

# 2023 年郴州市初中学业水平考试

## 数 学

### ( 试题卷 )

#### 注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、准考证号写在答题卡和该试题卷的封面上,并认真填涂和核对答题卡上的姓名、准考证号和科目;
  2. 选择题部分请按题号用 2B 铅笔填涂方框,修改时用橡皮擦擦干净,不留痕迹;
  3. 非选择题部分请按题号用 0.5 毫米黑色签字笔书写,否则作答无效;
  4. 在草稿纸、试题卷上答题无效;
  5. 请勿折叠答题卡,保证字体工整、笔迹清晰、卡面清洁;
  6. 答题完成后,请将试题卷、答题卡放在桌上,由监考老师统一收回.
- 本试卷共 8 页,有三道大题,共 26 小题,满分 130 分,考试时间 120 分钟.

#### 一、选择题(共 8 小题,每小题 3 分,共 24 分)

1.  $-2$  的倒数是

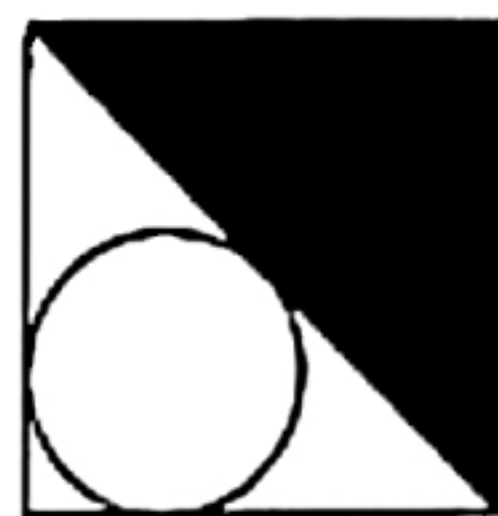
A. 2

B.  $-\frac{1}{2}$

C.  $-2$

D.  $\frac{1}{2}$

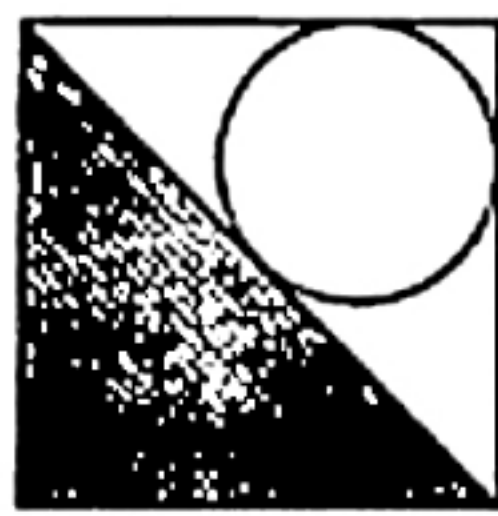
2. 下列图形中,能由图形  $a$  通过平移得到的是



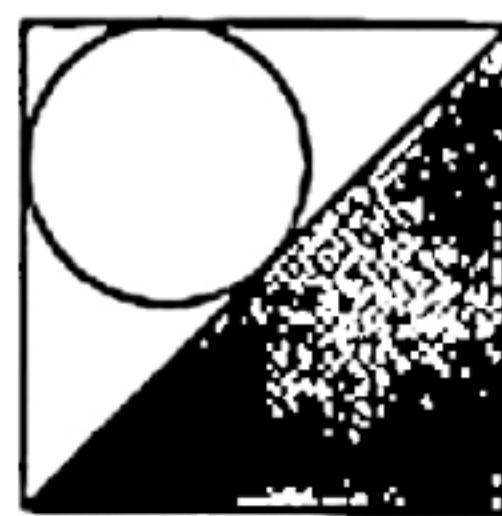
A.



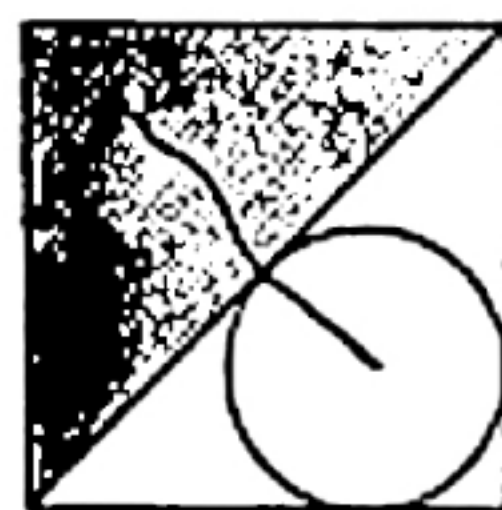
B.



C.



D.



图形  $a$

3. 下列运算正确的是

A.  $a^4 \cdot a^3 = a^7$

B.  $(a^2)^3 = a^5$

C.  $3a^2 - a^2 = 2$

D.  $(a-b)^2 = a^2 - b^2$

4. 下列几何体中,各自的三视图完全一样的是



A.



B.



C.

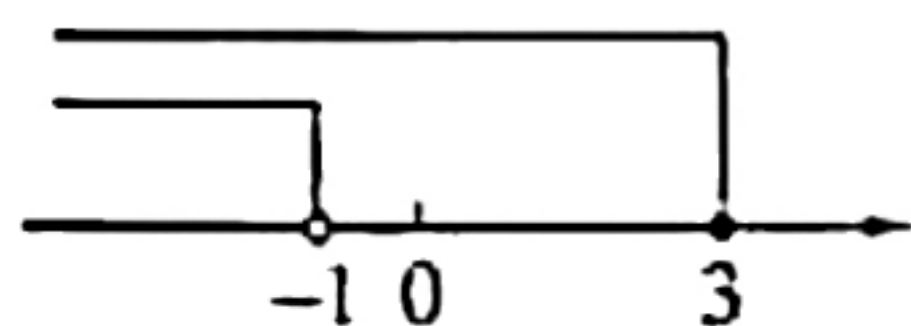


D.

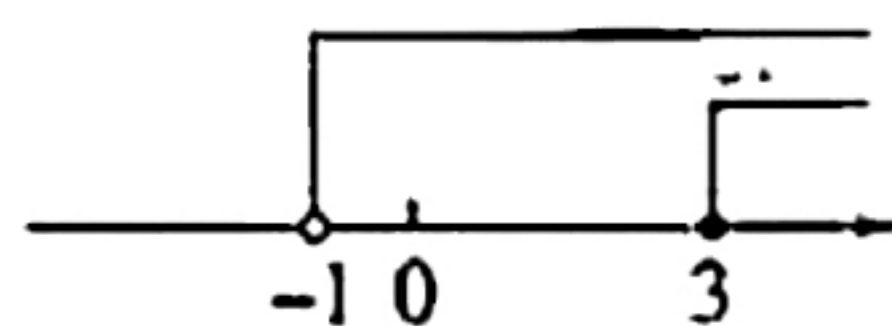
5. 下列问题适合全面调查的是

- A. 调查市场上某品牌灯泡的使用寿命
- B. 了解全市人民对湖南省第二届旅发大会的关注情况
- C. 了解郴江河的水质情况
- D. 神舟十六号飞船发射前对飞船仪器设备的检查

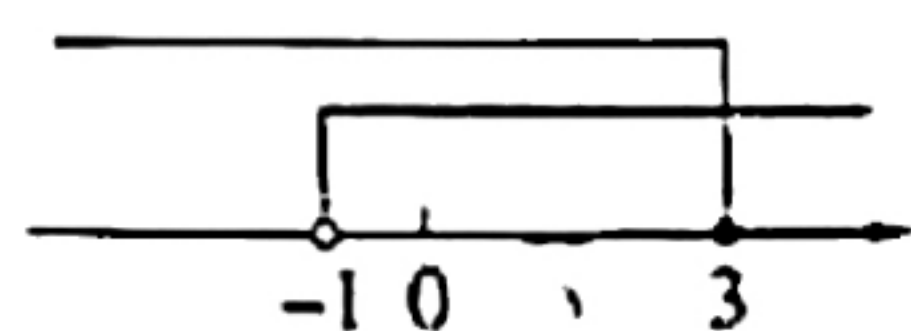
6. 一元一次不等式组  $\begin{cases} 3-x \geq 0, \\ x+1 > 0 \end{cases}$  的解集在数轴上表示正确的是



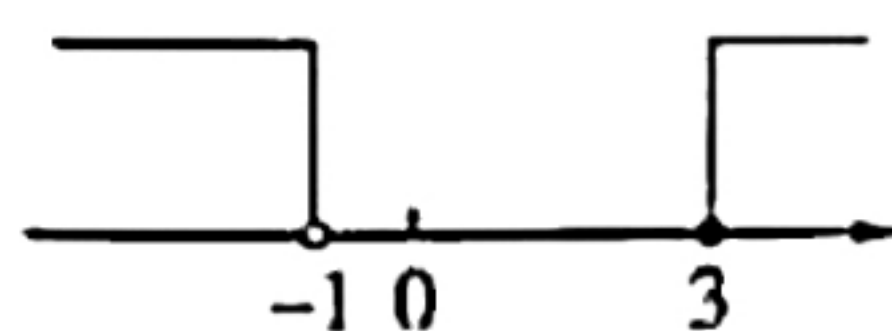
A.



B.



C.



D.

7. 小王从 A 地开车去 B 地, 两地相距 240 km. 原计划平均速度为  $x$  km/h, 实际平均速度提高了 50%, 结果提前 1 小时到达. 由此可建立方程为

A.  $\frac{240}{0.5x} - \frac{240}{x} = 1$

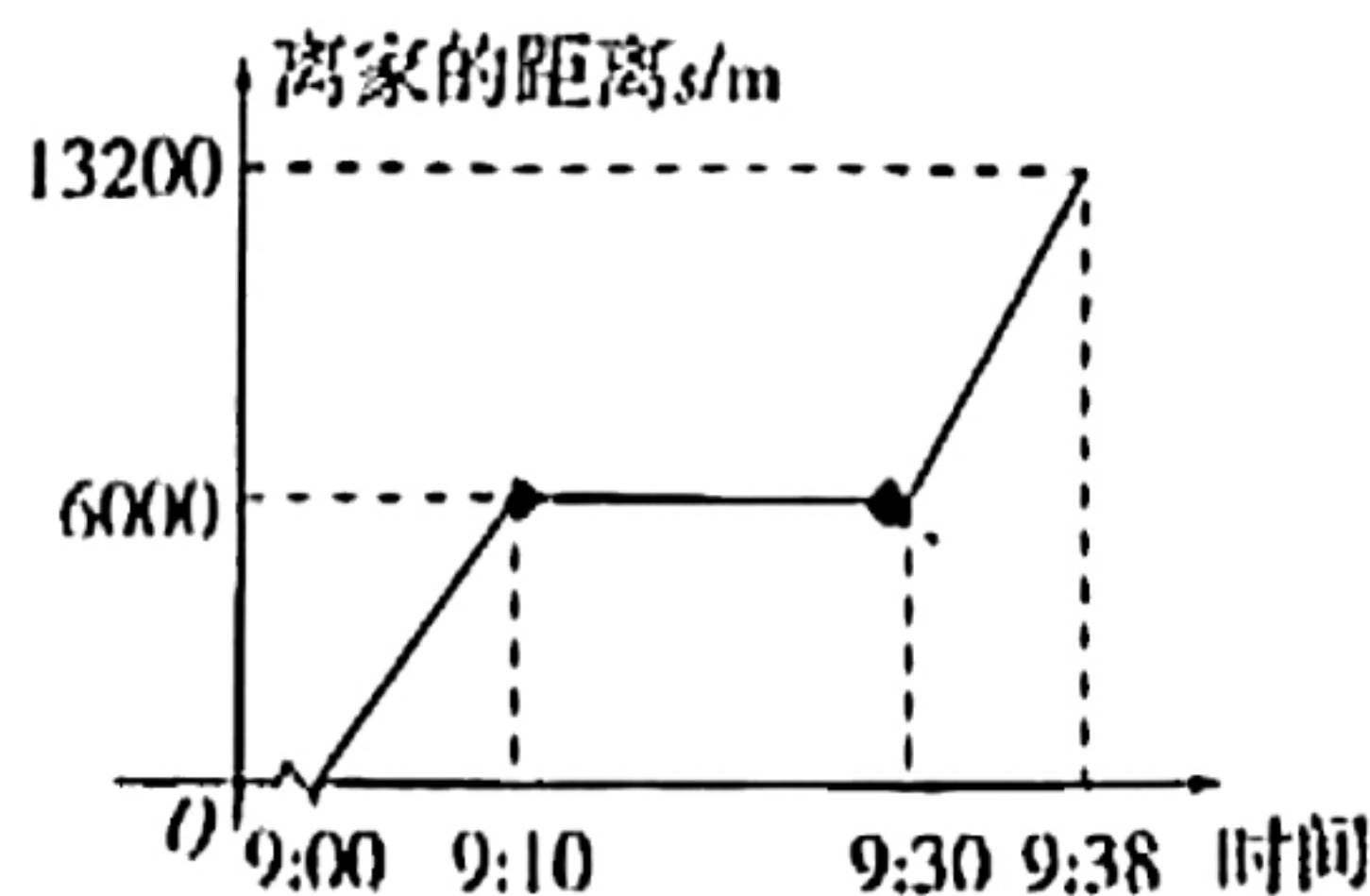
B.  $\frac{240}{x} - \frac{240}{1.5x} = 1$

C.  $\frac{240}{1.5x} - \frac{240}{x} = 1$

D.  $x + 1.5x = 240$

8. 第 11 届中国(湖南)矿物宝石国际博览会在我市举行, 小方一家上午 9:00 开车前往会展中心参观. 途中汽车发生故障, 原地修车花了一段时间. 车修好后, 他们继续开车赶往会展中心. 以下是他们家出发后离家的距离  $s$  与时间的函数图象. 分析图中信息, 下列说法正确的是

- A. 途中修车花了 30 min
- B. 修车之前的平均速度是 500 m/min
- C. 车修好后的平均速度是 800 m/min
- D. 车修好后的平均速度是修车之前的平均速度的 1.5 倍





二、填空题(共8小题,每小题3分,共24分)

9. 计算 $\sqrt[3]{27} =$ \_\_\_\_\_.

10. 在一次函数 $y = (k-2)x + 3$ 中, $y$ 随 $x$ 的增大而增大,则 $k$ 的值可以是\_\_\_\_\_ (任写一个符合条件的数即可).

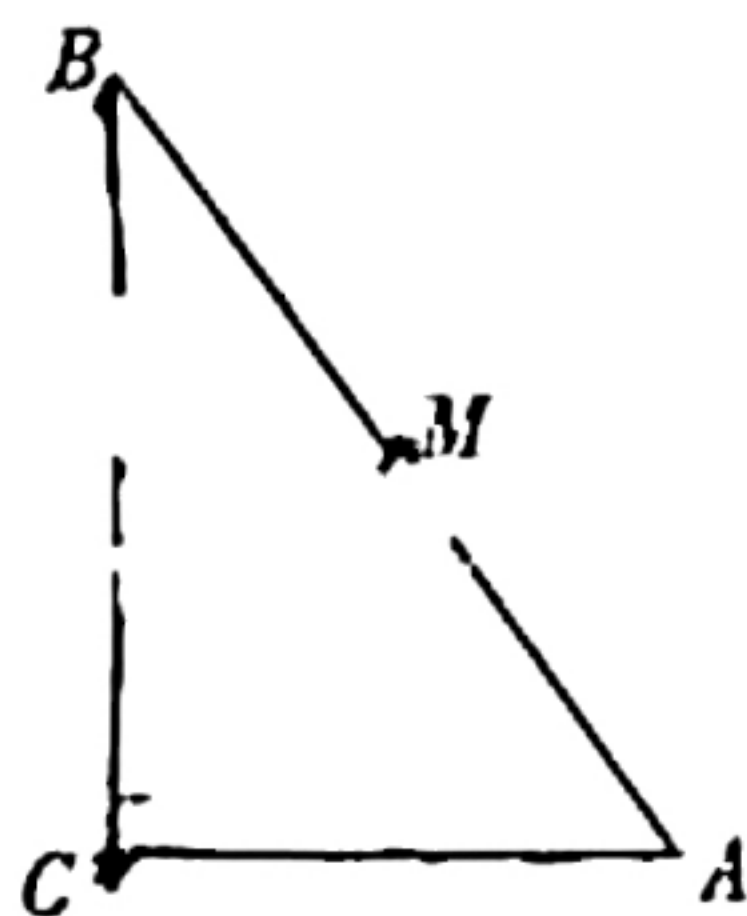
11. 在一个不透明的袋子中装有3个白球和7个红球,它们除颜色外,大小、质地都相同.从袋子中随机取出一个球,是红球的概率是\_\_\_\_\_.

12. 已知抛物线 $y = x^2 - 6x + m$ 与 $x$ 轴有且只有一个交点,则 $m =$ \_\_\_\_\_.

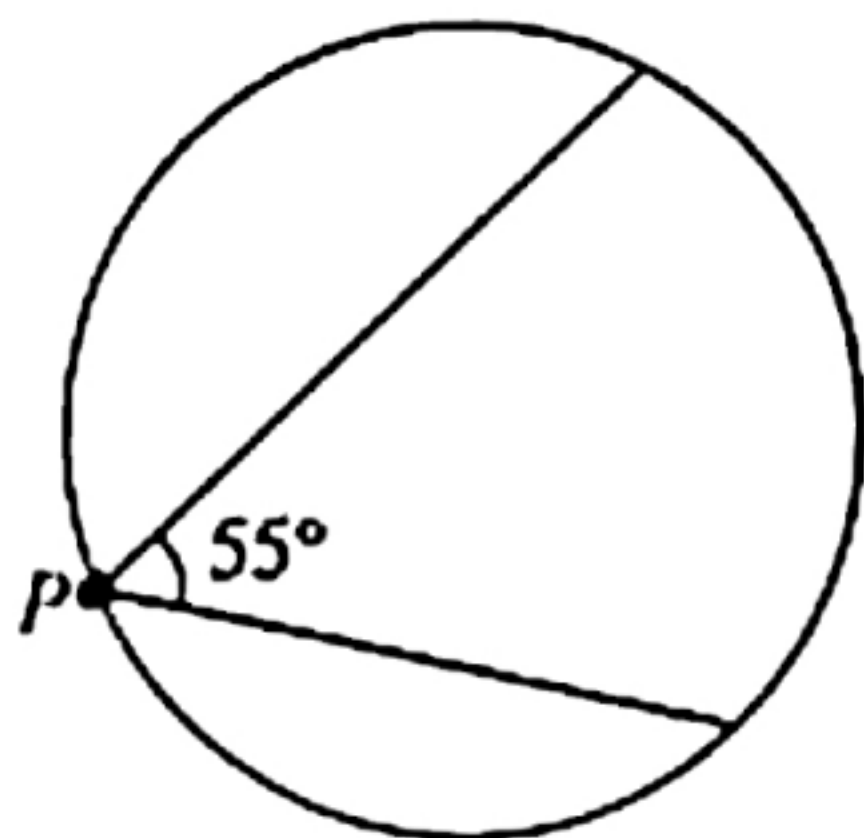
13. 为积极响应“助力旅发大会,唱响美丽郴州”的号召,某校在各年级开展合唱比赛,规定每支参赛队伍的最终成绩按歌曲内容占30%,演唱技巧占50%,精神面貌占20%考评.某参赛队歌曲内容获得90分,演唱技巧获得94分,精神面貌获得95分,则该参赛队的最终成绩是\_\_\_\_\_分.

14. 如图,在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$ , $AC = 6$ , $BC = 8$ ,点 $M$ 是 $AB$ 的中点,则 $CM =$ \_\_\_\_\_.

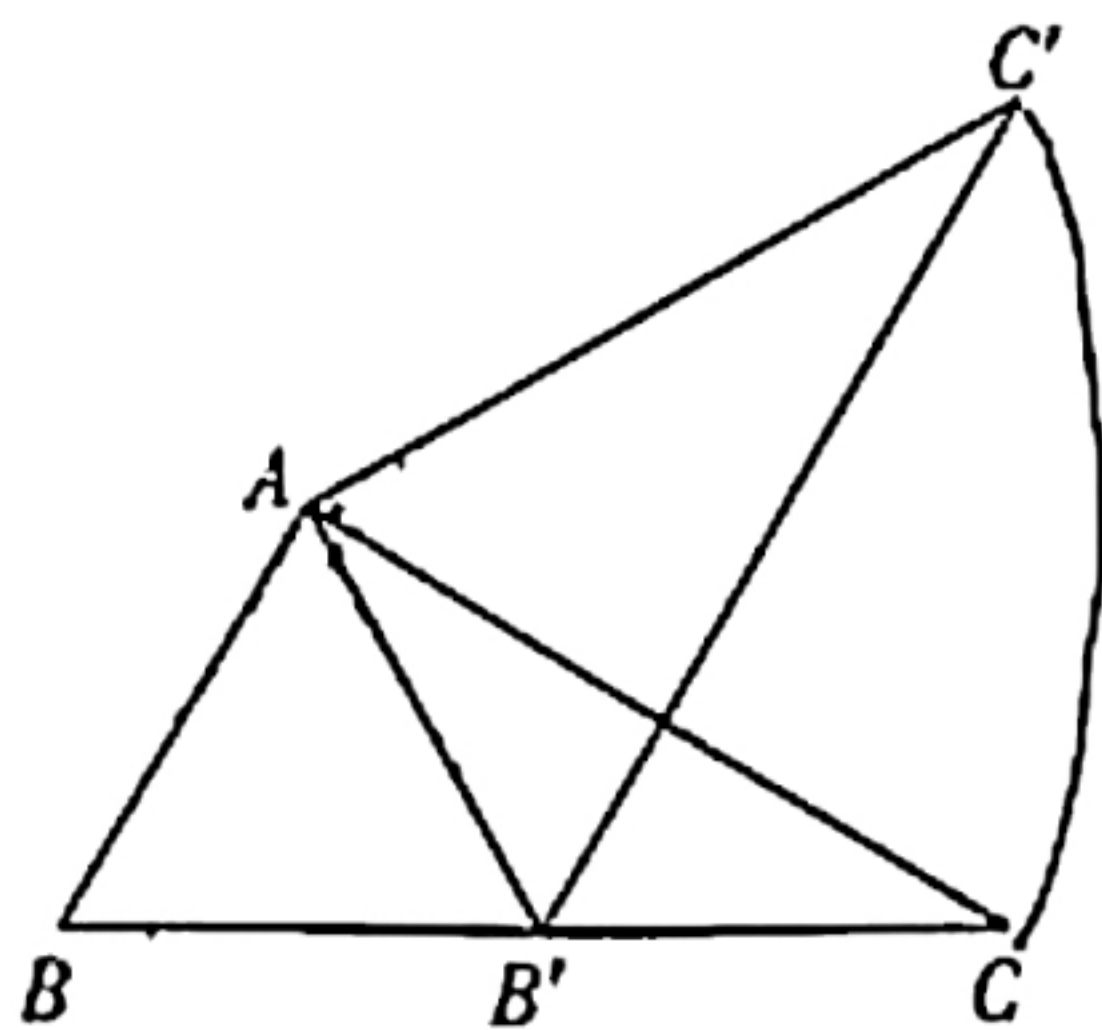
15. 如图,某博览会上有一圆形展示区,在其圆形边缘的点 $P$ 处安装了一台监视器,它的监控角度是 $55^\circ$ ,为了监控整个展区,最少需要在圆形边缘上共安装这样的监视器\_\_\_\_\_台.



(第14题图)



(第15题图)



(第16题图)

16. 如图,在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$ , $AB = 3$  cm, $\angle B = 60^\circ$ .将 $\triangle ABC$ 绕点 $A$ 逆时针旋转,得到 $\triangle AB'C'$ ,若点 $B$ 的对应点 $B'$ 恰好落在线段 $BC$ 上,则点 $C$ 的运动路径长是\_\_\_\_\_cm(结果用含 $\pi$ 的式子表示).

三、解答题(17~19 题每题 6 分,20~23 题每题 8 分,24~25 题每题 10 分,26 题 12 分,共 82 分)

17. 计算:  $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - \sqrt{3} \tan 30^\circ + (\pi - 2023)^0 + |-2|$ .

18. 先化简,再求值:  $\frac{x+3}{x^2-2x+1} \cdot \frac{x-1}{x^2+3x} + \frac{1}{x}$ , 其中  $x = 1 + \sqrt{3}$ .

19. 某校计划组织学生外出开展研学活动,在选择研学活动地点时,随机抽取了部分学生进行调查,要求被调查的学生从 A、B、C、D、E 五个研学活动地点中选择自己最喜欢的一个. 根据调查结果,编制了如下两幅不完整的统计图.

(1) 请把图 1 中缺失的数据、图形补充完整;

(2) 请计算图 2 中研学活动地点 C 所在扇形的圆心角的度数;

(3) 若该校共有 1200 名学生,请估计最喜欢去 D 地研学的学生人数.

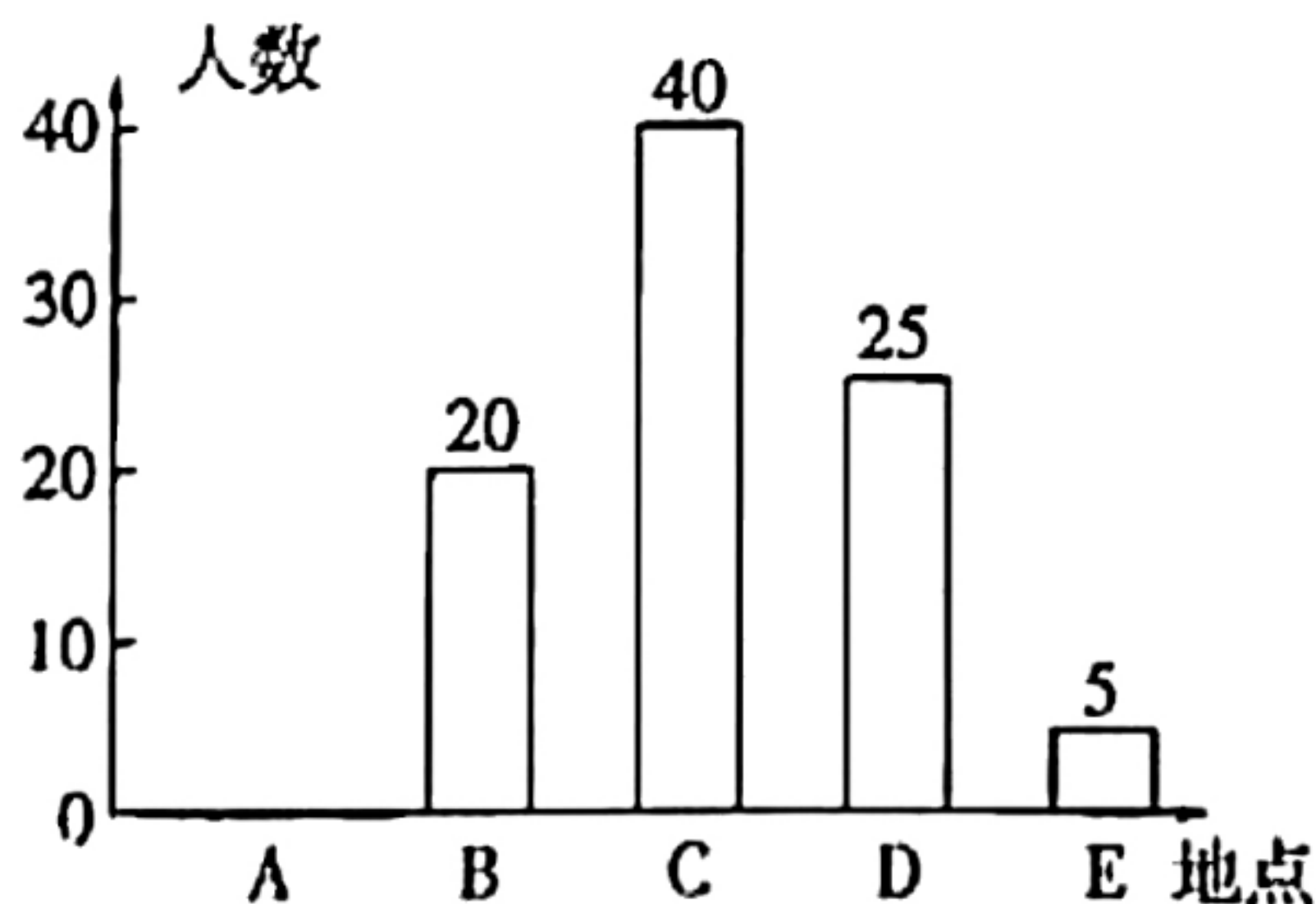


图1

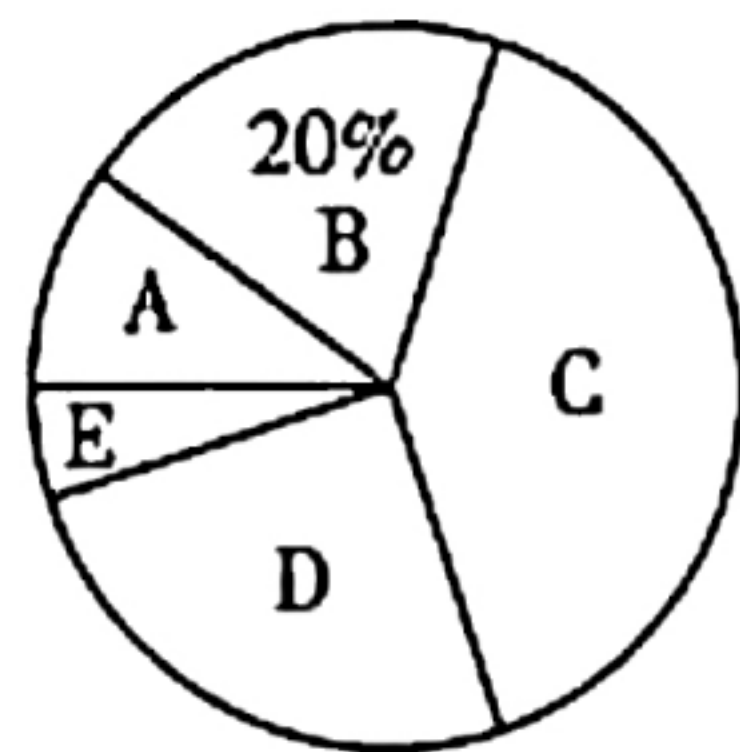


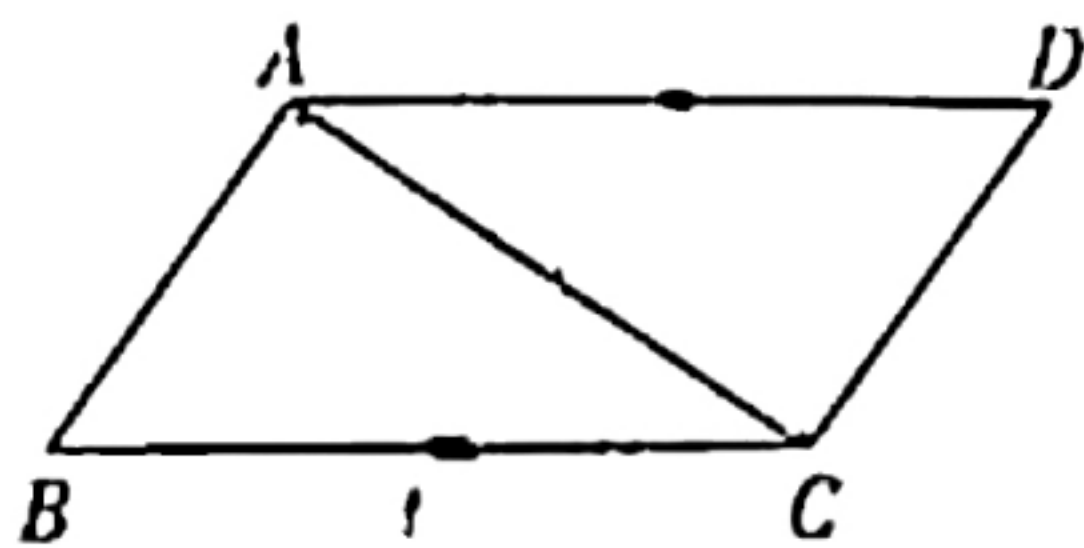
图2



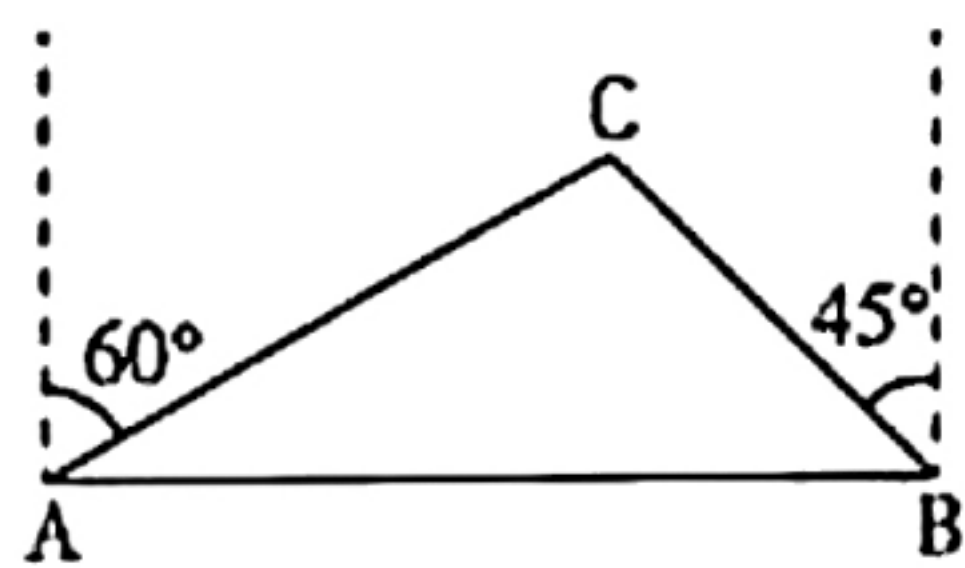
20. 如图, 四边形  $ABCD$  是平行四边形.

(1) 尺规作图: 作对角线  $AC$  的垂直平分线  $MN$  (保留作图痕迹);

(2) 若直线  $MN$  分别交  $AD, BC$  于  $E, F$  两点, 求证: 四边形  $AFCE$  是菱形



21. 某次军事演习中, 一艘船以  $40 \text{ km/h}$  的速度向正东航行, 在出发地  $A$  测得小岛  $C$  在它的北偏东  $60^\circ$  方向, 2 小时后到达  $B$  处, 测得小岛  $C$  在它的北偏西  $45^\circ$  方向, 求该船在航行过程中与小岛  $C$  的最近距离 (参考数据:  $\sqrt{2} \approx 1.41$ ,  $\sqrt{3} \approx 1.73$ . 结果精确到  $0.1 \text{ km}$ ).

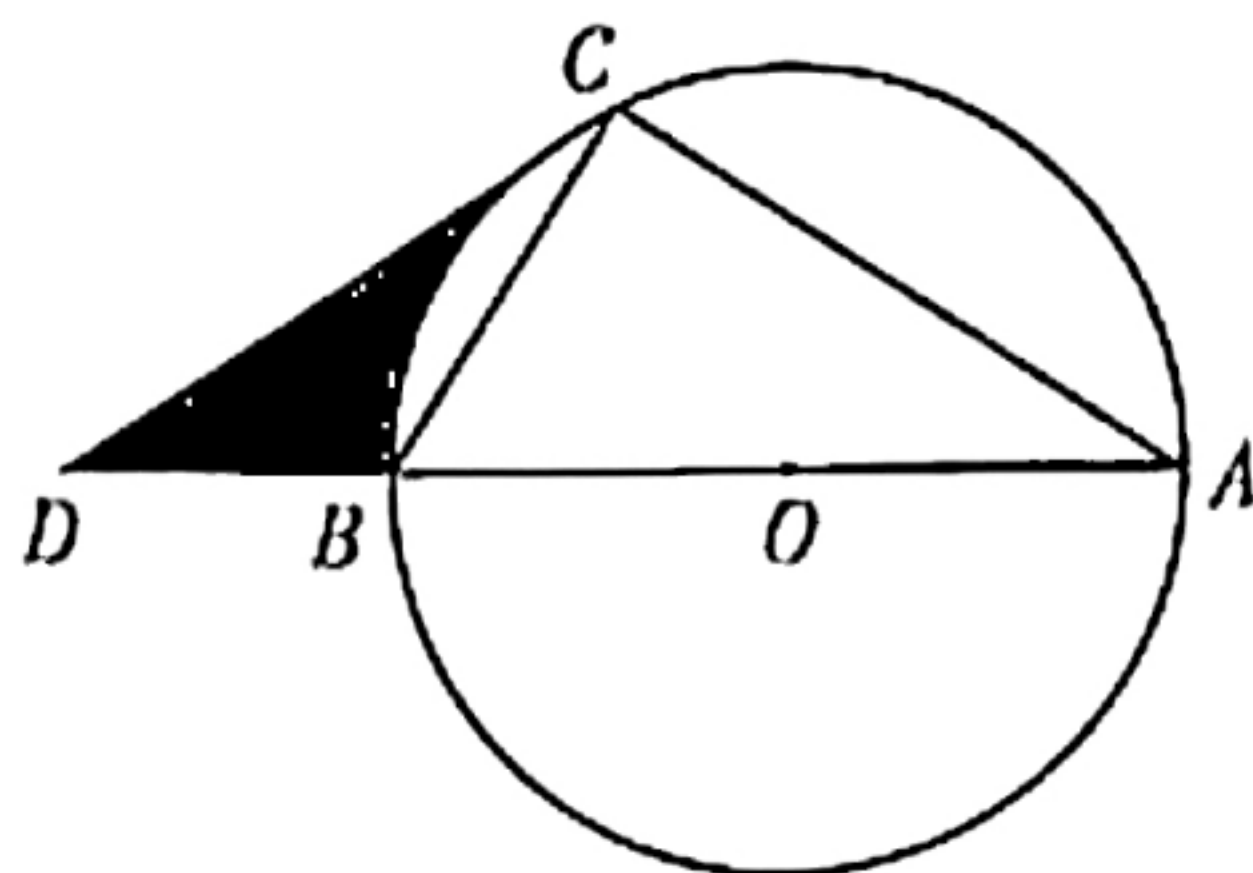


22. 随着旅游旺季的到来, 某景区游客人数逐月增加, 2 月份游客人数为 1.6 万人, 4 月份游客人数为 2.5 万人.

(1) 求这两个月中该景区游客人数的月平均增长率;

(2) 预计 5 月份该景区游客人数会继续增长, 但增长率不会超过前两个月的月平均增长率. 已知该景区 5 月 1 日至 5 月 21 日已接待游客 2.125 万人, 则 5 月份后 10 天日均接待游客人数最多是多少万人?

23. 如图,在 $\odot O$ 中, $AB$ 是直径,点 $C$ 是圆上一点.在 $AB$ 的延长线上取一点 $D$ ,连接 $CD$ ,使 $\angle BCD = \angle A$ .

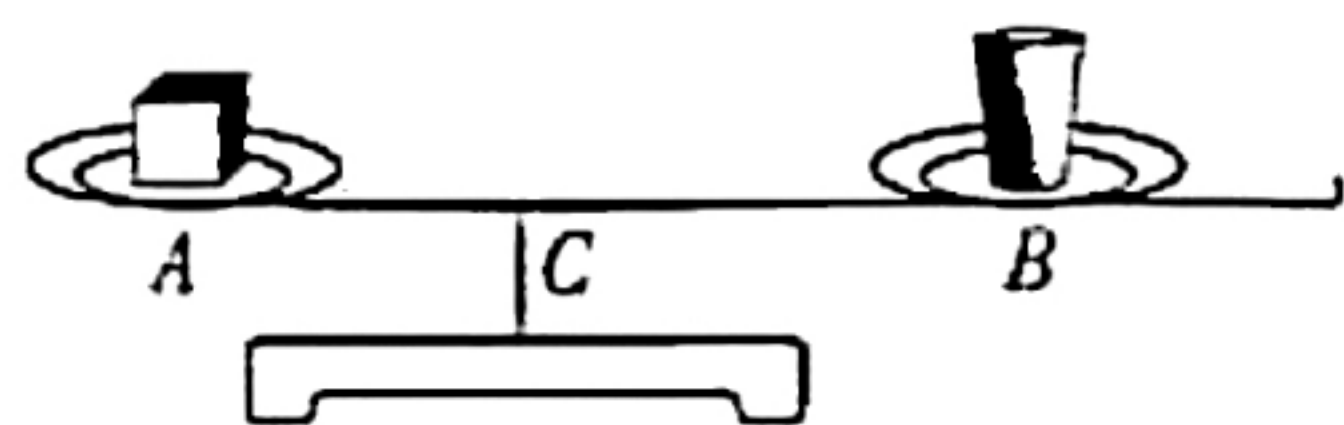


(1) 求证:直线 $CD$ 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $\angle ACD = 120^\circ$ ,  $CD = 2\sqrt{3}$ ,

求图中阴影部分的面积(结果用含 $\pi$ 的式子表示).

24. 在实验课上,小明做了一个试验.如图,在仪器左边托盘 $A$ (固定)中放置一个物体,在右边托盘 $B$ (可左右移动)中放置一个可以装水的容器,容器的质量为 $5\text{ g}$ .在容器中加入一定质量的水,可以使仪器左右平衡.改变托盘 $B$ 与点 $C$ 的距离 $x(\text{cm})$  ( $0 < x \leq 60$ ),记录容器中加入的水的质量,得到下表:



托盘 $B$ 与点 $C$ 的距离 $x/\text{cm}$	30	25	20	15	10
容器与水的总质量 $y_1/\text{g}$	10	12	15	20	30
加入的水的质量 $y_2/\text{g}$	5	7	10	15	25

把上表中的 $x$ 与 $y_1$ 各组对应值作为点的坐标,在平面直角坐标系中描出这些点,并用光滑的曲线连接起来,得到如图所示的 $y_1$ 关于 $x$ 的函数图象.

(1) 请在该平面直角坐标系中作出 $y_2$ 关于 $x$ 的函数图象;

(2) 观察函数图象,并结合表中的数据:

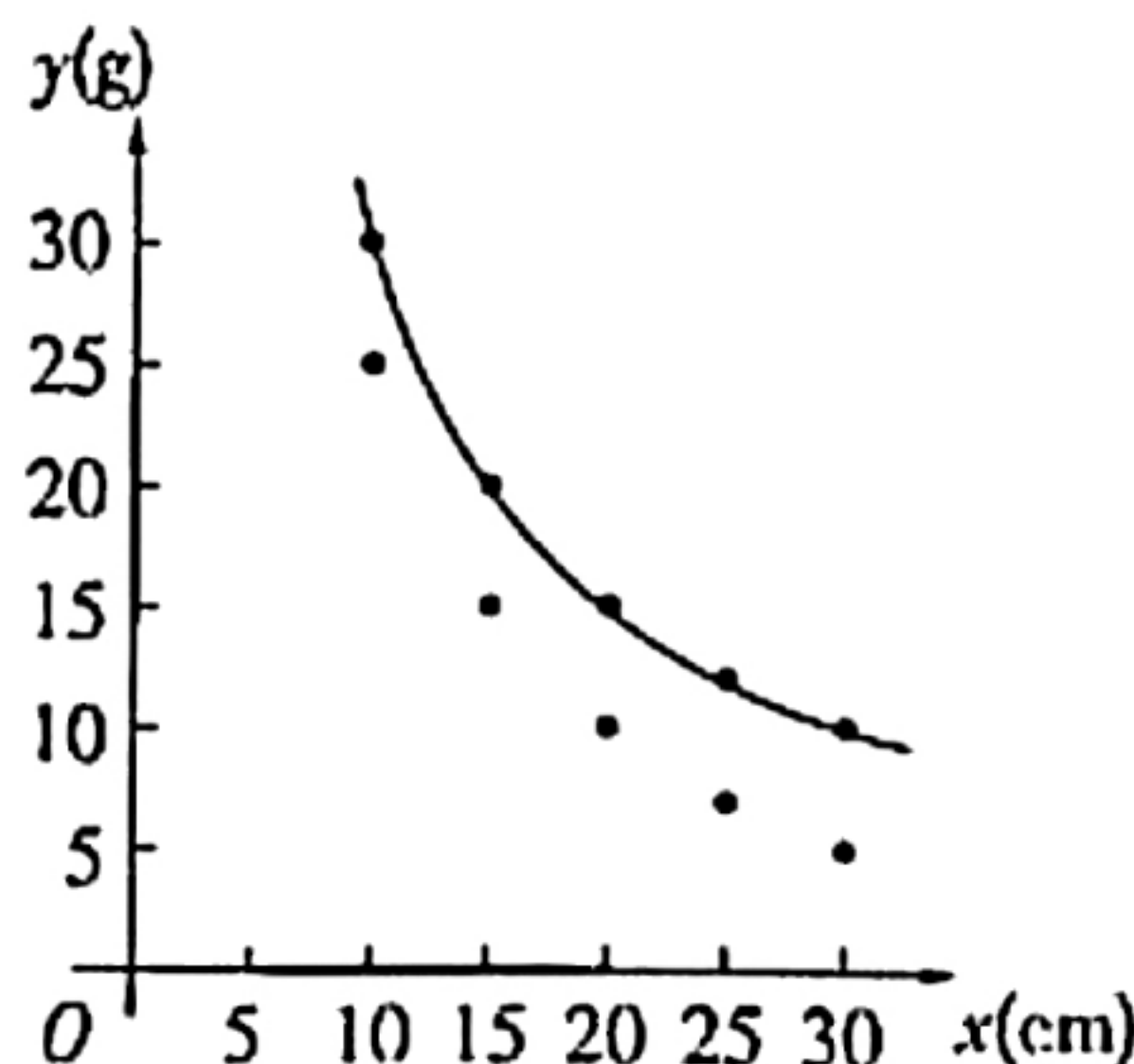
① 猜测 $y_1$ 与 $x$ 之间的函数关系,并求 $y_1$ 关于 $x$ 的函数表达式;

② 求 $y_2$ 关于 $x$ 的函数表达式;

③ 当 $0 < x \leq 60$ 时, $y_1$ 随 $x$ 的增大而\_\_\_\_\_  
(填“增大”或“减小”), $y_2$ 随 $x$ 的增大而\_\_\_\_\_  
(填“增大”或“减小”), $y_2$ 的图象可以由

$y_1$ 的图象向\_\_\_\_\_(填“上”或“下”或“左”或“右”)平移得到.

(3) 若在容器中加入的水的质量 $y_2(\text{g})$ 满足 $19 \leq y_2 \leq 45$ ,求托盘 $B$ 与点 $C$ 的距离 $x(\text{cm})$ 的取值范围.





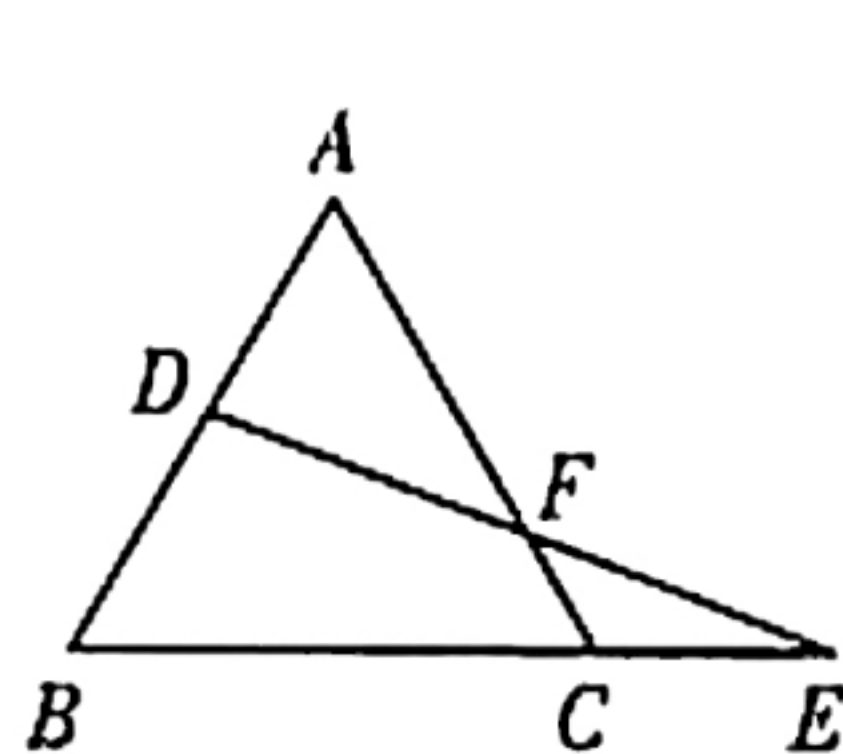
25. 已知 $\triangle ABC$ 是等边三角形,点 $D$ 是射线 $AB$ 上的一个动点,延长 $BC$ 至点 $E$ ,使 $CE=AD$ ,连接 $DE$ 交射线 $AC$ 于点 $F$ .

(1)如图1,当点 $D$ 在线段 $AB$ 上时,猜测线段 $CF$ 与 $BD$ 的数量关系并说明理由;

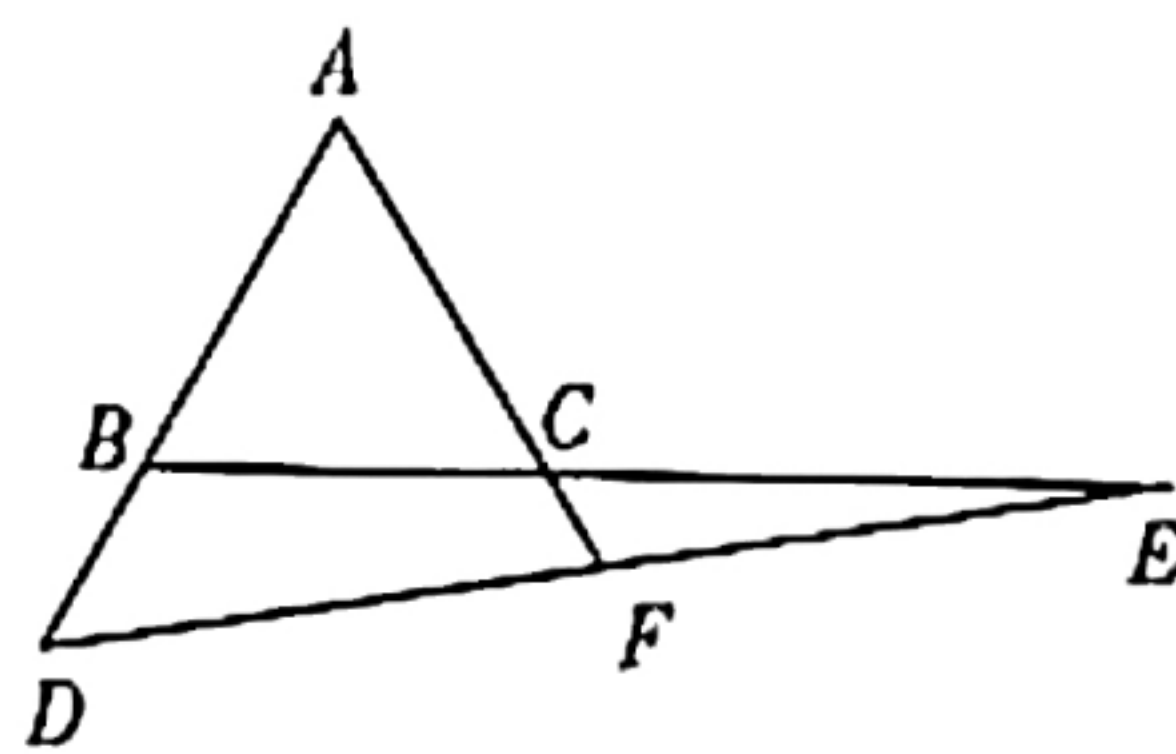
(2)如图2,当点 $D$ 在线段 $AB$ 的延长线上时,

①线段 $CF$ 与 $BD$ 的数量关系是否仍然成立? 请说明理由;

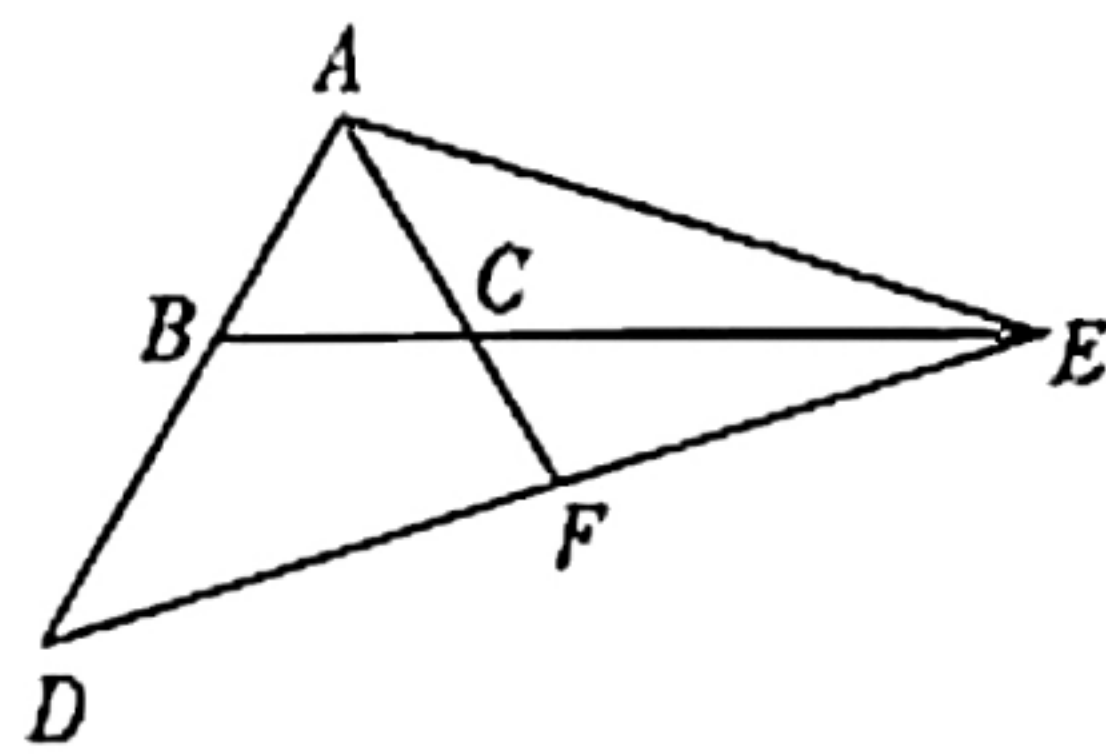
②如图3,连接 $AE$ . 设 $AB=4$ ,若 $\angle AEB=\angle DEB$ ,求四边形 $BDFC$ 的面积.



(图1)



(图2)



(图3)

26. 已知抛物线  $y = ax^2 + bx + 4$  与  $x$  轴相交于点  $A(1, 0)$ ,  $B(4, 0)$ , 与  $y$  轴相交于点  $C$ .

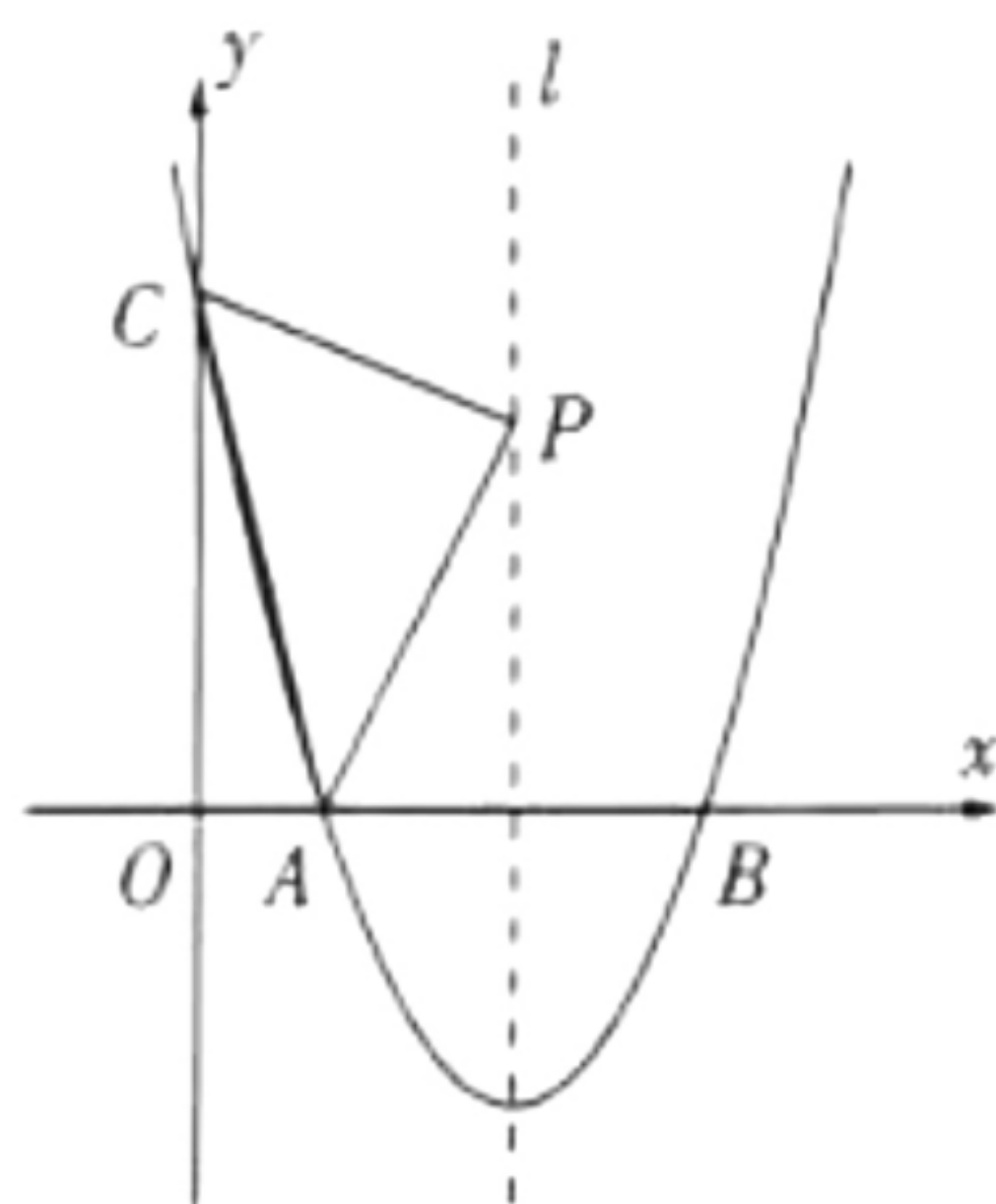
(1) 求抛物线的表达式;

(2) 如图 1, 点  $P$  是抛物线的对称轴  $l$  上的一个动点, 当  $\triangle PAC$  的周长最小时,

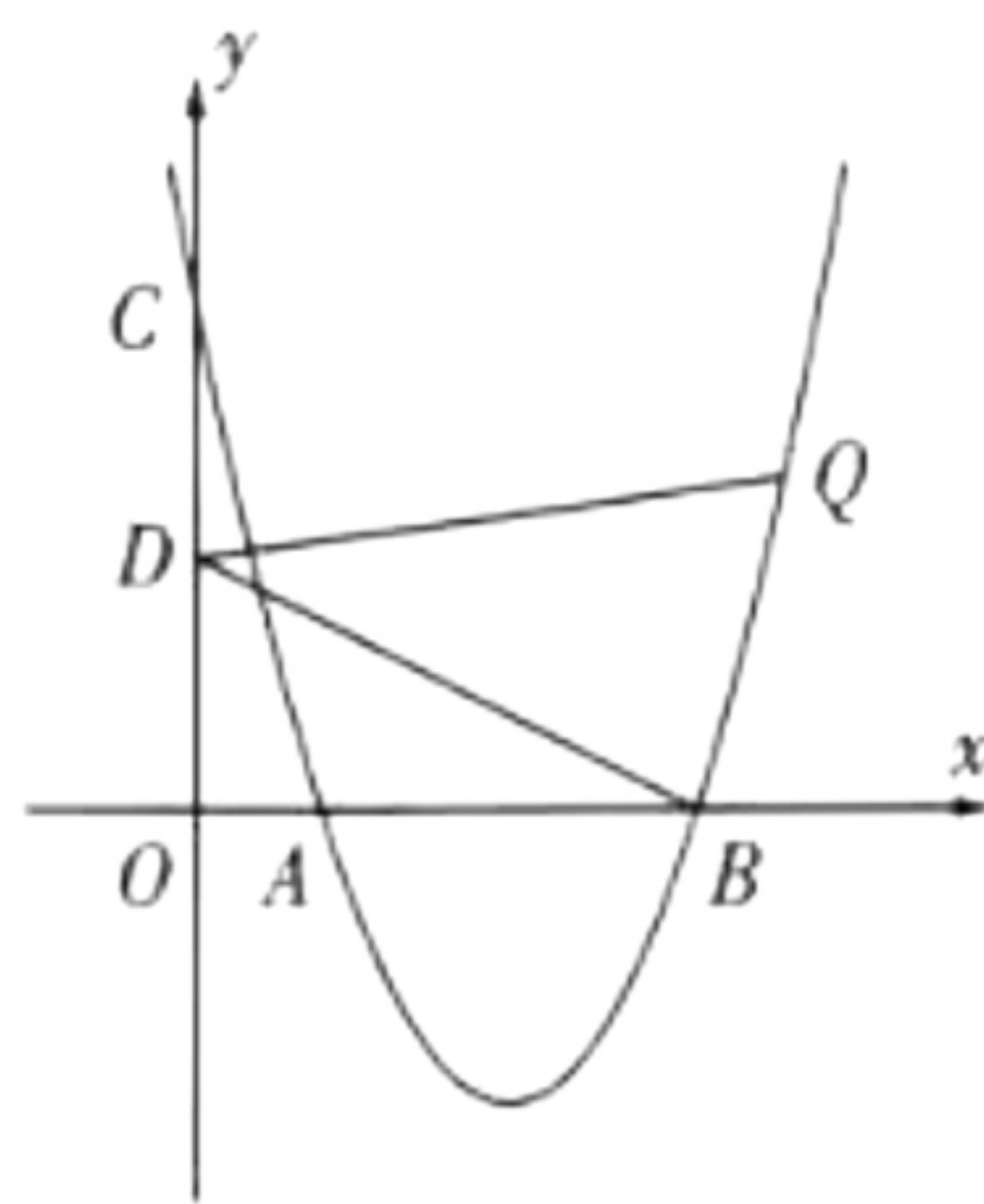
求  $\frac{PA}{PC}$  的值;

(3) 如图 2, 取线段  $OC$  的中点  $D$ , 在抛物线上是否存在点  $Q$ , 使  $\tan \angle QDB = \frac{1}{2}$ ?

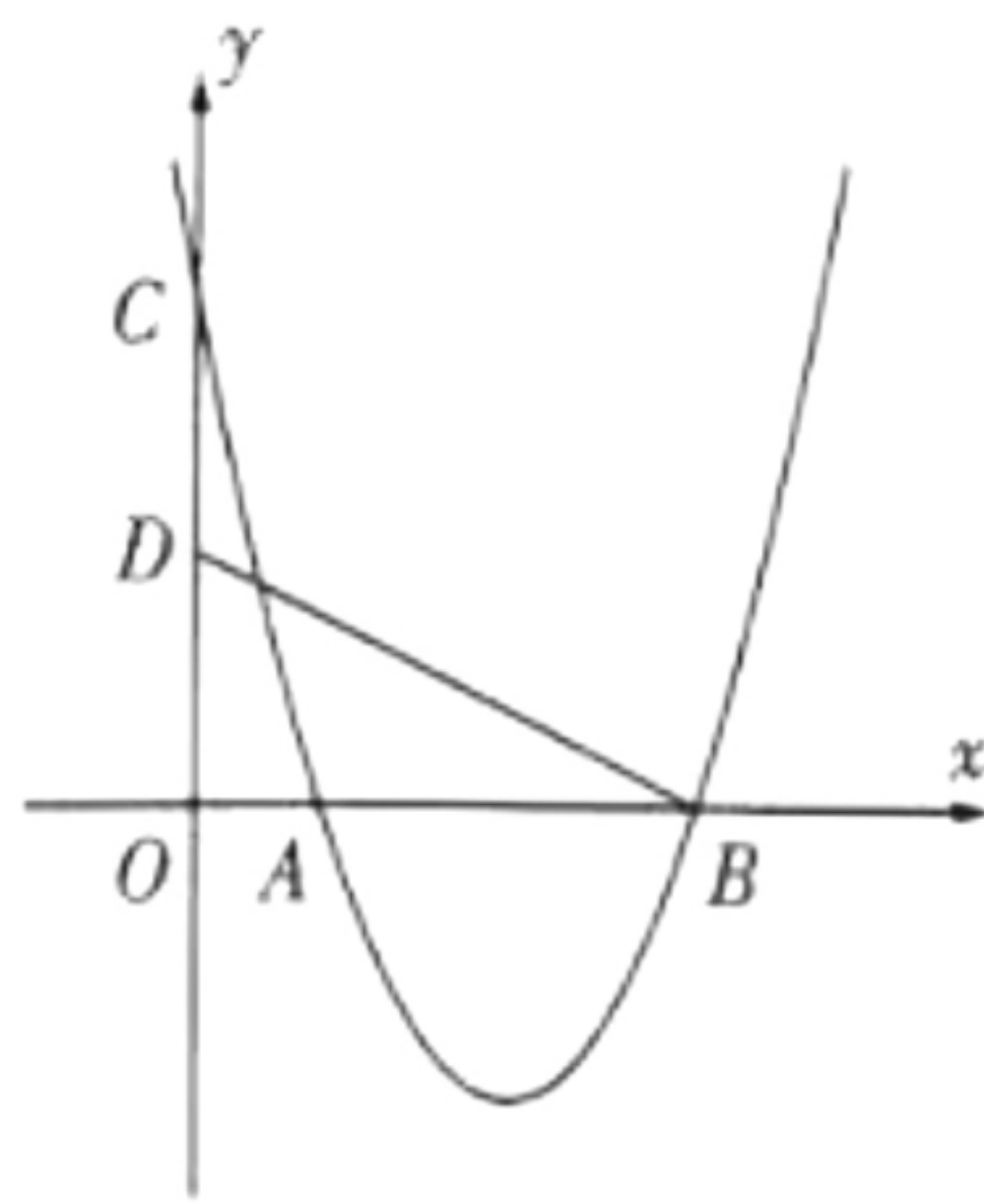
若存在, 求出点  $Q$  的坐标; 若不存在, 请说明理由.



(图1)



(图2)



(备用图)