

## 黄冈市 2023 年初中学业水平考试

## 数学试卷

(满分: 120 分 考试用时: 120 分钟)

## 注意事项:

1. 本试卷分试题卷和答题卡; 全卷 24 小题.
  2. 考生答题前, 请将自己的学校、姓名、准考证号填写在试题卷和答题卡指定的位置, 同时认真阅读答题卡上的注意事项.
  3. 考生答题时, 请按题号顺序在答题卡上各题目的答题区域内作答, 写在试题卷上无效.
- 一、精心选一选 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 满分 24 分. 在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的, 请在答题卡上把正确答案的代号涂黑)

1.  $-2$  的相反数为A.  $-2$ B.  $2$ C.  $-\frac{1}{2}$ D.  $\frac{1}{2}$ 

2. 2023 年全国普通高校毕业生规模预计达到 1158 万人, 数 11 580 000 用科学计数法表示为

A.  $1.158 \times 10^7$ B.  $1.158 \times 10^8$ C.  $1.158 \times 10^3$ D.  $1.158 \times 10^4$ 

3. 下列几何体中, 三视图都是圆的是

A. 长方体

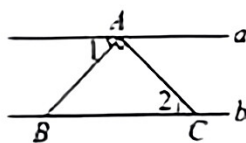
B. 圆柱

C. 圆锥

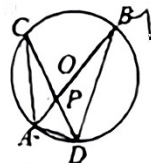
D. 球

4. 不等式组  $\begin{cases} x-1 < 0 \\ x+1 > 0 \end{cases}$  的解集为A.  $x > -1$ B.  $x < 1$ C.  $-1 < x < 1$ 

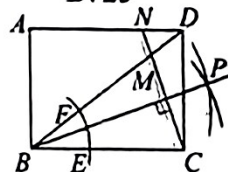
D. 无解

5. 如图,  $\text{Rt}\triangle ABC$  的直角顶点  $A$  在直线  $a$  上, 斜边  $BC$  在直线  $b$  上, 若  $a \parallel b$ ,  $\angle 1 = 55^\circ$ , 则  $\angle 2 =$ A.  $55^\circ$ B.  $45^\circ$ C.  $35^\circ$ D.  $25^\circ$ 

(第 5 题图)



(第 6 题图)



(第 7 题图)

6. 如图, 在  $\odot O$  中, 直径  $AB$  与弦  $CD$  相交于点  $P$ , 连接  $AC$ ,  $AD$ ,  $BD$ , 若  $\angle C = 20^\circ$ ,  $\angle BPC = 70^\circ$ , 则  $\angle ADC =$ A.  $70^\circ$ B.  $60^\circ$ C.  $50^\circ$ D.  $40^\circ$ 7. 如图, 矩形  $ABCD$  中,  $AB = 3$ ,  $BC = 4$ , 以点  $B$  为圆心, 适当长为半径画弧, 分别交  $BC$ , $BD$  于点  $E$ ,  $F$ . 再分别以点  $E$ ,  $F$  为圆心, 大于  $\frac{1}{2}EF$  长为半径画弧交于点  $P$ , 作射线 $BP$ , 过点  $C$  作  $BP$  的垂线分别交  $BD$ ,  $AD$  于点  $M$ ,  $N$ , 则  $CN$  的长为A.  $\sqrt{10}$ B.  $\sqrt{11}$ C.  $2\sqrt{3}$ D.  $4$ 8. 已知二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a < 0$ ) 的图象与  $x$  轴的一个交点坐标为  $(-1, 0)$ , 对称轴为直线  $x = 1$ , 下列结论中: ①  $a - b + c = 0$ ; ② 若点  $(-3, y_1)$ ,  $(2, y_2)$ ,  $(4, y_3)$  均在该二次函数图象上, 则  $y_1 < y_2 < y_3$ ; ③ 若  $m$  为任意实数, 则  $am^2 + bm + c \leq -4a$ ; ④ 方程  $ax^2 + bx + c + 1 = 0$  的两实数根为  $x_1$ ,  $x_2$ , 且  $x_1 < x_2$ , 则  $x_1 < -1$ ,  $x_2 > 3$ . 正确结论的序号为

A. ①②③

B. ①③④

C. ②③④

D. ①④

二、细心填一填（本大题共 8 小题，每小题 3 分，满分 24 分.请把答案填在答题卡相应题号的横线上）

9. 计算： $(-1)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^0 = \underline{\quad\star\quad}$ .

10. 请写出一个正整数  $m$  的值使得  $\sqrt{8m}$  是整数： $m = \underline{\quad\star\quad}$ .

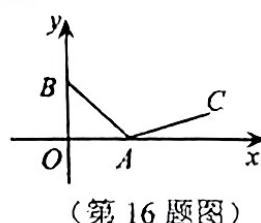
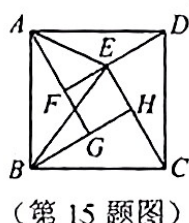
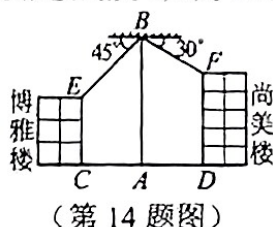
11. 若正  $n$  边形的一个外角为  $72^\circ$ ，则  $n = \underline{\quad\star\quad}$ .

12. 已知一元二次方程  $x^2 - 3x + k = 0$  的两个实数根为  $x_1, x_2$ ，若  $x_1x_2 + 2x_1 + 2x_2 = 1$ ，则实数  $k = \underline{\quad\star\quad}$ .

13. 眼睛是心灵的窗户.为保护学生视力，启航中学每学期给学生检查视力.下表是该校某班 39 名学生右眼视力的检查结果，这组视力数据中，中位数是  $\underline{\quad\star\quad}$ .

|    |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 视力 | 4.0 | 4.1 | 4.2 | 4.3 | 4.4 | 4.5 | 4.6 | 4.7 | 4.8 | 4.9 | 5.0 |
| 人数 | 1   | 2   | 6   | 3   | 3   | 4   | 1   | 2   | 5   | 7   | 5   |

14. 综合实践课上，航模小组用航拍无人机进行测高实践.如图，无人机从地面  $CD$  的中点  $A$  处竖直上升 30 米到达  $B$  处，测得博雅楼顶部  $E$  的俯角为  $45^\circ$ ，尚美楼顶部  $F$  的俯角为  $30^\circ$ ，已知博雅楼高度  $CE$  为 15 米，则尚美楼高度  $DF$  为  $\underline{\quad\star\quad}$  米.（结果保留根号）



15. 如图，是我国汉代的赵爽在注解《周髀算经》时给出的，人们称它为“赵爽弦图”.它是由四个全等的直角三角形和一个小正方形组成的一个大正方形.设图中  $AF = a$ ， $DF = b$ ，连接  $AE, BE$ ，若  $\triangle ADE$  与  $\triangle BEH$  的面积相等，则  $\frac{b^2}{a^2} + \frac{a^2}{b^2} = \underline{\quad\star\quad}$ .

16. 如图，已知点  $A(3, 0)$ ，点  $B$  在  $y$  轴正半轴上，将线段  $AB$  绕点  $A$  顺时针旋转  $120^\circ$  到线段  $AC$ ，若点  $C$  的坐标为  $(7, h)$ ，则  $h = \underline{\quad\star\quad}$ .

三、专心解一解（本大题共 8 小题，满分 72 分.请认真读题，冷静思考.解答题应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤，请把解题过程写在答题卡相应题号的位置）

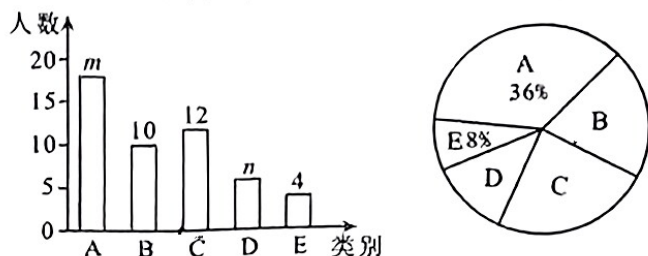
17. （本题满分 6 分）化简： $\frac{x^2+1}{x-1} - \frac{2x}{x-1}$ .

18. （本题满分 8 分）创建文明城市，构建美好家园.为提高垃圾分类意识，幸福社区决定采购  $A, B$  两种型号的新型垃圾桶.若购买 3 个  $A$  型垃圾桶和 4 个  $B$  型垃圾桶共需要 580 元，购买 6 个  $A$  型垃圾桶和 5 个  $B$  型垃圾桶共需要 860 元.

(1) 求两种型号垃圾桶的单价；

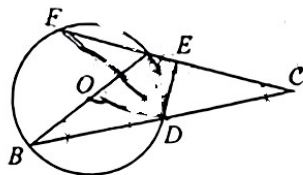
(2) 若需购买  $A, B$  两种型号的垃圾桶共 200 个，总费用不超过 15000 元，至少需购买  $A$  型垃圾桶多少个？

19. (本题满分8分) 打造书香文化, 培养阅读习惯. 崇德中学计划在各班建图书角, 开展“我最喜欢阅读的书籍”为主题的调查活动, 学生根据自己的爱好选择一类书籍(A:科技类, B:文学类, C:政史类, D:艺术类, E:其他类). 张老师组织数学兴趣小组对学校部分学生进行了问卷调查, 根据收集到的数据, 绘制了两幅不完整的统计图(如图所示).



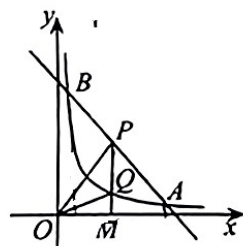
根据图中信息, 请回答下列问题:

- (1) 条形图中的  $m = \underline{\quad\star\quad}$   $n = \underline{\quad\star\quad}$ , 文学类书籍对应扇形圆心角等于  $\underline{\quad\star\quad}$  度;
  - (2) 若该校有 2000 名学生, 请你估计最喜欢阅读政史类书籍的学生人数;
  - (3) 甲同学从 A, B, C 三类书籍中随机选择一种, 乙同学从 B, C, D 三类书籍中随机选择一种, 请用画树状图或者列表法求甲乙两位同学选择相同类别书籍的概率.
20. (本题满分8分) 如图,  $\triangle ABC$  中, 以  $AB$  为直径的  $\odot O$  交  $BC$  于点  $D$ ,  $DE$  是  $\odot O$  的切线, 且  $DE \perp AC$ , 垂足为  $E$ , 延长  $CA$  交  $\odot O$  于点  $F$ .

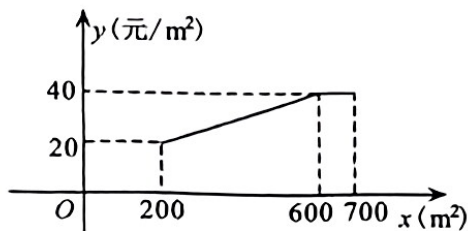


- (1) 求证:  $AB = AC$ ;
- (2) 若  $AE = 3$ ,  $DE = 6$ , 求  $AF$  的长.

21. (本题满分8分) 如图, 一次函数  $y_1 = kx + b (k \neq 0)$  与函数  $y_2 = \frac{m}{x} (x > 0)$  的图象交于  $A(4, 1)$ ,  $B(\frac{1}{2}, a)$  两点.



- (1) 求这两个函数的解析式.
  - (2) 根据图象, 直接写出满足  $y_1 - y_2 > 0$  时  $x$  的取值范围;
  - (3) 点  $P$  在线段  $AB$  上, 过点  $P$  作  $x$  轴的垂线, 垂足为  $M$ , 交函数  $y_2$  的图象于点  $Q$ , 若  $\triangle POQ$  面积为 3, 求点  $P$  的坐标.
22. (本题满分10分) 加强劳动教育, 落实五育并举. 孝礼中学在当地政府的支持下, 建成了一处劳动实践基地. 2023 年计划将其中  $1000\text{m}^2$  的土地全部种植甲乙两种蔬菜. 经调查发现: 甲种蔬菜种植成本  $y$  (单位: 元/ $\text{m}^2$ ) 与其种植面积  $x$  (单位:  $\text{m}^2$ ) 的函数关系如图所示, 其中  $200 \leq x \leq 700$ ; 乙种蔬菜的种植成本为  $50$  元/ $\text{m}^2$ .



- (1) 当  $x = \underline{\quad\star\quad}\text{m}^2$  时,  $y = 35$  元/ $\text{m}^2$ ;
- (2) 设 2023 年甲乙两种蔬菜总种植成本为  $W$  元, 如何分配两种蔬菜的种植面积, 使  $W$  最小?
- (3) 学校计划今后每年在这  $1000\text{m}^2$  土地上, 均按 (2) 中方案种植蔬菜, 因技术改进, 预计种植成本逐年下降. 若甲种蔬菜种植成本平均每年下降  $10\%$ , 乙种蔬菜种植成本平均每年下降  $a\%$ , 当  $a$  为何值时, 2025 年的总种植成本为 28920 元?

3. (本题满分 11 分)

【问题呈现】

$\triangle CAB$  和  $\triangle CDE$  都是直角三角形,  $\angle ACB = \angle DCE = 90^\circ$ ,  $CB = mCA$ ,  $CE = mCD$ , 连接  $AD$ ,  $BE$ , 探究  $AD$ ,  $BE$  的位置关系.

【问题探究】

(1) 如图 1, 当  $m=1$  时, 直接写出  $AD$ ,  $BE$  的位置关系:           ★          .

(2) 如图 2, 当  $m \neq 1$  时, (1) 中的结论是否成立? 若成立, 给出证明; 若不成立, 说明理由.

【拓展应用】

(3) 当  $m = \sqrt{3}$ ,  $AB = 4\sqrt{7}$ ,  $DE = 4$  时, 将  $\triangle CDE$  绕点  $C$  旋转, 使  $A$ ,  $D$ ,  $E$  三点恰好在同一直线上, 求  $BE$  的长.

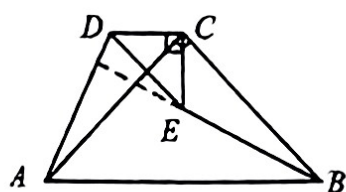


图 1

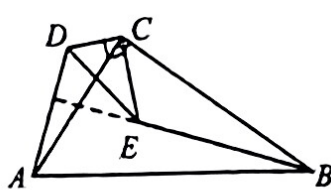
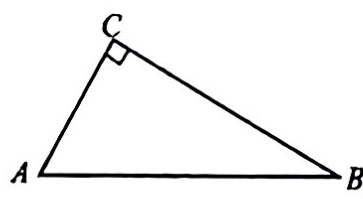


图 2



备用图

24. (本题满分 13 分) 已知抛物线  $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$  与  $x$  轴交于  $A$ ,  $B(4, 0)$  两点, 与  $y$  轴交于点  $C(0, 2)$ . 点  $P$  为第一象限抛物线上的点, 连接  $CA$ ,  $CB$ ,  $PB$ ,  $PC$ .

(1) 直接写出结果:  $b = \underline{\text{★}}$ ,  $c = \underline{\text{★}}$ , 点  $A$  的坐标为 ★,  $\tan \angle ABC = \underline{\text{★}}$ ;

(2) 如图 1, 当  $\angle PCB = 2\angle OCA$  时, 求点  $P$  的坐标;

(3) 如图 2, 点  $D$  在  $y$  轴负半轴上,  $OD = OB$ , 点  $Q$  为抛物线上一点,  $\angle QBD = 90^\circ$ . 点  $E$ ,  $F$  分别为  $\triangle BDQ$  的边  $DQ$ ,  $DB$  上的动点, 且  $QE = DF$ , 记  $BE + QF$  的最小值为  $m$ .

①求  $m$  的值;

②设  $\triangle PCB$  的面积为  $S$ , 若  $S = \frac{1}{4}m^2 - k$ , 请直接写出  $k$  的取值范围.

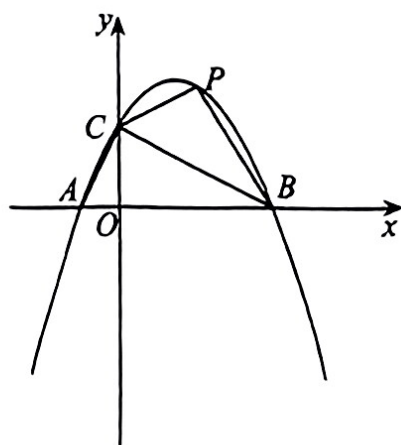


图 1

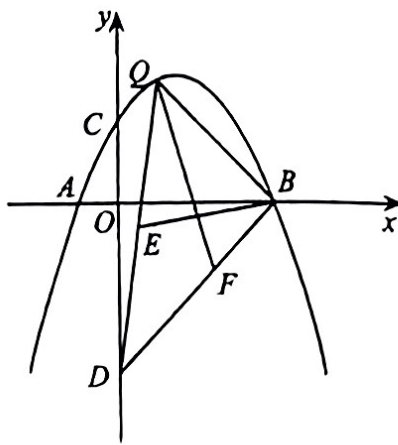
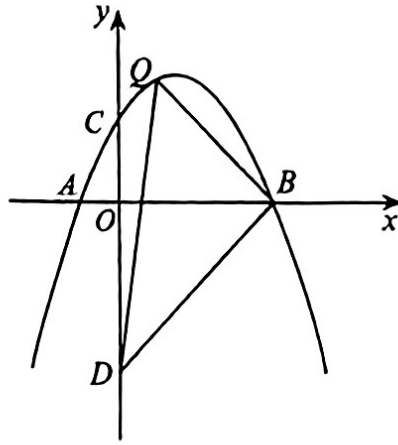


图 2



备用图