

2023 年浙江省初中毕业生学业考试(台州卷)

数 学 试 题 卷

亲爱的考生：

欢迎参加考试！请你认真审题，仔细答题，发挥最佳水平。答题时，请注意以下几点：

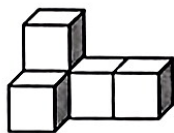
1. 全卷共 4 页，满分 150 分，考试时间 120 分钟。
2. 答案必须写在答题纸相应的位置上，写在试题卷、草稿纸上无效。
3. 答题前，请认真阅读答题纸上的“注意事项”，按规定答题。
4. 本次考试不得使用计算器。

一、选择题(本题有 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。请选出各题中一个符合题意的正确选项，不选、多选、错选，均不给分)

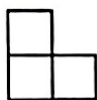
1. 下列各数中，最小的是(▲)。

- A. 2 B. 1 C. -1 D. -2

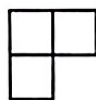
2. 如图是由 5 个相同的正方体搭成的立体图形，其主视图是(▲)。



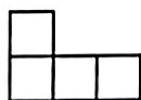
(第 2 题)



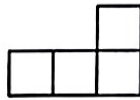
A.



B.



C.



D.

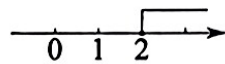
3. 下列无理数中，大小在 3 与 4 之间的是(▲)。

- A. $\sqrt{7}$ B. $2\sqrt{2}$ C. $\sqrt{13}$ D. $\sqrt{17}$

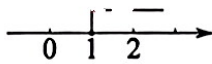
4. 下列运算正确的是(▲)。

- A. $2(a-1)=2a-2$ B. $(a+b)^2=a^2+b^2$ C. $3a+2a=5a^2$ D. $(ab)^2=ab^2$

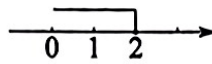
5. 不等式 $x+1 \geq 2$ 的解集在数轴上表示为(▲)。



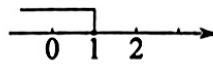
A.



B.



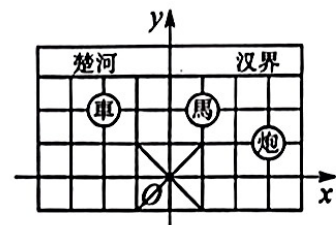
C.



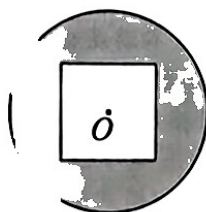
D.

6. 如图是中国象棋棋盘的一部分，建立如图所示的平面直角坐标系，已知“車”所在位置的坐标为 $(-2, 2)$ ，则“炮”所在位置的坐标为(▲)。

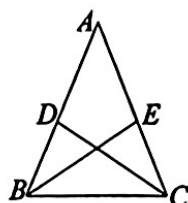
- A. $(3, 1)$ B. $(1, 3)$ C. $(4, 1)$ D. $(3, 2)$



(第 6 题)



(第 8 题)



(第 9 题)

7. 以下调查中，适合全面调查的是(▲)。

- A. 了解全国中学生的视力情况 B. 检测“神舟十六号”飞船的零部件
C. 检测台州的城市空气质量 D. 调查某池塘中现有鱼的数量

8. 如图, $\odot O$ 的圆心 O 与正方形的中心重合, 已知 $\odot O$ 的半径和正方形的边长都为 4, 则圆上任意一点到正方形边上任意一点距离的最小值为(▲).

- A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. $4+2\sqrt{2}$ D. $4-2\sqrt{2}$

9. 如图, 锐角三角形 ABC 中, $AB=AC$, 点 D, E 分别在边 AB, AC 上, 连接 BE, CD . 下列命题中, 假命题是(▲).

- A. 若 $CD=BE$, 则 $\angle DCB=\angle EBC$ B. 若 $\angle DCB=\angle EBC$, 则 $CD=BE$
C. 若 $BD=CE$, 则 $\angle DCB=\angle EBC$ D. 若 $\angle DCB=\angle EBC$, 则 $BD=CE$

10. 抛物线 $y=ax^2-a$ ($a \neq 0$) 与直线 $y=kx$ 交于 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 两点, 若 $x_1+x_2 < 0$, 则直线 $y=ax+k$ 一定经过(▲).

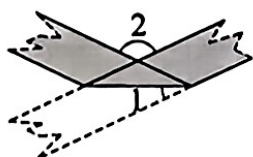
- A. 第一、二象限 B. 第二、三象限 C. 第三、四象限 D. 第一、四象限

二、填空题(本题有 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分)

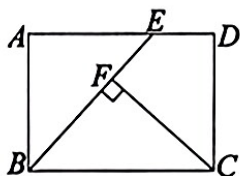
11. 因式分解: $x^2-3x=$ ▲ .

12. 一个不透明的口袋中有 5 个除颜色外完全相同的小球, 其中 2 个红球, 3 个白球. 随机摸出一个球, 摸出红球的概率是 ▲ .

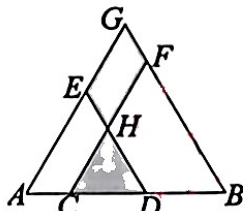
13. 用一张等宽的纸条折成如图所示的图案, 若 $\angle 1=20^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数为 ▲ .



(第 13 题)



(第 14 题)



(第 16 题)

14. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB=4, AD=6$. 在边 AD 上取一点 E , 使 $BE=BC$, 过点 C 作 $CF \perp BE$, 垂足为点 F , 则 BF 的长为 ▲ .

15. 3 月 12 日植树节期间, 某校环保小卫士组织植树活动. 第一组植树 12 棵; 第二组比第一组多 6 人, 植树 36 棵; 结果两组平均每人植树的棵数相等, 则第一组有 ▲ 人.

16. 如图, 点 C, D 在线段 AB 上(点 C 在点 A, D 之间), 分别以 AD, BC 为边向同侧作等边三角形 ADE 与等边三角形 CBF , 边长分别为 a, b . CF 与 DE 交于点 H , 延长 AE, BF 交于点 G, AG 长为 c .

(1) 若四边形 $EHFG$ 的周长与 $\triangle CDH$ 的周长相等, 则 a, b, c 之间的等量关系为 ▲ .

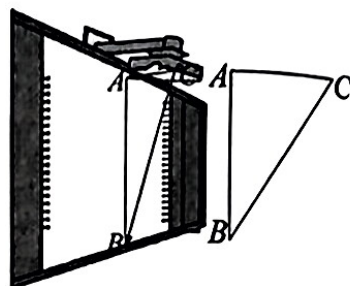
(2) 若四边形 $EHFG$ 的面积与 $\triangle CDH$ 的面积相等, 则 a, b, c 之间的等量关系为 ▲ .

三、解答题(本题有 8 小题, 第 17~20 题每题 8 分, 第 21 题 10 分, 第 22, 23 题每题 12 分, 第 24 题 14 分, 共 80 分)

17. 计算: $2^2 + |-3| - \sqrt{25}$.

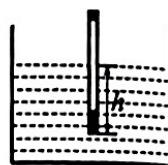
18. 解方程组:
$$\begin{cases} x+y=7, \\ 2x-y=2. \end{cases}$$

19. 教室里的投影仪投影时,可以把投影光线 CA, CB 及在黑板上的投影图像高度 AB 抽象成如图所示的 $\triangle ABC$, $\angle BAC = 90^\circ$. 黑板上投影图像的高度 $AB = 120$ cm, CB 与 AB 的夹角 $\angle B = 33.7^\circ$, 求 AC 的长. (结果精确到 1 cm. 参考数据: $\sin 33.7^\circ \approx 0.55, \cos 33.7^\circ \approx 0.83, \tan 33.7^\circ \approx 0.67$)



(第 19 题)

20. 科学课上,同学用自制密度计测量液体的密度. 密度计悬浮在不同的液体中时,浸在液体中的高度 h (单位: cm) 是液体的密度 ρ (单位: g/cm^3) 的反比例函数,当密度计悬浮在密度为 1g/cm^3 的水中时, $h = 20$ cm.

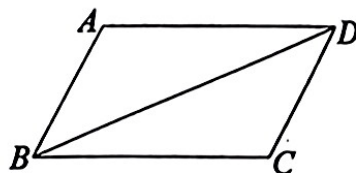


(第 20 题)

- (1) 求 h 关于 ρ 的函数解析式.
(2) 当密度计悬浮在另一种液体中时, $h = 25$ cm, 求该液体的密度 ρ .

21. 如图, 四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle A = \angle C$, BD 为对角线.

- (1) 证明: 四边形 $ABCD$ 是平行四边形.
(2) 已知 $AD > AB$, 请用无刻度的直尺和圆规作菱形 $BEDF$, 顶点 E, F 分别在边 BC, AD 上 (保留作图痕迹, 不要求写作法).



(第 21 题)

22. 为了改进几何教学, 张老师选择 A, B 两班进行教学实验研究, 在实验班 B 实施新的教学方法, 在控制班 A 采用原来的教学方法. 在实验开始前, 进行一次几何能力测试 (前测, 总分 25 分), 经过一段时间的教学后, 再用难度、题型、总分相同的试卷进行测试 (后测), 得到前测和后测数据并整理成表 1 和表 2.

表 1: 前测数据

测试分数 x	$0 < x \leq 5$	$5 < x \leq 10$	$10 < x \leq 15$	$15 < x \leq 20$	$20 < x \leq 25$
控制班 A	28	9	9	3	1
实验班 B	25	10	8	2	1

表 2: 后测数据

测试分数 x	$0 < x \leq 5$	$5 < x \leq 10$	$10 < x \leq 15$	$15 < x \leq 20$	$20 < x \leq 25$
控制班 A	14	16	12	6	2
实验班 B	6	8	11	18	3

- (1) A, B 两班的学生人数分别是多少?
(2) 请选择一种适当的统计量, 分析比较 A, B 两班的后测数据.
(3) 通过分析前测、后测数据, 请对张老师的教学实验效果进行评价.

23. 我们可以通过中心投影的方法建立圆上的点与直线上点的对应关系, 用直线上点的位置刻画圆上点的位置. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 直线 l 是 $\odot O$ 的切线, B 为切点. P, Q 是圆上两点 (不与点 A 重合, 且在直径 AB 的同侧), 分别作射线 AP, AQ 交直线 l 于点 C, D .

(1) 如图 1, 当 $AB=6, BP$ 长为 π 时, 求 BC 的长.

(2) 如图 2, 当 $\frac{AQ}{AB} = \frac{3}{4}, \widehat{BP} = \widehat{PQ}$ 时, 求 $\frac{BC}{CD}$ 的值.

(3) 如图 3, 当 $\sin \angle BAQ = \frac{\sqrt{6}}{4}, BC=CD$ 时, 连接 BP, PQ , 直接写出 $\frac{PQ}{BP}$ 的值.

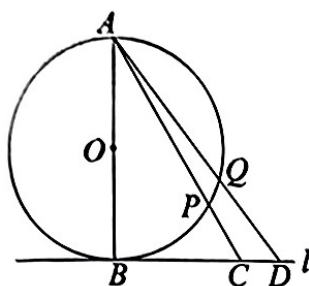


图 1

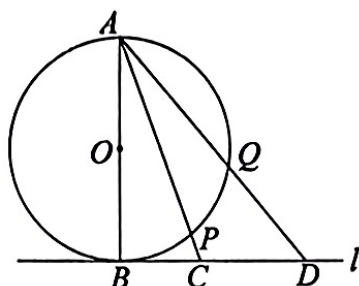


图 2

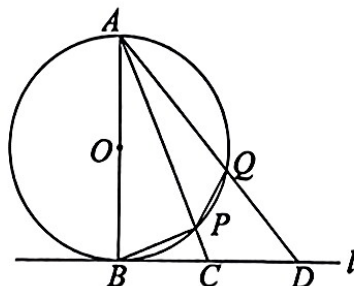


图 3

(第 23 题)

24. 【问题背景】

“刻漏”是我国古代的一种利用水流计时的工具. 综合实践小组准备用甲、乙两个透明的竖直放置的容器和一根带节流阀 (控制水的流速大小) 的软管制作简易计时装置.

【实验操作】

综合实践小组设计了如下的实验: 先在甲容器里加满水, 此时水面高度为 30 cm, 开始放水后每隔 10 min 观察一次甲容器中的水面高度, 获得的数据如下表:

流水时间 t/min	0	10	20	30	40
水面高度 h/cm (观察值)	30	29	28.1	27	25.8

任务 1 分别计算表中每隔 10 min 水面高度观察值的变化量.

【建立模型】

小组讨论发现: “ $t=0, h=30$ ” 是初始状态下的准确数据, 水面高度值的变化不均匀, 但可以用一次函数近似地刻画水面高度 h 与流水时间 t 的关系.

任务 2 利用 $t=0$ 时, $h=30$; $t=10$ 时, $h=29$ 这两组数据求水面高度 h 与流水时间 t 的函数解析式.

【反思优化】

经检验, 发现有两组表中观察值不满足任务 2 中求出的函数解析式, 存在偏差. 小组决定优化函数解析式, 减少偏差. 通过查阅资料后知道: t 为表中数据时, 根据解析式求出所对应的函数值, 计算这些函数值与对应 h 的观察值之差的平方和, 记为 w ; w 越小, 偏差越小.

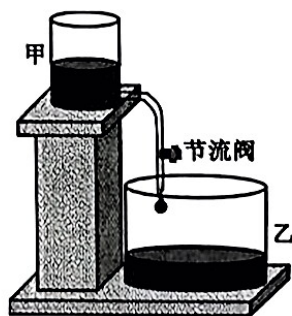
任务 3 (1) 计算任务 2 得到的函数解析式的 w 值.

(2) 请确定经过 $(0, 30)$ 的一次函数解析式, 使得 w 的值最小.

【设计刻度】

得到优化的函数解析式后, 综合实践小组决定在甲容器外壁设计刻度, 通过刻度直接读取时间.

任务 4 请你简要写出时间刻度的设计方案.



(第 24 题)

2023 年浙江省初中毕业生学业考试(台州卷)

数学参考答案和评分细则

一、选择题(本题有 10 小题,每小题 4 分,共 40 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	C	C	A	B	A	B	D	A	D

二、填空题(本题有 6 小题,每小题 5 分,共 30 分)

11. $x(x-3)$

12. $\frac{2}{5}$

13. 140°

14. $2\sqrt{5}$

15. 3

16. $5a+5b=7c$ (3 分), $a^2+b^2=c^2$ (2 分). 等价说法同样给分.

三、解答题(本题有 8 小题,第 17~20 题每题 8 分,第 21 题 10 分,第 22,23 题每题 12 分,第 24 题 14 分,共 80 分)

17. 解:原式 $= 4+3-5$ 6 分
 $= 2$ 2 分

说明:算出 $2^2=4$, $|-3|=3$, $\sqrt{25}=5$ 各得 2 分.

18. $\begin{cases} x+y=7, & \textcircled{1} \\ 2x-y=2. & \textcircled{2} \end{cases}$

解: $\textcircled{1}+\textcircled{2}$, 得 $3x=9$ 2 分

$\therefore x=3$ 2 分

把 $x=3$ 代入 $\textcircled{1}$, 得 $y=4$ 3 分

\therefore 这个方程组的解是 $\begin{cases} x=3, \\ y=4. \end{cases}$ 1 分

说明:用代入法解,相应给分.

19. 解:在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AB=120$, $\angle BAC=90^\circ$, $\angle B=33.7^\circ$, 1 分

$\therefore AC=AB \cdot \tan 33.7^\circ$ 4 分

$\approx 120 \times 0.67 = 80.4$ 2 分

$\approx 80(\text{cm})$ 1 分

$\therefore AC$ 的长约为 80 cm.

20. 解:(1) 设 h 关于 ρ 的函数解析式为 $h=\frac{k}{\rho}$, 1 分

把 $\rho=1$, $h=20$ 代入解析式, 得 $k=1 \times 20=20$ 2 分

$\therefore h$ 关于 ρ 的函数解析式为 $h=\frac{20}{\rho}$ 1 分

(2) 把 $h=25$ 代入 $h=\frac{20}{\rho}$, 得 $25=\frac{20}{\rho}$ 2 分

解得: $\rho=0.8$ 2 分

答:该液体的密度 ρ 为 0.8g/cm^3 .

21. (1) 证明: $\because AD \parallel BC$,

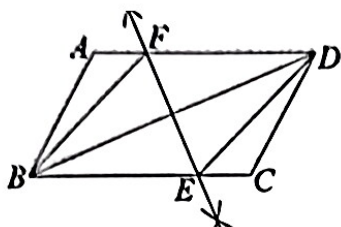
$\therefore \angle ADB = \angle CBD$ 2 分

$\because \angle A = \angle C$,

$\therefore 180^\circ - (\angle ADB + \angle A) = 180^\circ - (\angle CBD + \angle C)$,

即 $\angle ABD = \angle CDB$ 2 分
 $\therefore AB \parallel CD$ 1 分
 \therefore 四边形 $ABCD$ 是平行四边形. 1 分
 说明: 其余证明方法正确相应给分.

(2) 如图,



..... 4 分

四边形 $BEDF$ 就是所求作的菱形.

说明: 其它正确的作图方法, 均相应给分.

22. 解: (1) A 班的人数: $28+9+9+3+1=50$ (人) 2 分

B 班的人数: $25+10+8+2+1=46$ (人) 2 分

答: A, B 两班的学生人数分别是 50 人, 46 人.

说明: 通过表 2 数据计算正确的同样给分.

$$(2) \bar{x}_A = \frac{14 \times 2.5 + 16 \times 7.5 + 12 \times 12.5 + 6 \times 17.5 + 2 \times 22.5}{50} = 9.1 \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\bar{x}_B = \frac{6 \times 2.5 + 8 \times 7.5 + 11 \times 12.5 + 18 \times 17.5 + 3 \times 22.5}{46} \approx 12.9 \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

从平均数看, B 班成绩好于 A 班成绩. 2 分

从中位数看, A 班中位数在 $5 < x \leq 10$ 这一范围, B 班中位数在 $10 < x \leq 15$ 这一范围, B 班成绩好于 A 班成绩.

从百分率看, A 班 15 分以上的人数占 16%, B 班 15 分以上的人数约占 46%, B 班成绩好于 A 班成绩.

说明: 上述统计量(平均数、中位数、百分率)只要给出一种即可. 求出统计量给 2 分, 得出结论给 2 分, 其它合理说明同样给分, 说理中用众数或方差比较不给分.

(3) 前测结果中:

$$\bar{x}'_A = \frac{28 \times 2.5 + 9 \times 7.5 + 9 \times 12.5 + 3 \times 17.5 + 1 \times 22.5}{50} = 6.5 \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\bar{x}'_B = \frac{25 \times 2.5 + 10 \times 7.5 + 8 \times 12.5 + 2 \times 17.5 + 1 \times 22.5}{46} \approx 6.4 \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

从平均数看, 两班成绩较前测都有上升, 但实验班提升得更明显, 因此张老师新的教学方法效果较好. 2 分

从中位数看, 两班前测中位数均在 $0 < x \leq 5$ 这一范围, 后测 A 班中位数在 $5 < x \leq 10$ 这一范围, B 班中位数在 $10 < x \leq 15$ 这一范围, 两班成绩较前测都有上升, 但实验班提升得更明显, 因此张老师新的教学方法效果较好.

从百分率看, A 班 15 分以上的人数增加了 100%, B 班 15 分以上的人数增加了 600%, 两班成绩较前测都有上升, 但实验班提升得更明显, 因此张老师新的教学方法效果较好.

说明: 上述统计量(平均数、中位数、百分率)只要给出一种即可. 求出对应的统计量给 2 分, 得出结论给 2 分, 其它合理说明同样给分, 说理中用众数或方差比较不给分.

23. 解:(1)如图 1,连接 OP , 设 $\angle BOP$ 的度数为 n .

$\because AB=6, BP$ 长为 π ,

$$\therefore \frac{n \cdot \pi \cdot 3}{180} = \pi, \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\therefore n=60, \text{ 即 } \angle BOP=60^\circ, \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\therefore \angle BAP = \frac{1}{2} \angle BOP = 30^\circ, \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

\because 直线 l 是 $\odot O$ 的切线,

$$\therefore \angle ABC=90^\circ, \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\therefore BC = \frac{AB}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}, \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

(2)如图 2,连接 BQ , 过点 C 作 $CF \perp AD$ 于点 F ,

$\because AB$ 为直径,

$$\therefore \angle BQA=90^\circ, \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\therefore \cos \angle BAQ = \frac{AQ}{AB} = \frac{3}{4}, \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\because \widehat{BP} = \widehat{PQ},$$

$$\therefore \angle BAC = \angle DAC, \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$\because CF \perp AD, AB \perp BC,$

$$\therefore CF = CB, \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\because \angle BAQ + \angle ADB = 90^\circ, \angle FCD + \angle ADB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle FCD = \angle BAQ.$$

$$\therefore \frac{BC}{CD} = \frac{FC}{CD} = \cos \angle FCD = \cos \angle BAQ = \frac{3}{4}, \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$(3) \frac{\sqrt{10}}{4}, \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

简要理由:如图 3,连接 BQ ,

由 $AB \perp BC, BQ \perp AD$ 得: $\angle ABQ = \angle ADC$, 进而有 $\angle APQ = \angle ADC$,

因此: $\triangle APQ \sim \triangle ADC$, 可得: $\frac{PQ}{CD} = \frac{AP}{AD}$.

易得: $\triangle APB \sim \triangle ABC$, 可得: $\frac{BP}{BC} = \frac{AP}{AB}$.

两式相除, 得: $\frac{PQ}{BP} = \frac{AB}{AD} = \cos \angle BAQ = \frac{\sqrt{10}}{4}$.

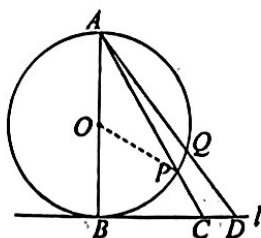


图 1

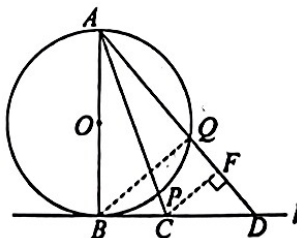


图 2

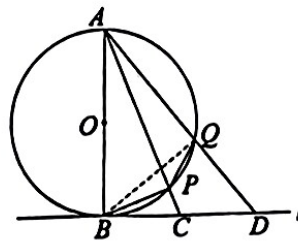


图 3

24. 解:任务 1:变化量分别为, $29-30=-1(\text{cm})$, $28.1-29=-0.9(\text{cm})$,

$27-28.1=-1.1(\text{cm})$, $25.8-27=-1.2(\text{cm})$, 4 分

说明:学生写出正值变化量也给分,如 0 至 10 分钟减少, $30-29=1(\text{cm})$.

任务 2:设 $h=kt+b$,

$\because t=0$ 时, $h=30$; $t=10$ 时, $h=29$;

$$\therefore \begin{cases} b=30, \\ 10k+b=29. \end{cases} \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\text{解得:} \begin{cases} k=-0.1, \\ b=30. \end{cases} \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

\therefore 水面高度 h 与流水时间 t 的函数解析式为 $h=-0.1t+30$ 1 分

任务 3:(1) $w=(30-30)^2+(29-29)^2+(28-28.1)^2+(27-27)^2+(26-25.8)^2$
 $=0.05$ 1 分

(2)设 $h=kt+30$,则

$$\begin{aligned} w &= (30-30)^2 + (10k+30-29)^2 + (20k+30-28.1)^2 + (30k+30-27)^2 + (40k+30-25.8)^2 \dots\dots\dots 1 \text{ 分} \\ &= (10k+1)^2 + (20k+1.9)^2 + (30k+3)^2 + (40k+4.2)^2 \\ &= 3000k^2 + 612k + 1^2 + 1.9^2 + 3^2 + 4.2^2. \end{aligned}$$

当 $k=-\frac{612}{2 \times 3000}=-0.102$ 时, w 最小. 1 分

\therefore 优化后的函数解析式为 $h=-0.102t+30$ 1 分

说明:上述问题解决过程中,方法正确, k 的计算值出现错误,此小题给 2 分.

任务 4:时间刻度方案要点:

①时间刻度的 0 刻度在水位最高处;

②刻度从上向下均匀变大;

③每 0.102 cm 表示 1 min (1 cm 表示时间约为 9.8 min). 2 分

说明:设计方案类似于数轴三要素,有原点、正方向与单位长度. 最大量程约为 294 min 可以代替单位长度要素,同样给分. 写对 1—2 个给 1 分,写对 3 个给 2 分,其它无关的不给分. 用未优化的函数解析式 $h=-0.1t+30$ 设计刻度方案的,若合理,给 1 分;若不合理,不给分.