩;

- (3) 学校决定根据总评成绩择优选拔12名小记者.试分析小悦、小涵能否入选,并说明理由.

19. (本题9分) 风陵渡黄河公路大桥是连接山西、陕西、河南三省的交通要塞.该大桥限重标志牌显示,载重后总质量超过30吨的车辆禁止通行.现有一辆自重8吨的卡车,要运输若干套某种设备,每套设备由1个A部件和3个B部件组成,这种设备必须成套运输.已知1个A部件和2个B部件的总质量为2.8吨,2个A部件和3个B部件的质量相等.



- (1) 求1个A部件和1个B部件的质量各是多少;

20. (本题8分) 2023年3月,水利部印发《母亲河复苏行动河湖名单(2022—2025年)》,我省境内有汾河、桑干河、洋河、清漳河、浊漳河、沁河六条河流入选.在推进实施母亲河复苏行动中,需要砌筑各种驳岸(也叫护坡).某校“综合与实践”小组的同学把“母亲河驳岸的调研与计算”作为一项课题活动,利用课余时间完成了实践调查,并形成了如下活动报告.请根据活动报告计算BC和AB的长度(结果精确到0.1m.参考数据: $\sqrt{3} \approx 1.73$, $\sqrt{2} \approx 1.41$).



课题	
母亲河驳岸的调研与计算	
调查方式	资料查阅、水利部门走访、实地查看了解
功能	驳岸是用来保护河岸,防止河岸崩塌或冲刷的构筑物
材料	所需材料为石料、混凝土等
调查内容	驳岸剖面图
计算结果	...
交流展示	...

21. (本题7分) 阅读与思考

下面是一位同学的数学学习笔记,请仔细阅读并完成相应任务.

瓦里尼翁平行四边形

我们知道,如图1,在四边形ABCD中,点E, F, G, H分别是边AB, BC, CD, DA的中点,顺次连接E, F, G, H,得到的四边形EFGH是平行四边形.

我查阅了许多资料,得知这个平行四边形EFGH被称为瓦里尼翁平行四边形.瓦里尼翁(Varignon, Pierre 1654-1722)是法国数学家、力学家.瓦里尼翁平行四边形与原四边形关系密切.

①当原四边形的对角线满足一定关系时,瓦里尼翁平行四边形可能是菱形、矩形或正方形.

②瓦里尼翁平行四边形的周长与原四边形对角线的长度也有一定关系.

③瓦里尼翁平行四边形的面积等于原四边形面积的一半.此结论可借助图1证明如下:

证明:如图2,连接AC,分别交EH, FG于点P, Q,过点D作DM ⊥ AC于点M,交HG于点N.

∵ H, G分别为AD, CD的中点, ∴ HG ∥ AC, $HG = \frac{1}{2} AC$. (依据1)

∴ $\frac{DN}{NM} = \frac{DG}{GC}$. ∵ DG = GC, ∴ DN = NM = $\frac{1}{2} DM$.

∵ 四边形EFGH是瓦里尼翁平行四边形, ∴ HE ∥ GF, 即HP ∥ GQ.

∴ HG ∥ AC, 即HG ∥ PQ.

∴ 四边形HPQG是平行四边形. (依据2) ∴ $S_{\square HPQG} = HG \cdot MN = \frac{1}{2} HG \cdot DM$.

∴ $S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2} AC \cdot DM = HG \cdot DM$, ∴ $S_{\square HPQG} = \frac{1}{2} S_{\triangle ADC}$. 同理, ...

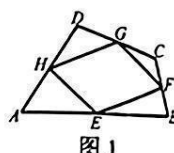


图1

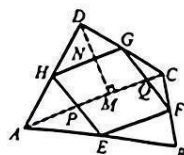


图2

任务: (1) 填空: 材料中的依据 1 是指: _____

依据 2 是指: _____

(2) 请用刻度尺、三角板等工具, 画一个四边形 $ABCD$ 及它的瓦里尼翁平行四边形 $EFGH$, 使得四边形 $EFGH$ 为矩形; (要求同时画出四边形 $ABCD$ 的对角线)

(3) 在图 1 中, 分别连接 AC, BD 得到图 3, 请猜想瓦里尼翁平行四边形 $EFGH$ 的周长与对角线 AC, BD 长度的关系, 并证明你的结论.

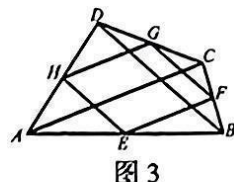
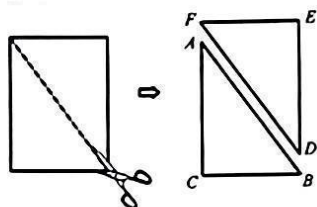


图 3

22. (本题 12 分) 综合与实践

问题情境: “综合与实践”课上, 老师提出如下问题: 将图 1 中的矩形纸片沿对角线剪开, 得到两个全等的三角形纸片, 表示为 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DFE$, 其中 $\angle ACB = \angle DEF = 90^\circ$, $\angle A = \angle D$. 将 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DFE$ 按图 2 所示方式摆放, 其中点 B 与点 F 重合 (标记为点 B). 当 $\angle ABE = \angle A$ 时, 延长 DE 交 AC 于点 G . 试判断四边形 $BCGE$ 的形状, 并说明理由.

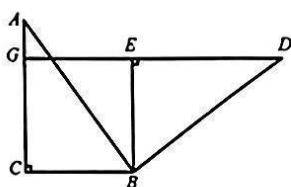


(第 22 题图 1)

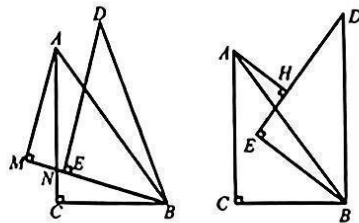
数学思考: (1) 请你解答老师提出的问题:

深入探究: (2) 老师将图 2 中的 $\triangle DBE$ 绕点 B 逆时针方向旋转, 使点 E 落在 $\triangle ABC$ 内部, 并让同学们提出新的问题.

① “善思小组”提出问题: 如图 3, 当 $\angle ABE = \angle BAC$ 时, 过点 A 作 $AM \perp BE$ 交 BE 的延长线于点 M , BM 与 AC 交于点 N . 试猜想线段 AM 和 BE 的数量关系, 并加以证明. 请你解答此问题;



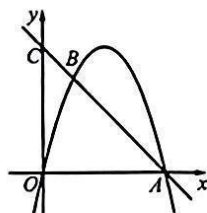
(第 22 题图 2)



(第 22 题图 3) (第 22 题图 4)

23. (本题 13 分) 综合与探究

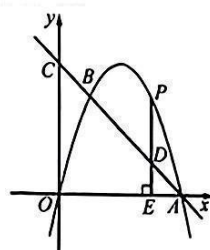
如图, 二次函数 $y = -x^2 + 4x$ 的图象与 x 轴的正半轴交于点 A , 经过点 A 的直线与该函数图象交于点 $B(1, 3)$, 与 y 轴交于点 C . (1) 求直线 AB 的函数表达式及点 C 的坐标;



(第 23 题图)

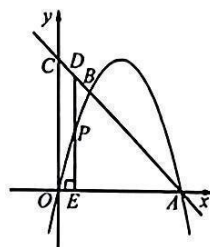
(2) 点 P 是第一象限内二次函数图象上的一个动点，过点 P 作直线 $PE \perp x$ 轴于点 E ，与直线 AB 交于点 D ，设点 P 的横坐标为 m 。

① 当 $PD = \frac{1}{9}OC$ 时，求 m 的值；

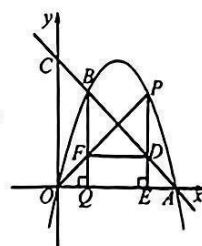


(第 23 题图 1)

② 当点 P 在直线 AB 上方时，连接 OP ，过点 B 作 $BQ \perp x$ 轴于点 Q ， BQ 与 OP 交于点 F ，连接 DF 。设四边形 $FQED$ 的面积为 S ，求 S 关于 m 的函数表达式，并求出 S 的最大值。



(第 23 题图 2)



(第 23 题图 3)