

## 2023 年湖北省宜昌市初中学业水平考试

## 数学试题

(本试卷共 24 题, 满分 120 分, 考试时间 120 分钟)

注意事项:

本试卷分试题卷和答题卡两部分, 请将答案写在答题卡上每题对应的答题区域内, 写在试题卷上无效. 考试结束, 请将本试题卷和答题卡一并上交.

参考公式: 一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0$  的求根公式是  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  ( $b^2 - 4ac \geq 0$ ), 二

次函数  $y = ax^2 + bx + c$  图象的顶点坐标是  $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$ , 弧长  $l = \frac{n\pi r}{180}$ ,  $S_{\text{扇形}} = \frac{n\pi r^2}{360}$ .

一、选择题 (下列各题中, 只有一个选项是符合题目要求的, 请在答题卡上指定的位置填涂符合要求的选项前面的字母代号. 每题 3 分, 计 33 分.)

1. 下列运算正确的个数是 (※).

①  $|2023| = 2023$ ; ②  $2023^0 = 1$ ; ③  $2023^{-1} = \frac{1}{2023}$ ; ④  $\sqrt{2023^2} = 2023$ .

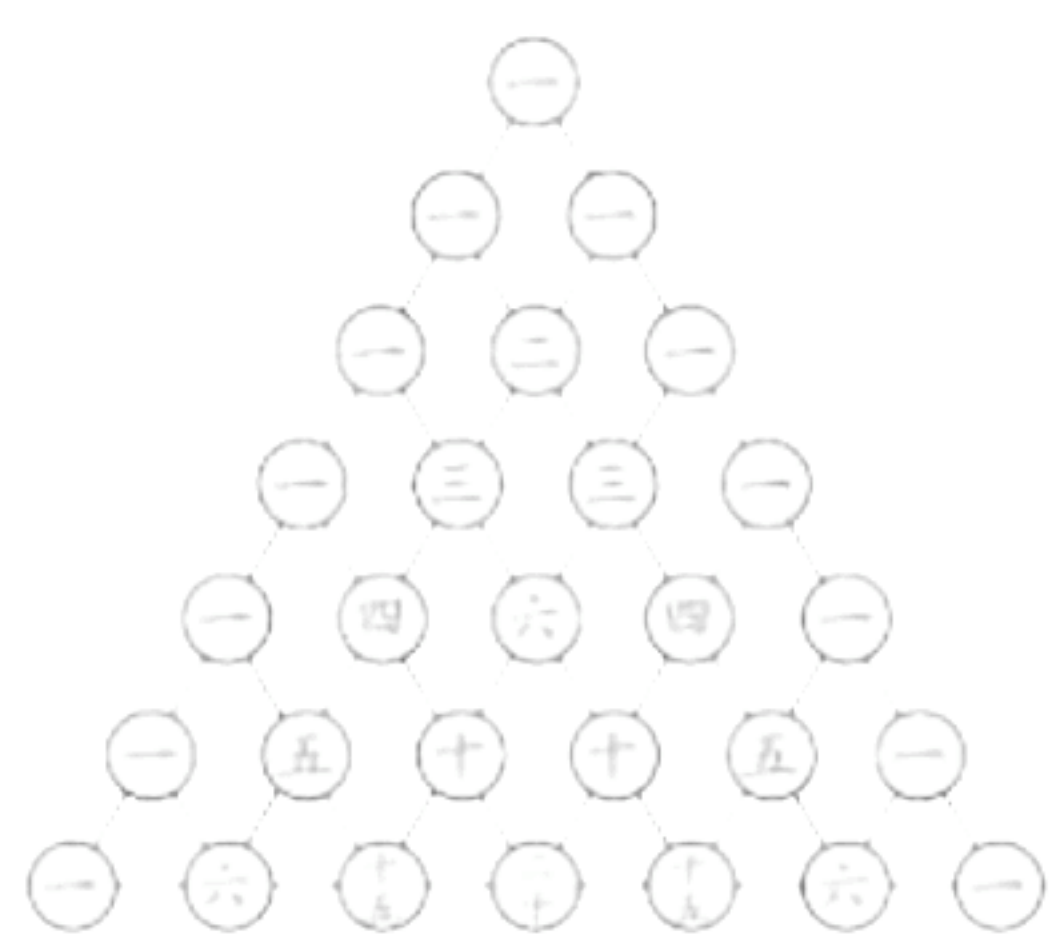
A. 4

B. 3

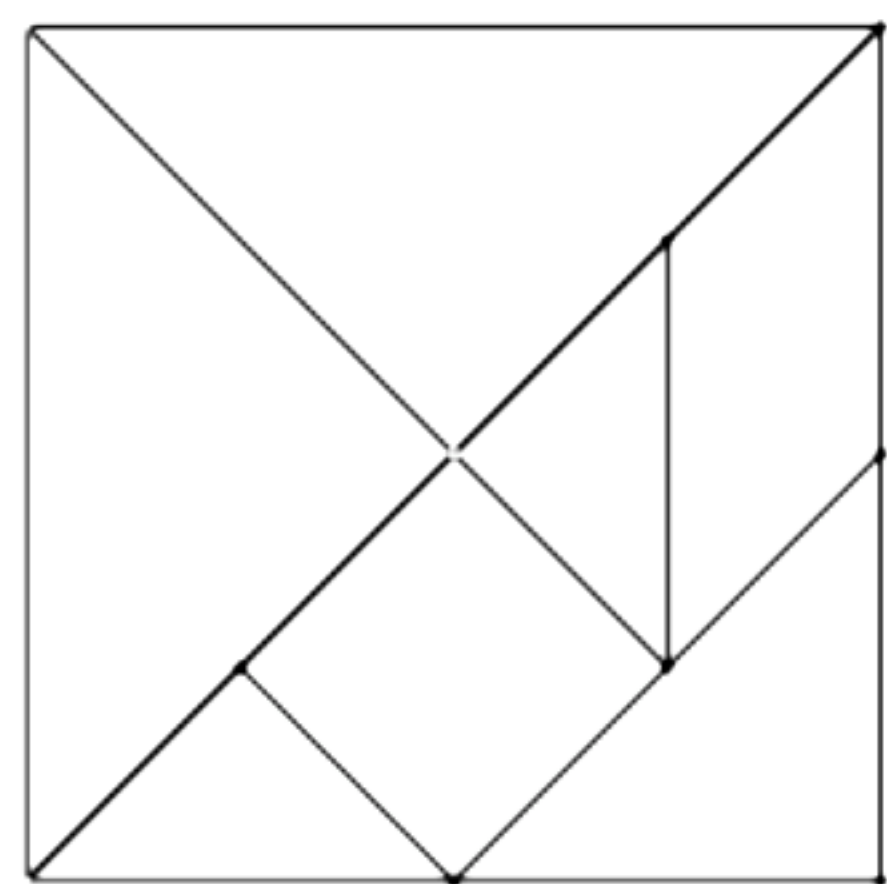
C. 2

D. 1

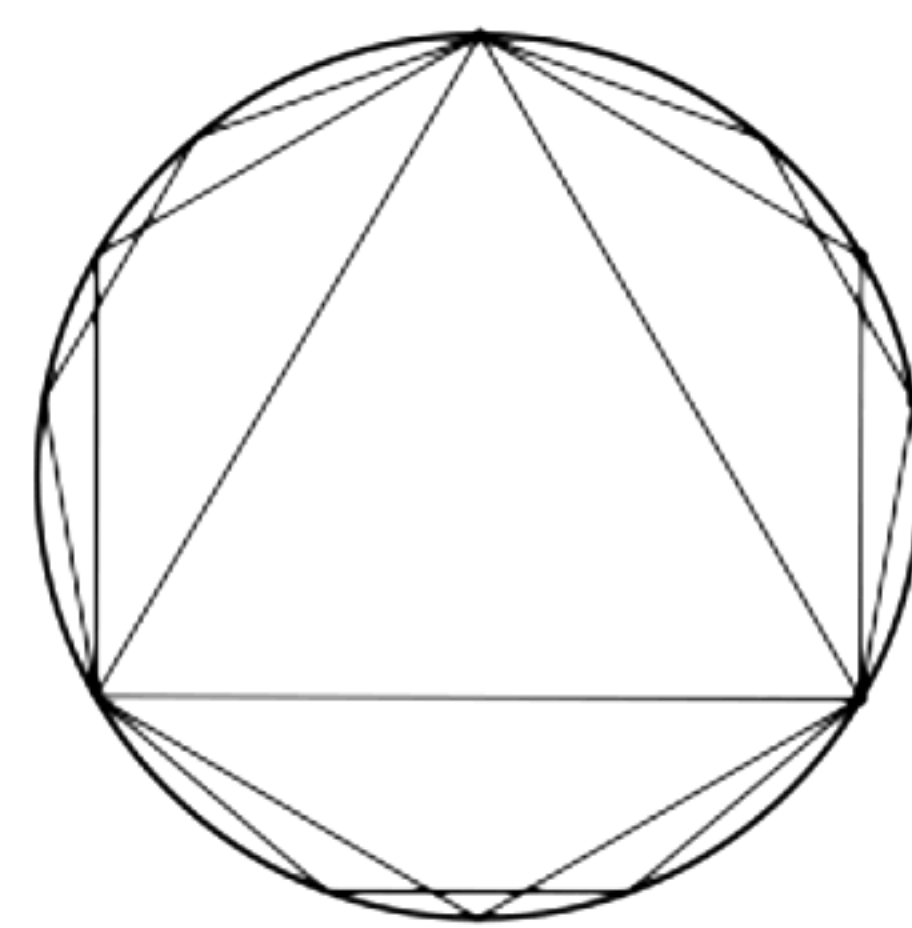
2. 我国古代数学的许多创新与发明都曾在世界上有重要影响. 下列图形“杨辉三角”“中国七巧板”“刘徽割圆术”“赵爽弦图”中, 中心对称图形是 (※).



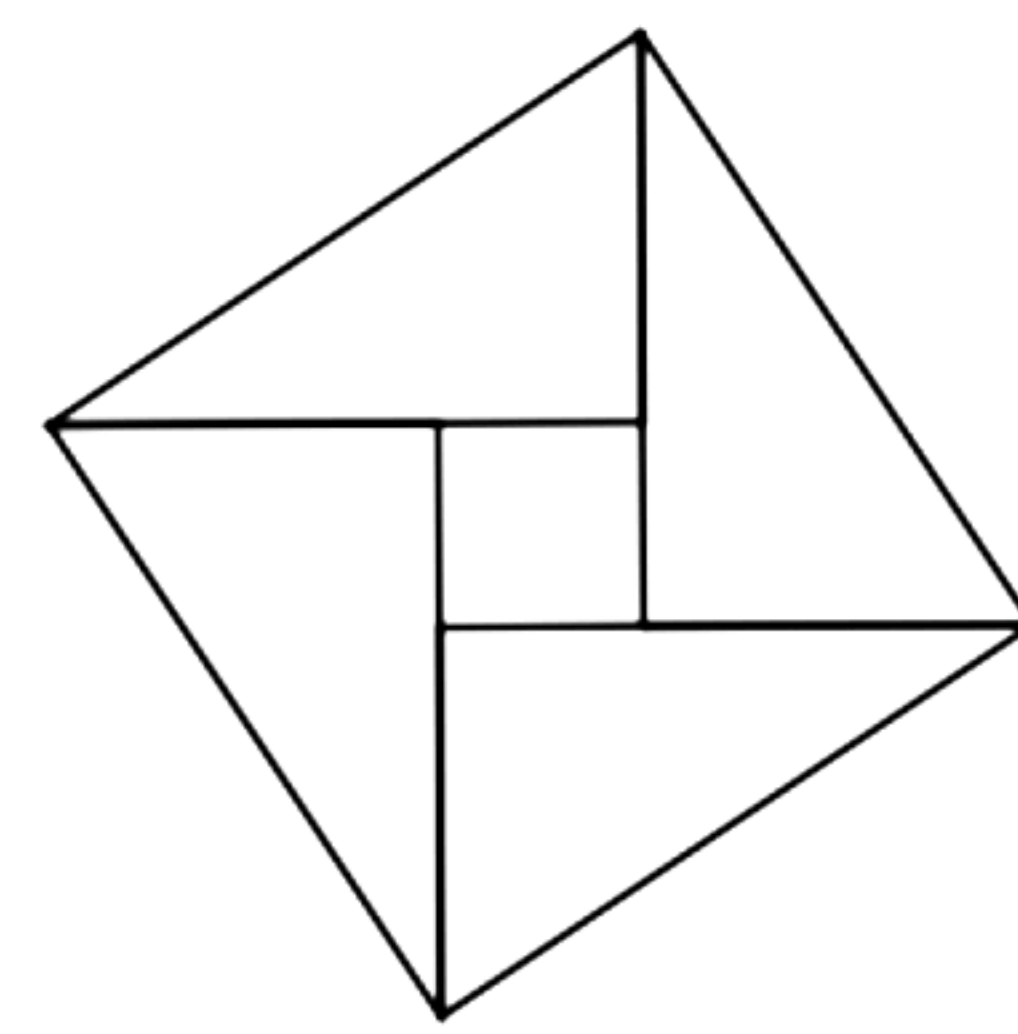
A.



B.



C.



D.

3. “五一”假期, 宜昌旅游市场接待游客 606.7 万人次, 实现旅游总收入 41.5 亿元. 数据“41.5 亿”用科学记数法表示为 (※).

A.  $415 \times 10^7$ B.  $41.5 \times 10^8$ C.  $4.15 \times 10^9$ D.  $4.15 \times 10^{10}$ 

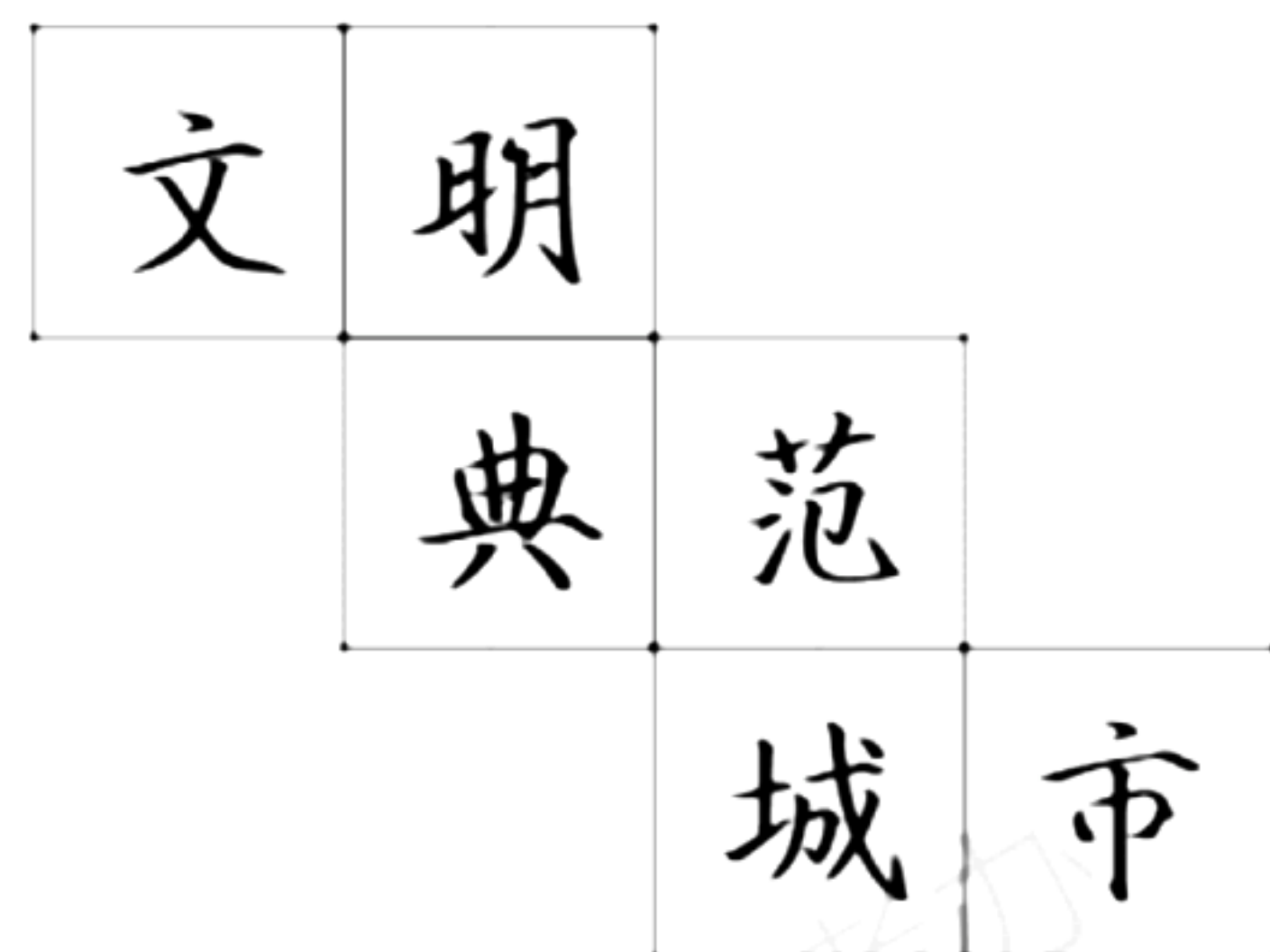
4. “争创全国文明典范城市, 让文明成为宜昌人民的内在气质和城市的亮丽名片”. 如图, 是一个正方体的平面展开图, 把展开图折叠成正方体后, “城”字对面的字是 (※).

A. 文

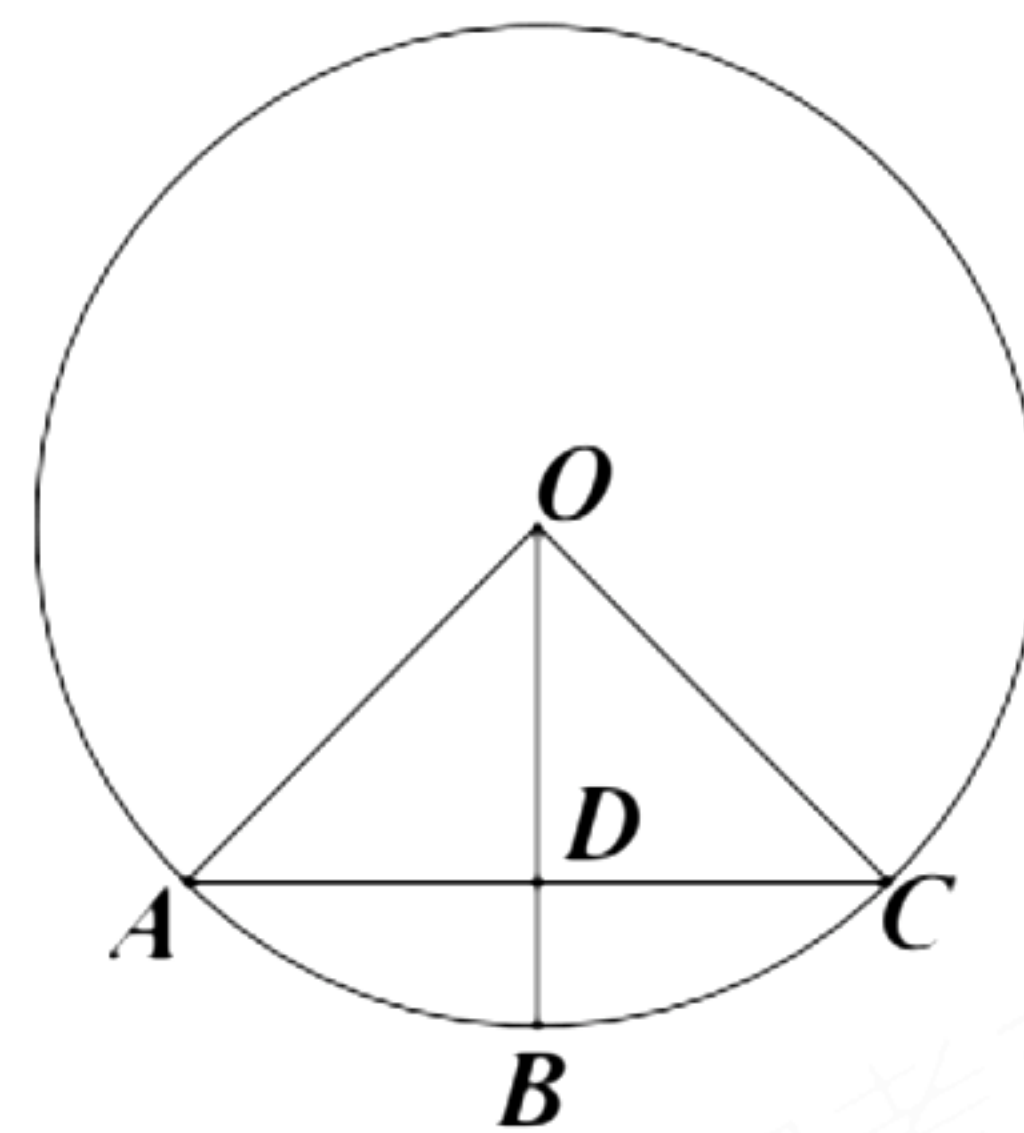
B. 明

C. 典

D. 范



(第 4 题图)



(第 5 题图)

5. 如图,  $OA$ ,  $OB$ ,  $OC$  都是  $\odot O$  的半径,  $AC$ ,  $OB$  交于点  $D$ . 若  $AD = CD = 8$ ,  $OD = 6$ , 则  $BD$  的长为 (※).

A. 5

B. 4

C. 3

D. 2



6. 下列运算正确的是 ( ※ ).

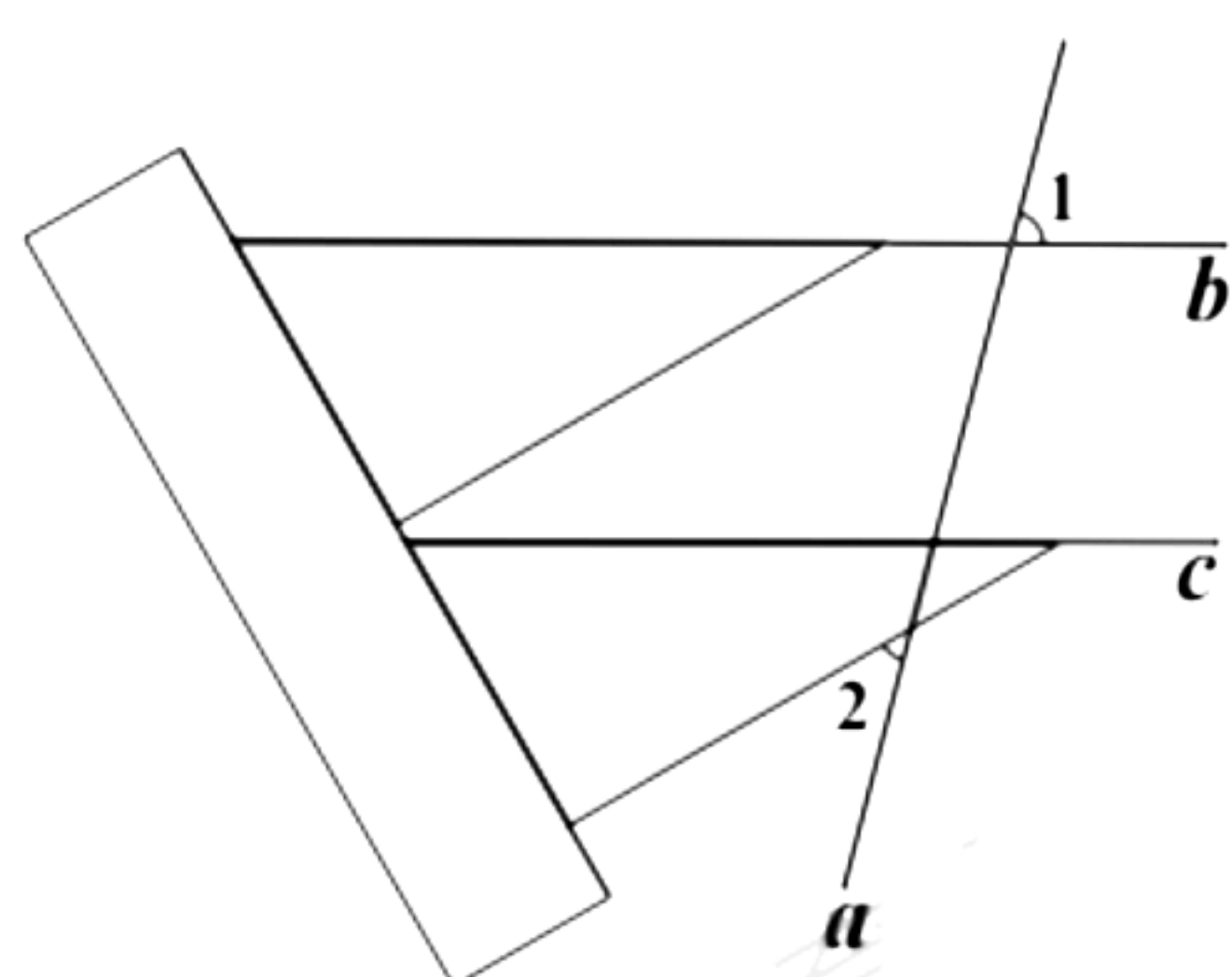
- A.  $2x^4 \div x^3 = 2x$       B.  $(x^3)^4 = x^7$       C.  $x^4 + x^3 = x^7$       D.  $x^3 \cdot x^4 = x^{12}$

7. 某反比例函数图象上四个点的坐标分别为  $(-3, y_1)$ ,  $(-2, 3)$ ,  $(1, y_2)$ ,  $(2, y_3)$ , 则  $y_1, y_2, y_3$  的大小关系为 ( ※ ).

- A.  $y_2 < y_1 < y_3$       B.  $y_3 < y_2 < y_1$       C.  $y_2 < y_3 < y_1$       D.  $y_1 < y_3 < y_2$

8. 如图, 小颖按如下方式操作直尺和含  $30^\circ$  角的三角尺, 依次画出了直线  $a, b, c$ . 如果  $\angle 1 = 70^\circ$ , 则  $\angle 2$  的度数为 ( ※ ).

- A.  $110^\circ$       B.  $70^\circ$       C.  $40^\circ$       D.  $30^\circ$



(第8题图)

日	一	二	三	四	五	六
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

(第9题图)

9. 在日历上, 某些数满足一定的规律. 如图是某年8月份的日历, 任意选择其中所示的含4个数字的方框部分, 设右上角的数字为  $a$ , 则下列叙述中正确的是 ( ※ ).

- A. 左上角的数字为  $a+1$       B. 左下角的数字为  $a+7$   
C. 右下角的数字为  $a+8$       D. 方框中4个位置的数相加, 结果是4的倍数

10. 解不等式  $\frac{1+4x}{3} > x-1$ , 下列在数轴上表示的解集正确的是 ( ※ ).

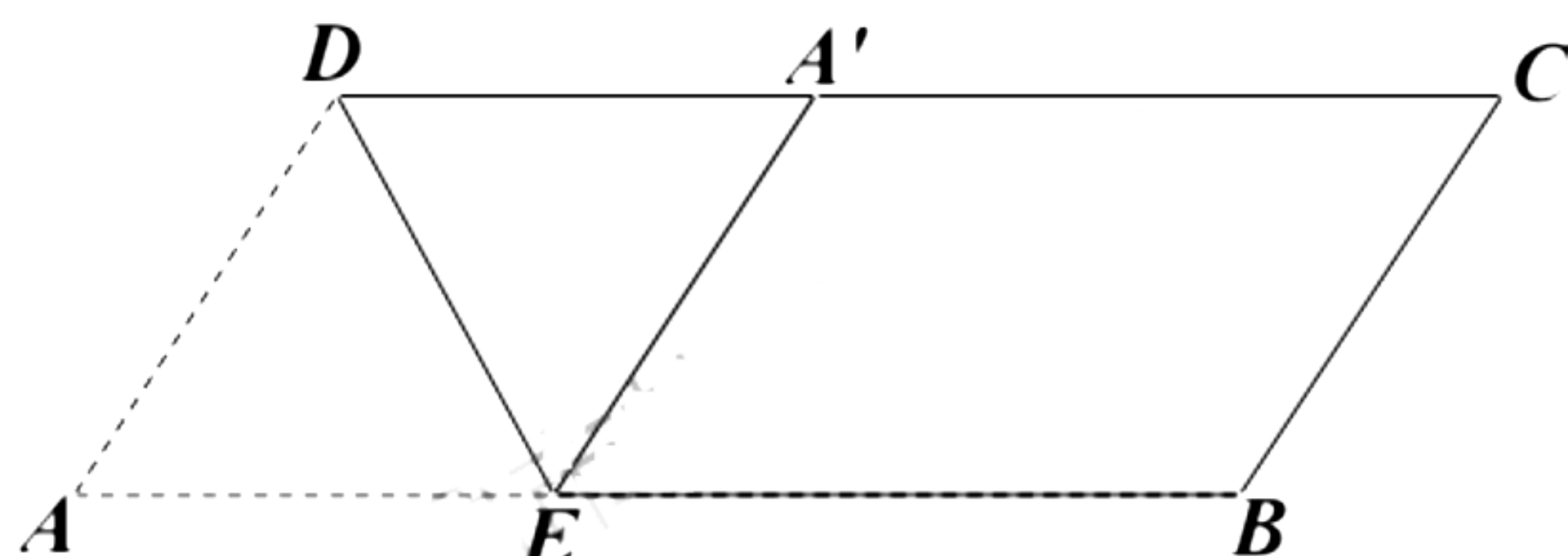


11. 某校学生去距离学校 12 km 的博物馆参观, 一部分学生骑自行车先走, 过了 20 min 后, 其余学生乘汽车出发, 结果他们同时到达. 已知汽车的速度是骑车学生速度的 2 倍, 汽车的速度是 ( ※ ).

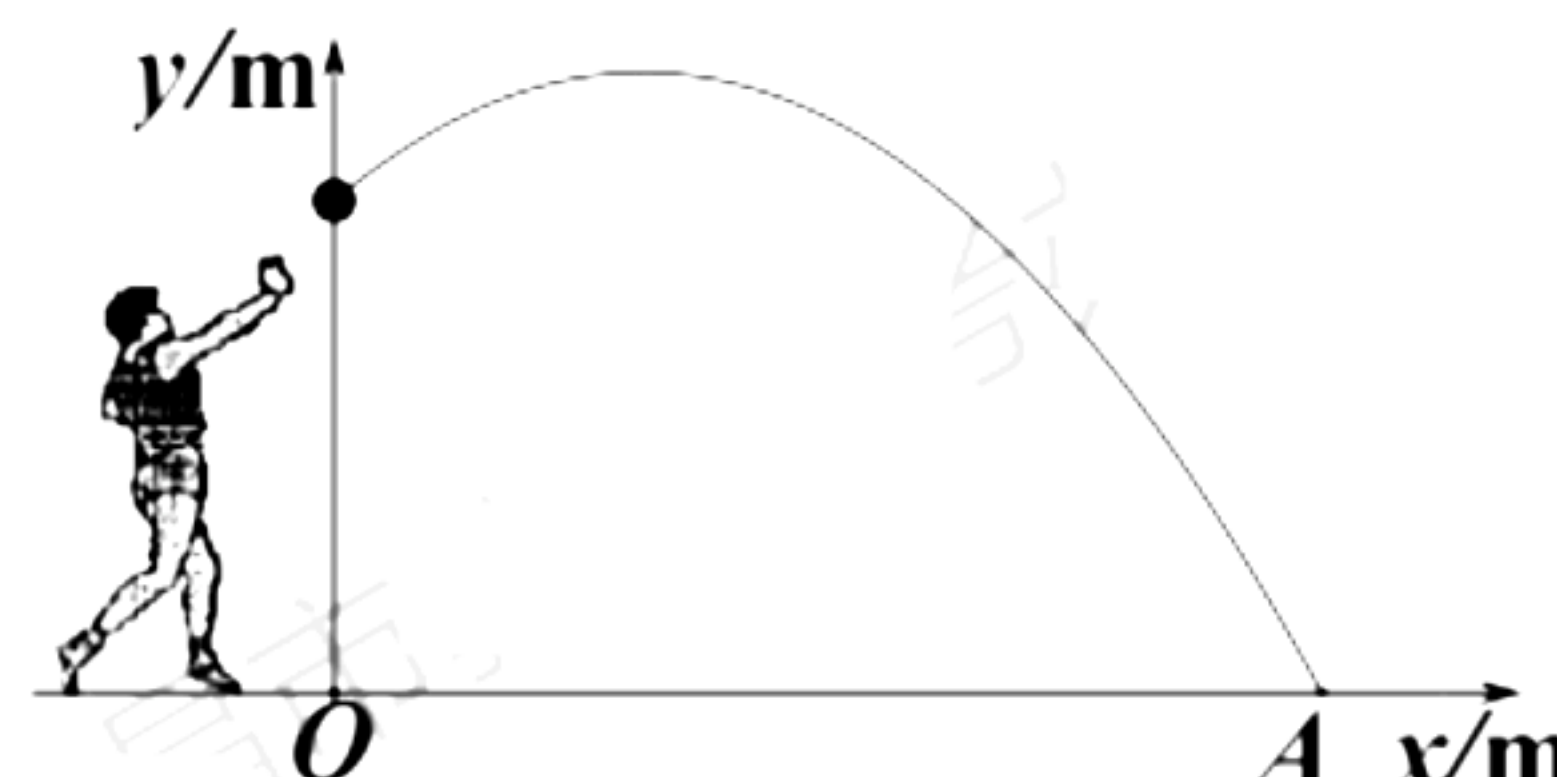
- A. 0.2 km/min      B. 0.3 km/min      C. 0.4 km/min      D. 0.6 km/min

## 二、填空题 (将答案写在答题卡上指定的位置. 每题3分, 计12分.)

12. 如图, 小宇将一张平行四边形纸片折叠, 使点  $A$  落在长边  $CD$  上的点  $A'$  处, 并得到折痕  $DE$ , 小宇测得长边  $CD = 8$ , 则四边形  $A'EBC$  的周长为\_\_\_\_\_.



(第12题图)



(第13题图)

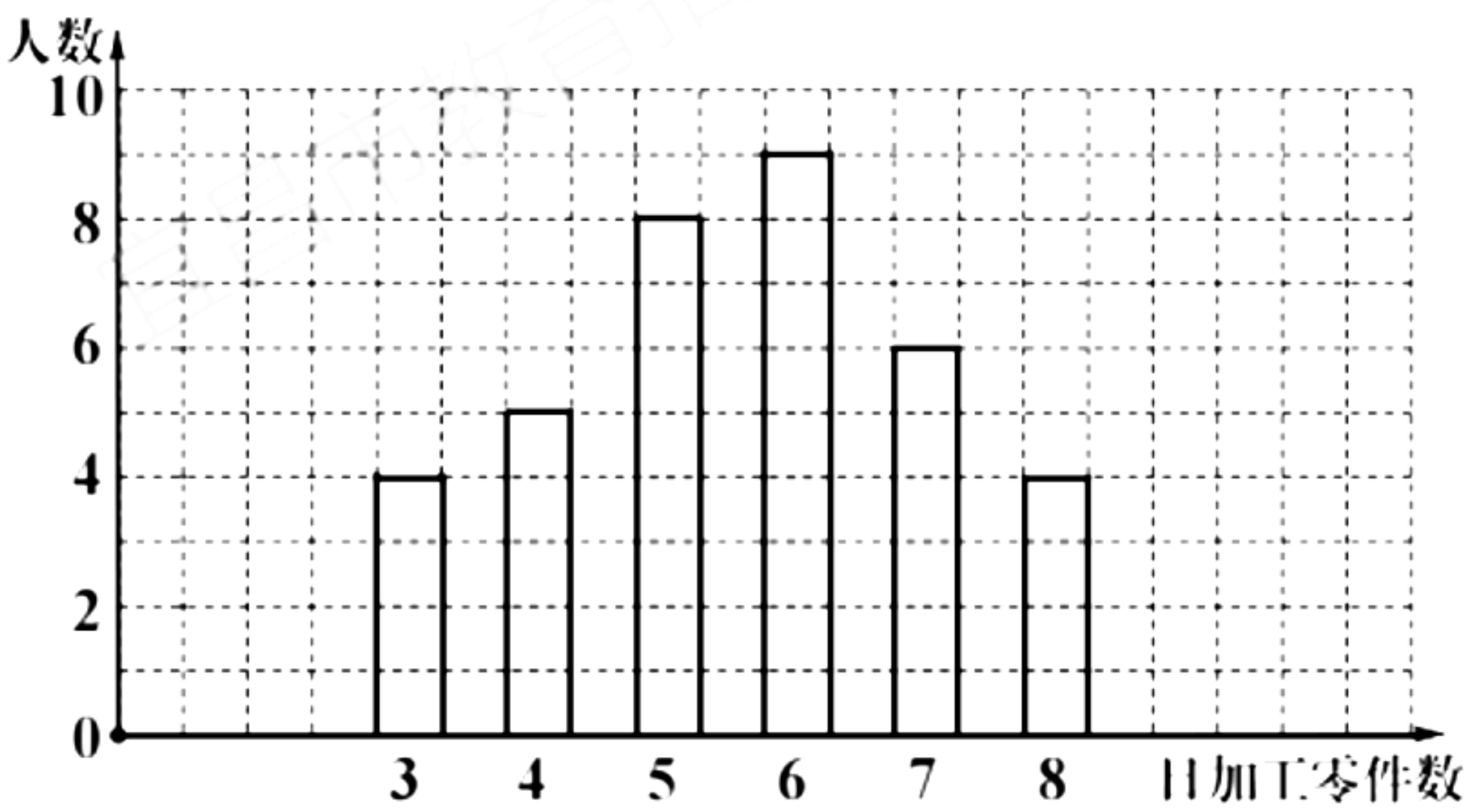
13. 如图, 一名学生推铅球, 铅球行进高度  $y$  (单位: m) 与水平距离  $x$  (单位: m) 之间的关系是  $y = -\frac{1}{12}(x-10)(x+4)$ , 则铅球推出的距离  $OA =$  \_\_\_\_\_ m.



14. 已知  $x_1, x_2$  是方程  $2x^2 - 3x + 1 = 0$  的两根,

则代数式  $\frac{x_1 + x_2}{1 + x_1 \cdot x_2}$  的值为\_\_\_\_\_.

15. 如图, 条形图描述了某车间工人日加工零件数的情况. 这些工人日加工零件数的中位数是\_\_\_\_\_.



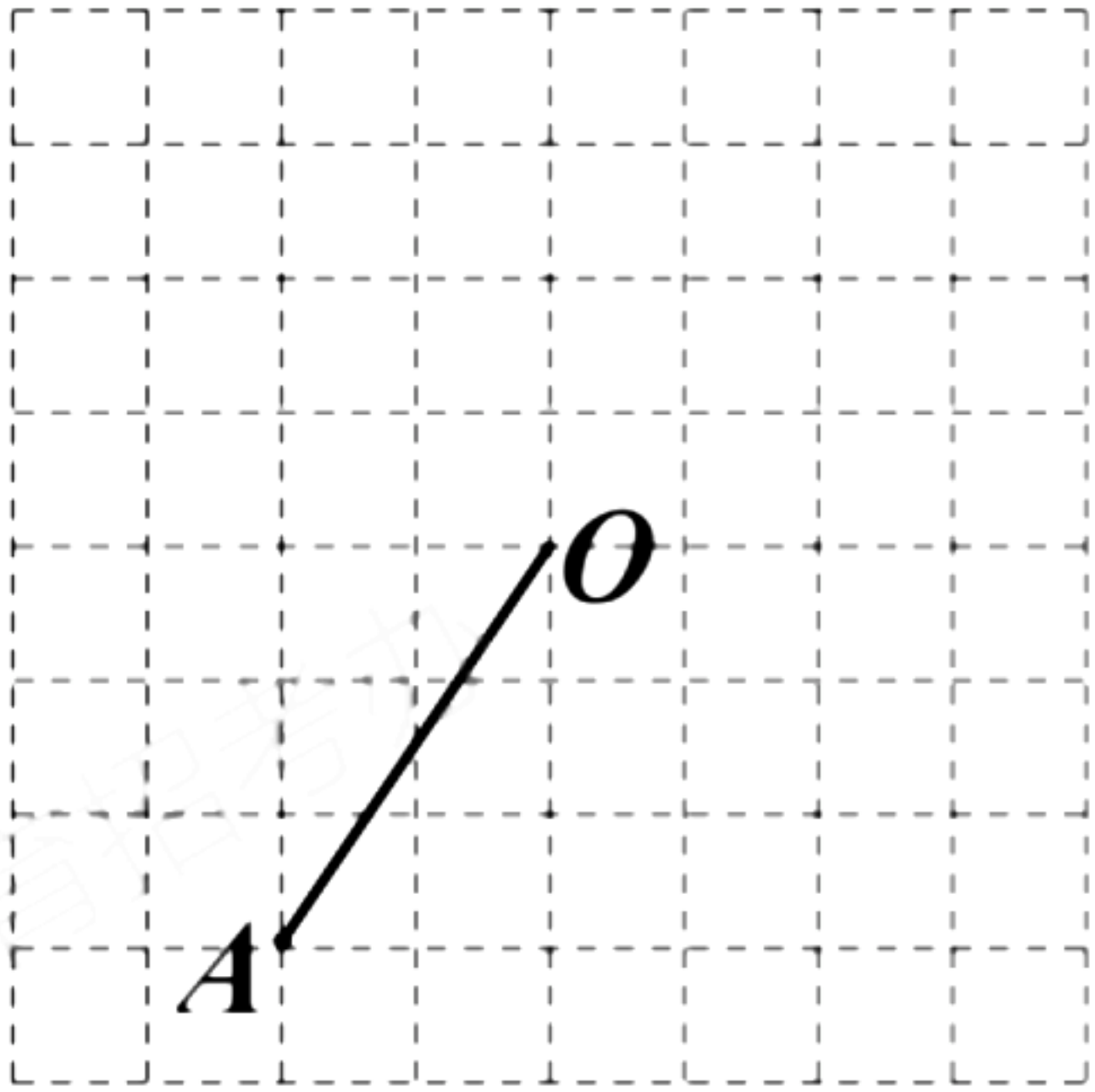
(第 15 题图)

三、解答题 (将解答过程写在答题卡上指定的位置. 本大题共有 9 题, 计 75 分.)

16. (本题满分 6 分) 先化简, 再求值:  $\frac{a^2 - 4a + 4}{a^2 - 4} \div \frac{a - 2}{a^2 + 2a} + 3$ , 其中  $a = \sqrt{3} - 3$ .

17. (本题满分 6 分) 如图, 在方格纸中按要求画图, 并完成填空.

- (1) 画出线段  $OA$  绕点  $O$  顺时针旋转  $90^\circ$  后得到的线段  $OB$ , 连接  $AB$ ;
- (2) 画出与  $\triangle AOB$  关于直线  $OB$  对称的图形, 点  $A$  的对称点是  $C$ ;
- (3) 填空:  $\angle OCB$  的度数为\_\_\_\_\_.

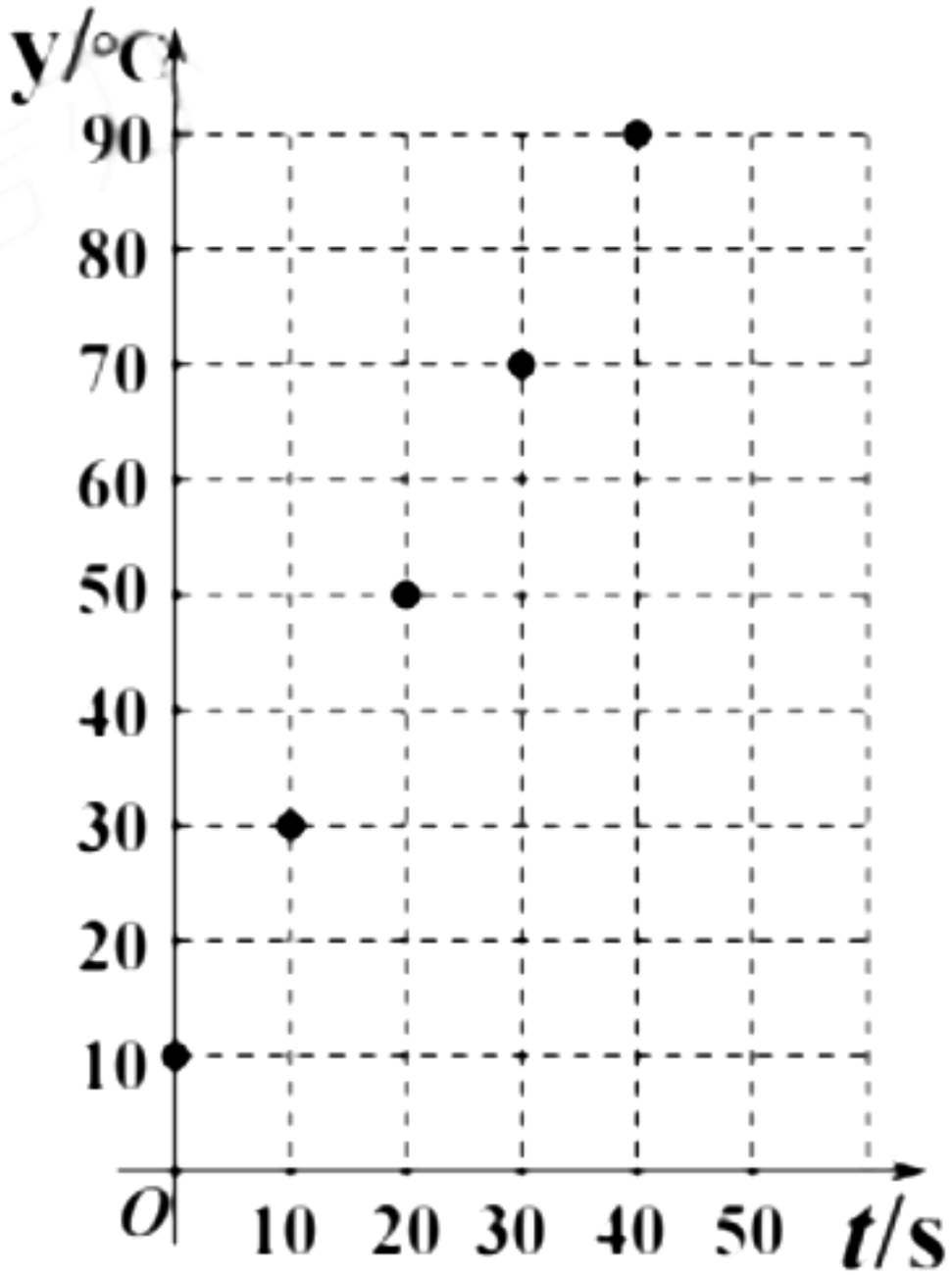


(第 17 题图)

18. (本题满分 7 分) 某食用油的沸点温度远高于水的沸点温度. 小聪想用刻度不超过  $100^\circ\text{C}$  的温度计测算出这种食用油沸点的温度. 在老师的指导下, 他在锅中倒入一些这种食用油均匀加热, 并每隔 10 s 测量一次锅中油温, 得到的数据记录如下:

时间 $t/\text{s}$	0	10	20	30	40
油温 $y/^\circ\text{C}$	10	30	50	70	90

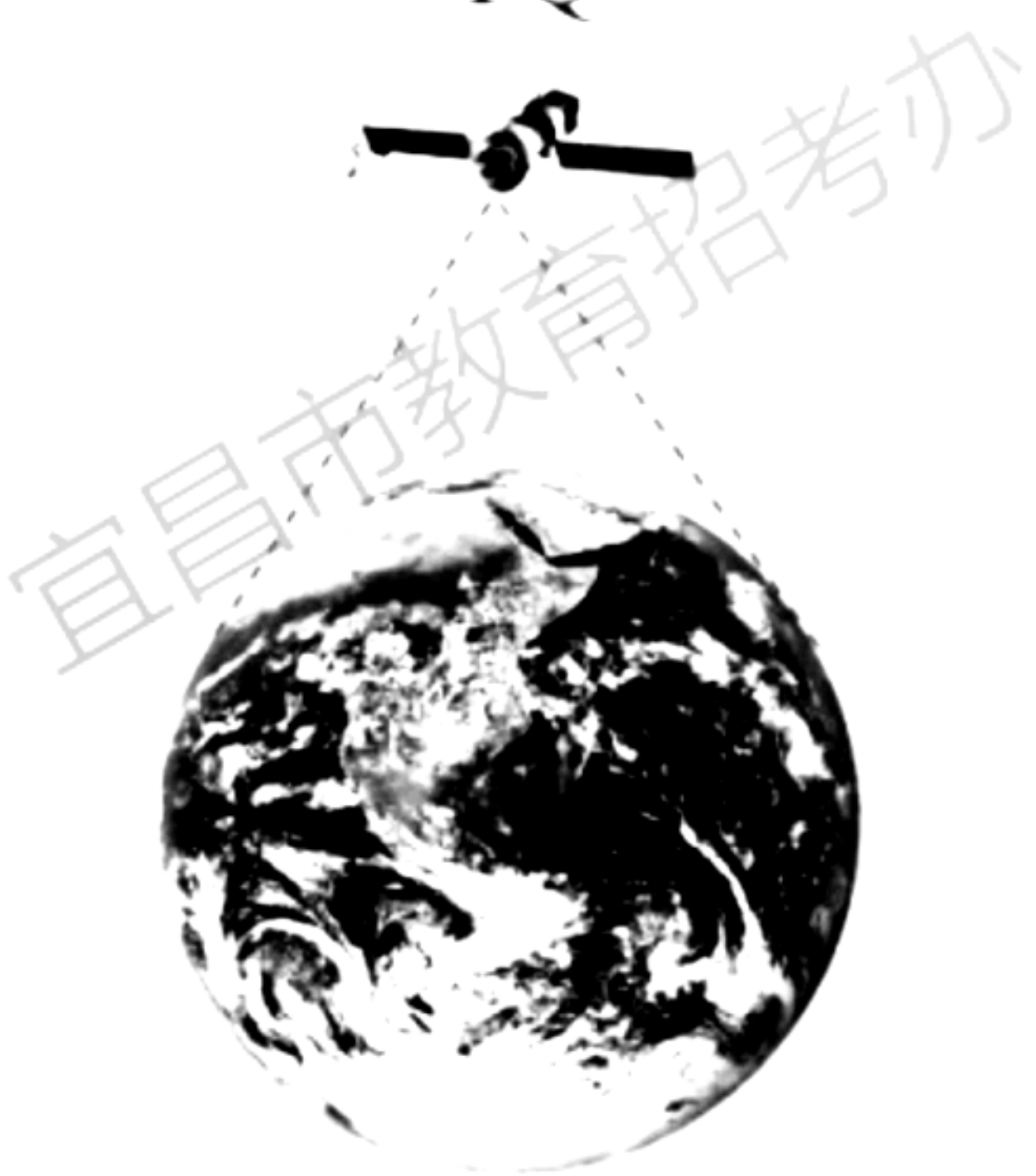
- (1) 小聪在直角坐标系中描出了表中数据对应的点. 经老师介绍, 在这种食用油达到沸点前, 锅中油温  $y$  (单位:  $^\circ\text{C}$ ) 与加热的时间  $t$  (单位: s) 符合初中学习过的某种函数关系, 填空: 可能是\_\_\_\_\_函数关系 (请选填 “正比例” “一次” “二次” “反比例”);
- (2) 根据以上判断, 求  $y$  关于  $t$  的函数解析式;
- (3) 当加热 110 s 时, 油沸腾了, 请推算沸点的温度.



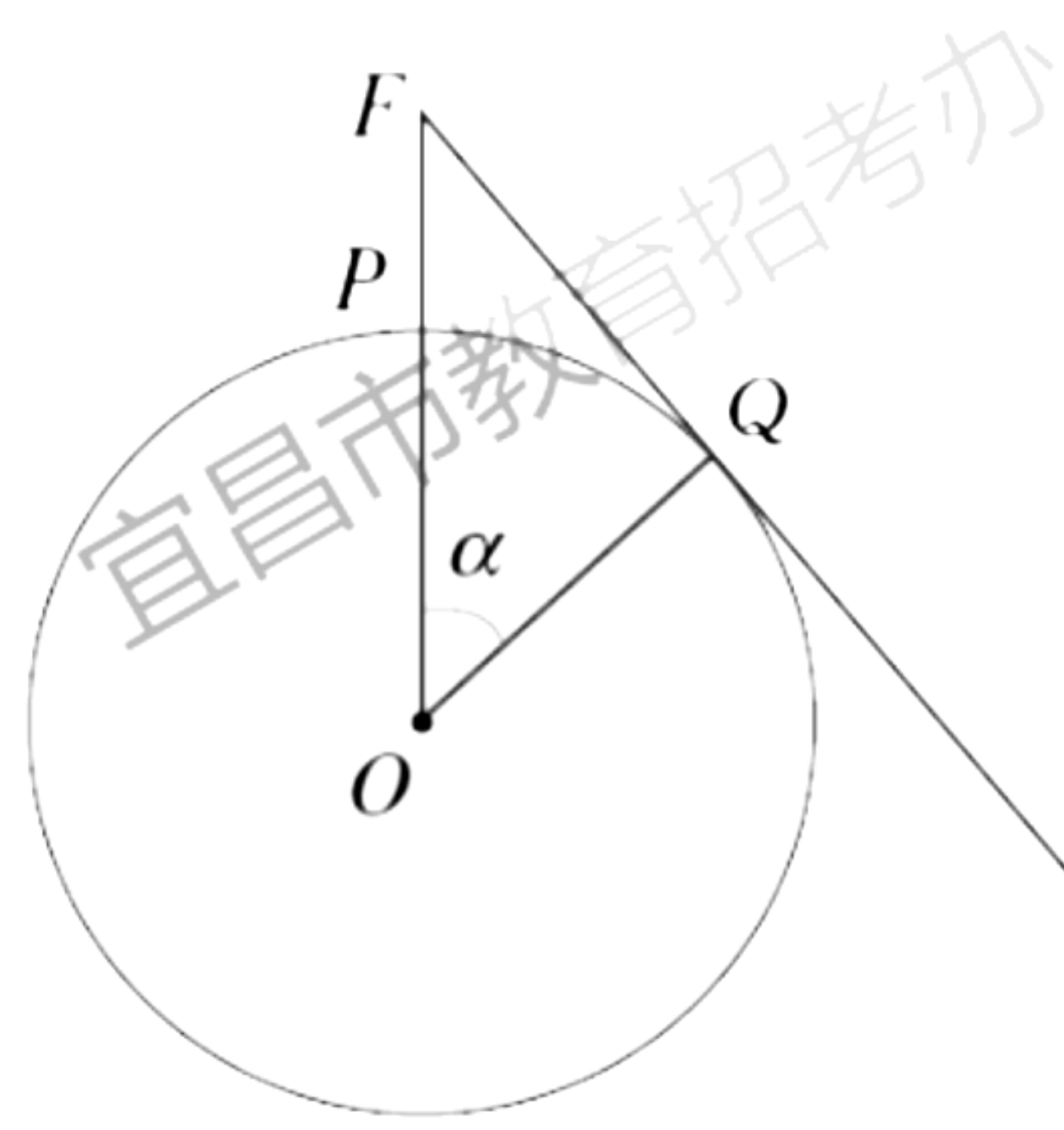
(第 18 题图)



19. (本题满分 7 分) 2023 年 5 月 30 日,“神舟十六号”航天飞船成功发射. 如图, 飞船在离地球大约 330 km 的圆形轨道上, 当运行到地球表面  $P$  点的正上方  $F$  点时, 从中直接看到地球表面一个最远的点是点  $Q$ . 在  $\text{Rt}\triangle OQF$  中,  $OP = OQ \approx 6400$  km. (参考数据:  $\cos 16^\circ \approx 0.96$ ,  $\cos 18^\circ \approx 0.95$ ,  $\cos 20^\circ \approx 0.94$ ,  $\cos 22^\circ \approx 0.93$ ,  $\pi \approx 3.14$ )
- (1) 求  $\cos \alpha$  的值 (精确到 0.01);
- (2) 在  $\odot O$  中, 求  $\widehat{PQ}$  的长 (结果取整数).



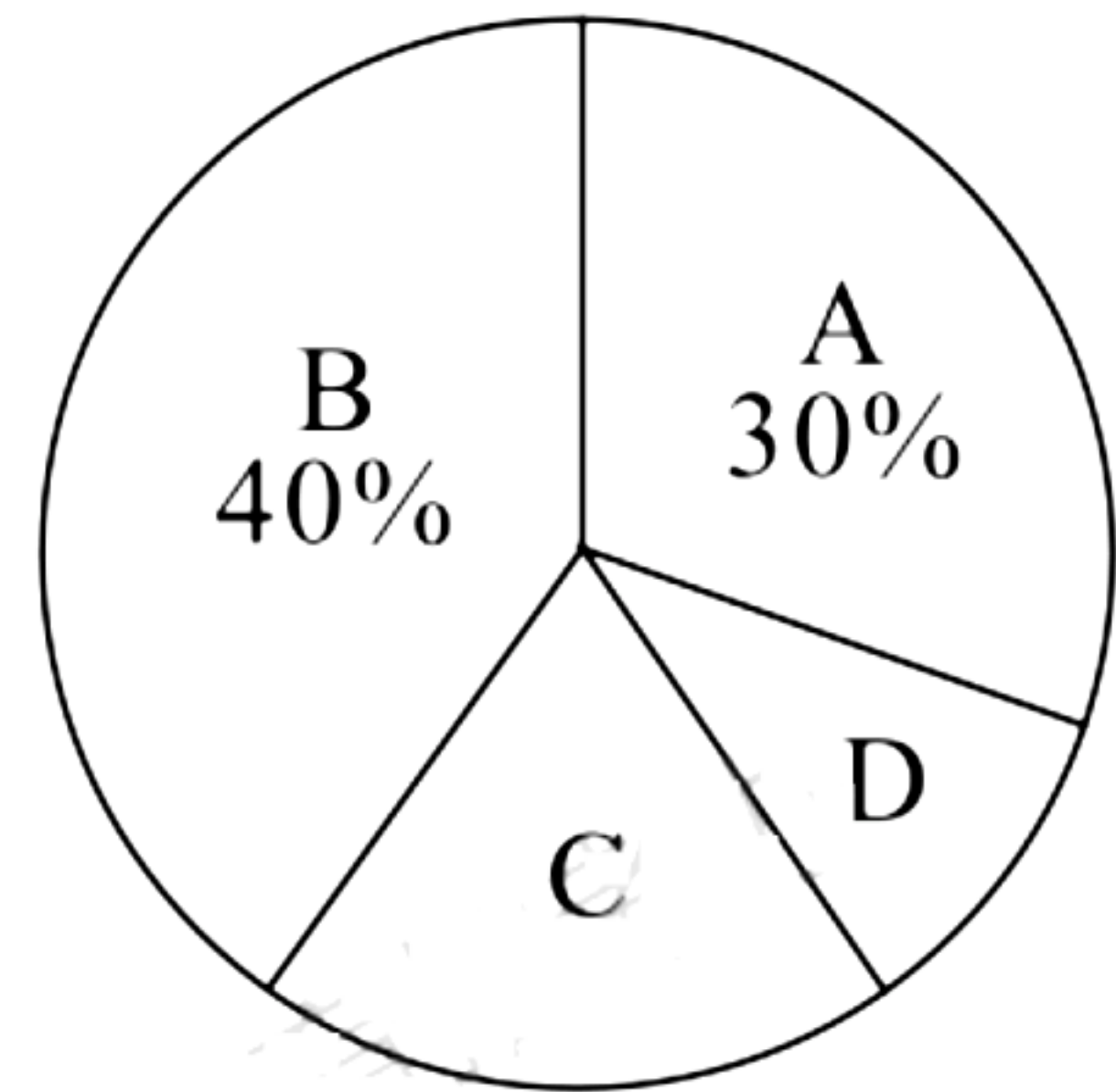
(第 19 题参考图 1)



(第 19 题参考图 2)

20. (本题满分 8 分) “阅读新时代, 书香满宜昌”. 在“全民阅读月”活动中, 某校提供了四类适合学生阅读的书籍: A 文学类, B 科幻类, C 漫画类, D 数理类. 为了解学生阅读兴趣, 学校随机抽取了部分学生进行调查 (每位学生仅选一类). 根据收集到的数据, 整理后得到下列不完整的图表:

书籍类别	学生人数
A 文学类	24
B 科幻类	$m$
C 漫画类	16
D 数理类	8



(第 20 题图)

- (1) 本次抽查的学生人数是\_\_\_\_\_, 统计表中的  $m =$ \_\_\_\_\_;
- (2) 在扇形统计图中, “C 漫画类” 对应的圆心角的度数是\_\_\_\_\_;
- (3) 若该校共有 1200 名学生, 请你估计该校学生选择 “D 数理类” 书籍的学生人数;
- (4) 学校决定成立 “文学” “科幻” “漫画” “数理” 四个阅读社团. 若小文、小明随机选取四个社团中的一个, 请利用列表或画树状图的方法, 求他们选择同一社团的概率.

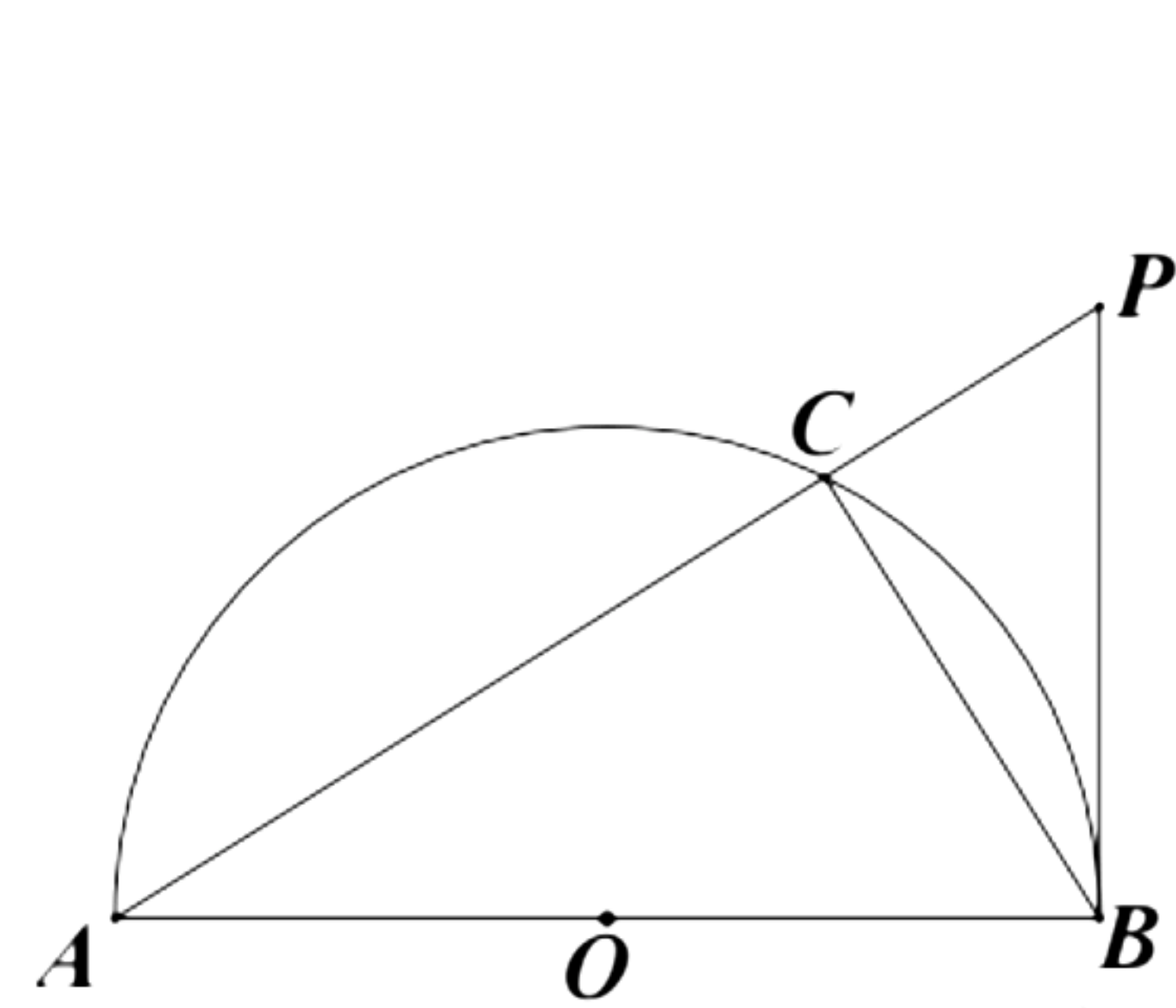


21. (本题满分 8 分) 如图 1, 已知  $AB$  是  $\odot O$  的直径,  $PB$  是  $\odot O$  的切线,  $PA$  交  $\odot O$  于点  $C$ ,  $AB = 4$ ,  $PB = 3$ .

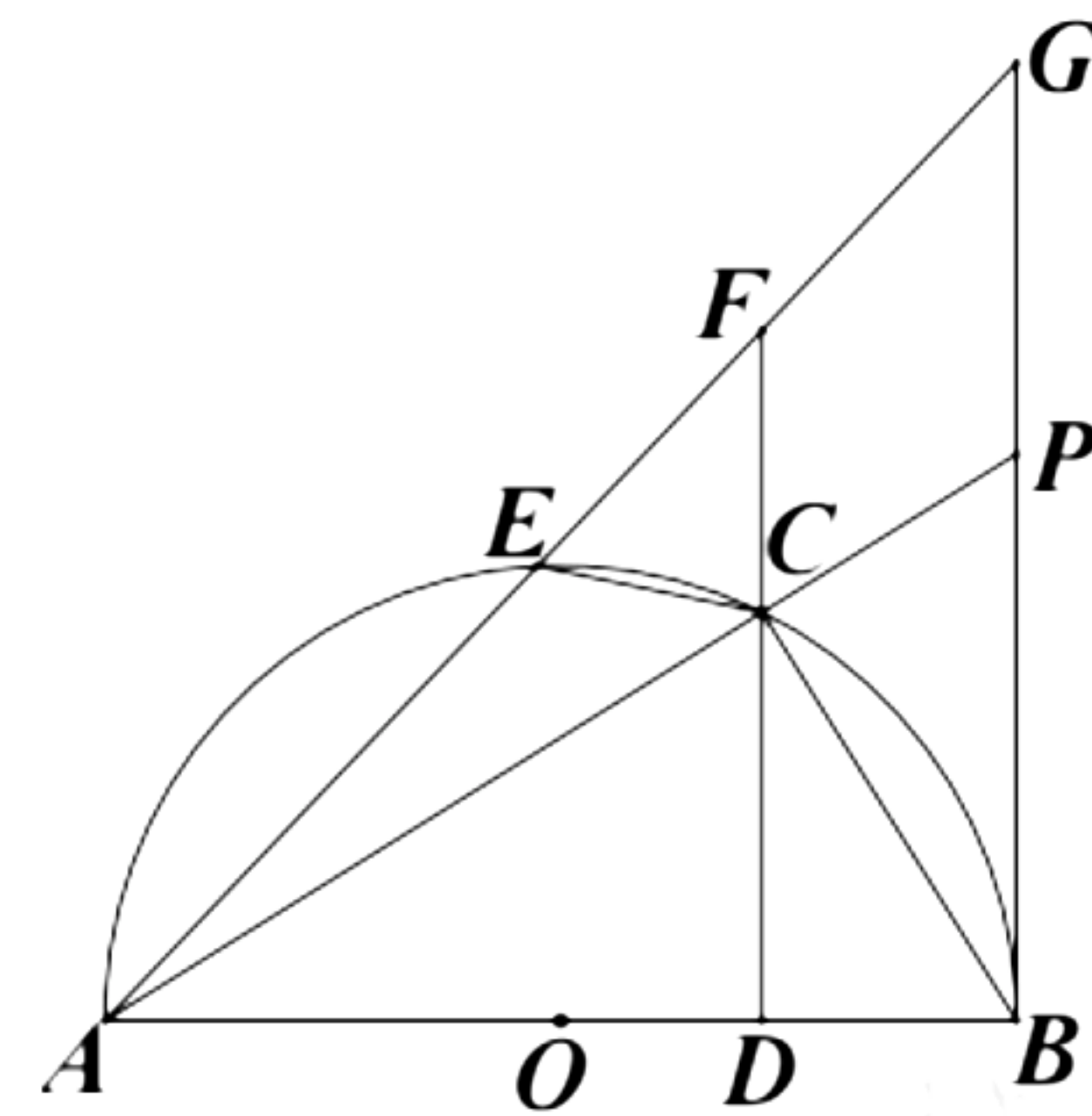
(1) 填空:  $\angle PBA$  的度数是\_\_\_\_\_,  $PA$  的长为\_\_\_\_\_;

(2) 求  $\triangle ABC$  的面积;

(3) 如图 2,  $CD \perp AB$ , 垂足为  $D$ .  $E$  是  $\widehat{AC}$  上一点,  $AE = 5EC$ . 延长  $AE$ , 与  $DC$ ,  $BP$  的延长线分别交于点  $F$ ,  $G$ , 求  $\frac{EF}{FG}$  的值.



(第 21 题图 1)



(第 21 题图 2)

22. (本题满分 10 分) 为纪念爱国诗人屈原, 人们有了端午节吃粽子的习俗. 某顾客端午节前在超市购买豆沙粽 10 个, 肉粽 12 个, 共付款 136 元, 已知肉粽单价是豆沙粽的 2 倍.

(1) 求豆沙粽和肉粽的单价;

(2) 超市为了促销, 购买粽子达 20 个及以上时实行优惠, 下表列出了小欢妈妈、小乐妈妈的购买数量 (单位: 个) 和付款金额 (单位: 元):

	豆沙粽数量	肉粽数量	付款金额
小欢妈妈	20	30	270
小乐妈妈	30	20	230

①根据上表, 求豆沙粽和肉粽优惠后的单价;

②为进一步提升粽子的销量, 超市将两种粽子打包成 A, B 两种包装销售, 每包都是 40 个粽子 (包装成本忽略不计), 每包的销售价格按其中每个粽子优惠后的单价合计. A, B 两种包装中分别有  $m$  个豆沙粽,  $m$  个肉粽, A 包装中的豆沙粽数量不超过肉粽的一半. 端午节当天统计发现, A, B 两种包装的销量分别为  $(80 - 4m)$  包,  $(4m + 8)$  包, A, B 两种包装的销售总额为 17280 元. 求  $m$  的值.



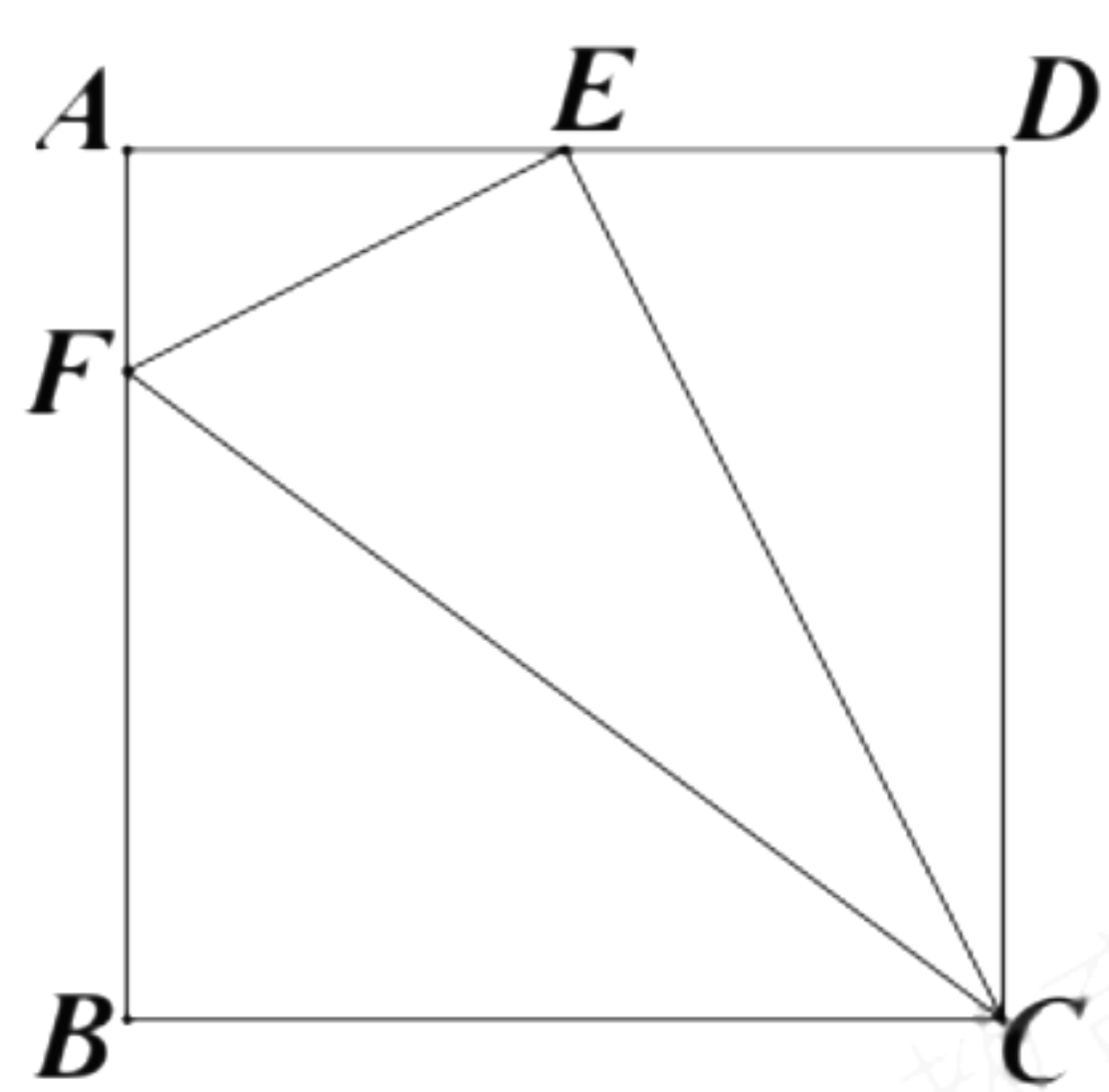
3. (本题满分 11 分) 如图, 在正方形  $ABCD$  中,  $E, F$  分别是边  $AD, AB$  上的点, 连接  $CE, EF, CF$ .

(1) 若正方形  $ABCD$  的边长为 2,  $E$  是  $AD$  的中点.

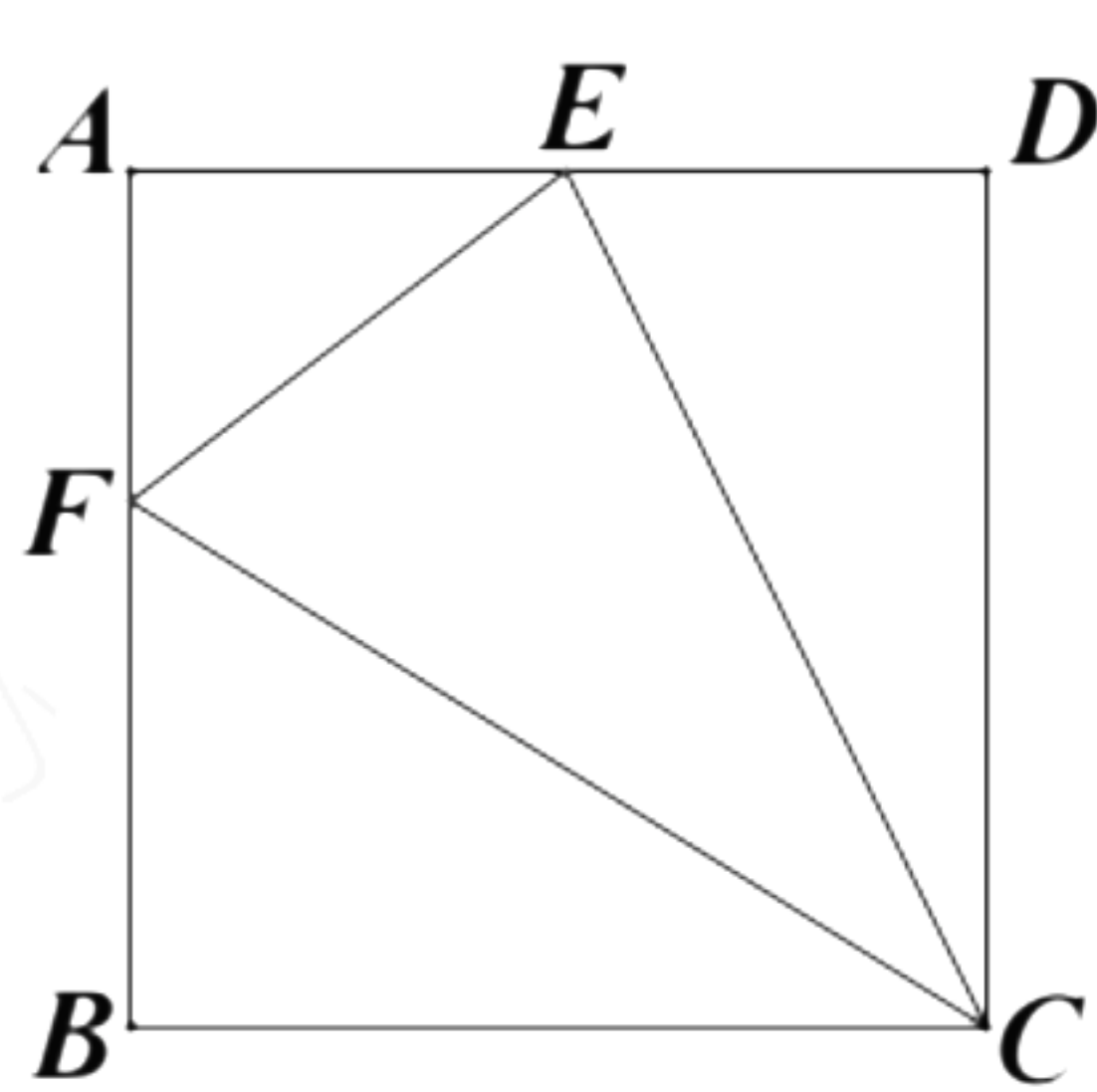
①如图 1, 当  $\angle FEC = 90^\circ$  时, 求证:  $\triangle AEF \sim \triangle DCE$ ;

②如图 2, 当  $\tan \angle FCE = \frac{2}{3}$  时, 求  $AF$  的长;

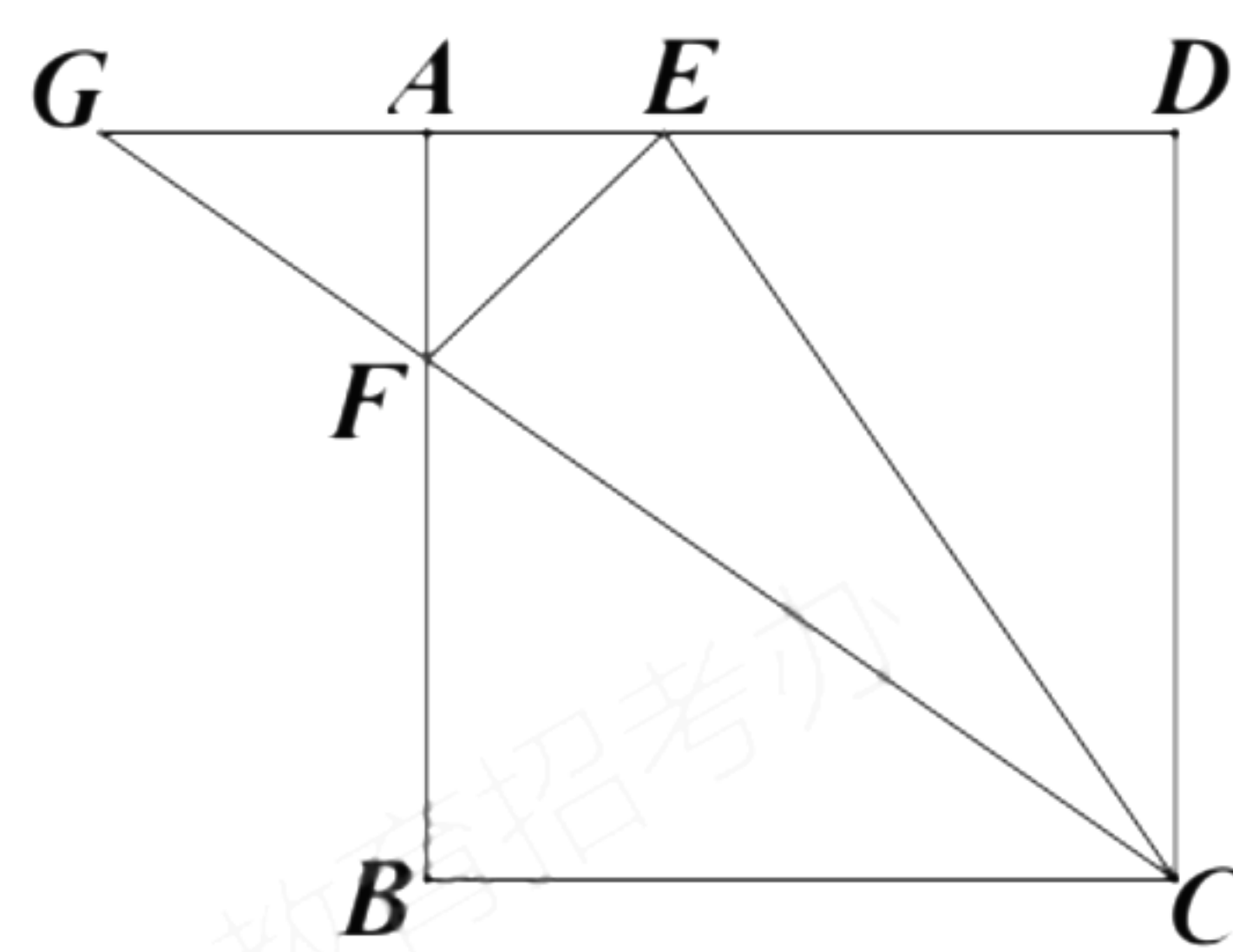
(2) 如图 3, 延长  $CF, DA$  交于点  $G$ , 当  $GE = DE$ ,  $\sin \angle FCE = \frac{1}{3}$  时, 求证:  $AE = AF$ .



(第 23 题图 1)



(第 23 题图 2)



(第 23 题图 3)

4. (本题满分 12 分) 如图, 已知  $A(0, 2), B(2, 0)$ . 点  $E$  位于第二象限且在直线  $y = -2x$  上,  $\angle EOD = 90^\circ$ ,  $OD = OE$ , 连接  $AB, DE, AE, DB$ .

(1) 直接判断  $\triangle AOB$  的形状:  $\triangle AOB$  是\_\_\_\_\_三角形;

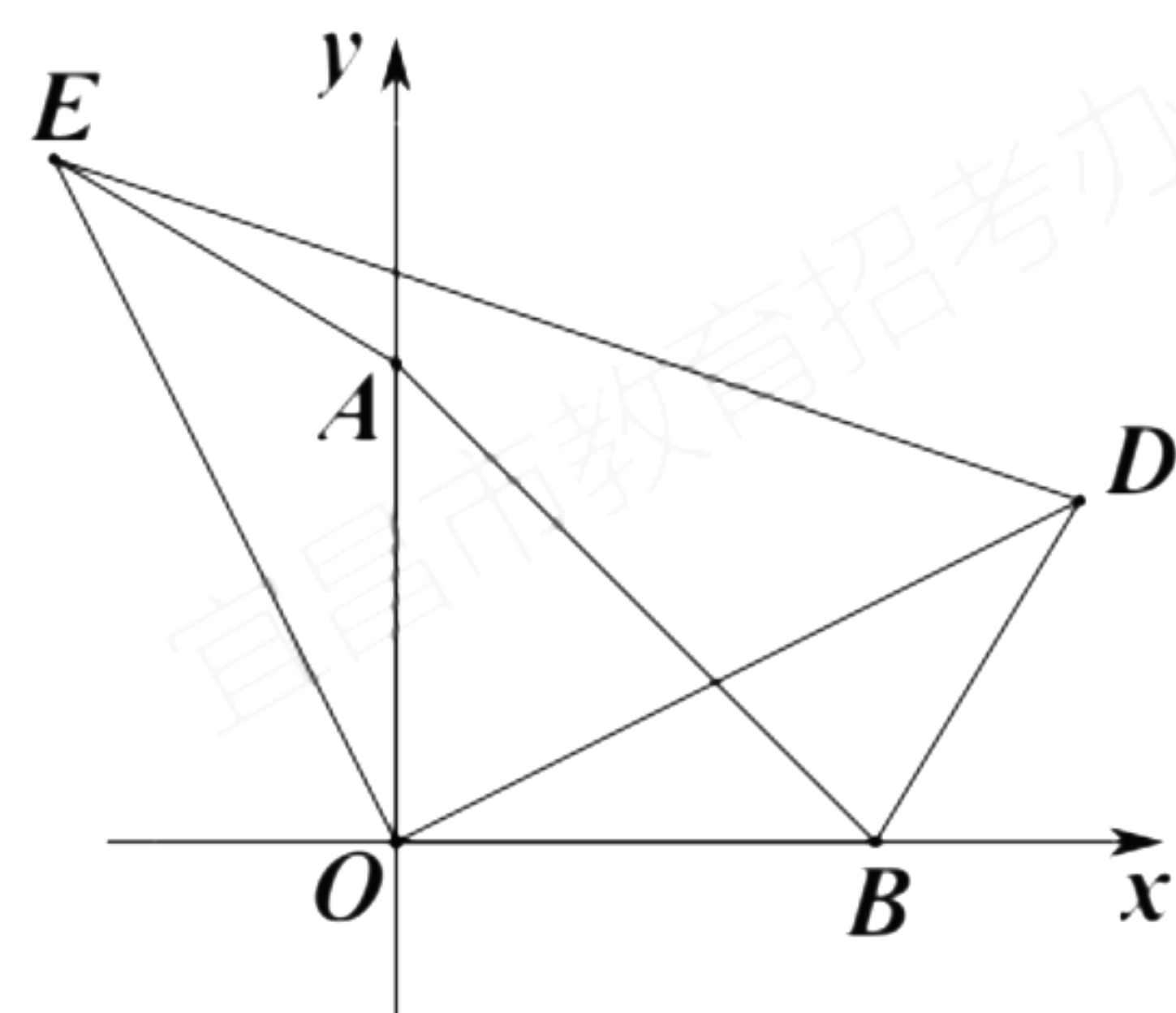
(2) 求证:  $\triangle AOE \cong \triangle BOD$ ;

(3) 直线  $EA$  交  $x$  轴于点  $C(t, 0)$ ,  $t > 2$ . 将经过  $B, C$  两点的抛物线  $y_1 = ax^2 + bx - 4$  向左平移 2 个单位, 得到抛物线  $y_2$ .

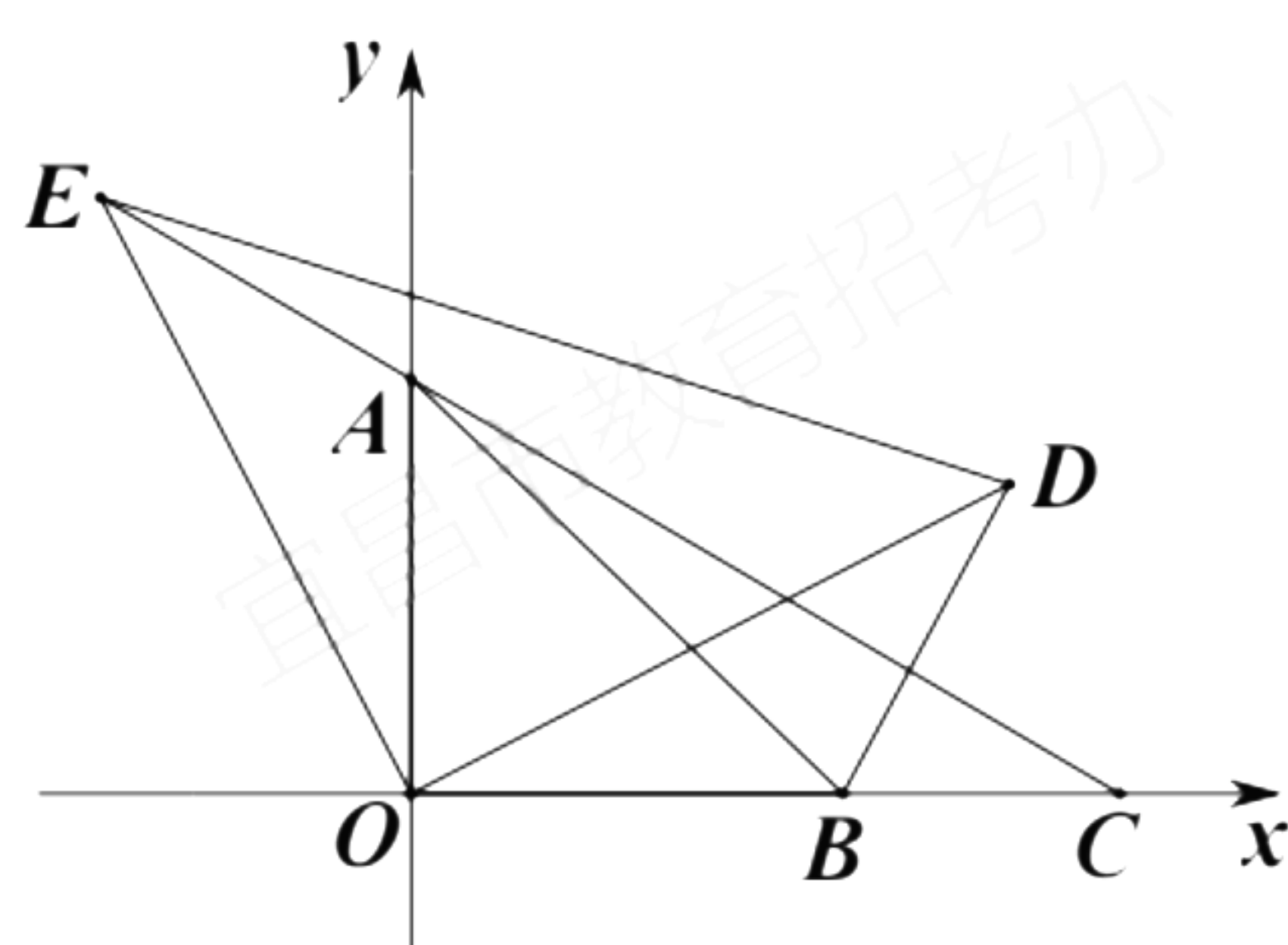
①若直线  $EA$  与抛物线  $y_1$  有唯一交点, 求  $t$  的值;

②若抛物线  $y_2$  的顶点  $P$  在直线  $EA$  上, 求  $t$  的值;

③将抛物线  $y_2$  再向下平移  $\frac{2}{(t-1)^2}$  个单位, 得到抛物线  $y_3$ . 若点  $D$  在抛物线  $y_3$  上, 求点  $D$  的坐标.



(第 24 题图)



(第 24 题备用图)