

荆州市 2023 年初中学业水平考试

数学试题参考答案与评分标准

一、选择题（每小题 3 分）

1. B 2. A 3. C 4. D 5. B 6. B 7. C 8. A 9. C 10. B

二、填空题（每小题 3 分）

11. 2 12. 3 13. 300 14. 1 15. 13.8 16. $(\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$

三、解答题（按步骤给分）

17. 解：原式 = $\left[\frac{2x-y}{x+y} - \frac{(x-y)^2}{(x+y)(x-y)} \right] \cdot \frac{x+y}{x-y}$ 2 分

$= \left(\frac{2x-y}{x+y} - \frac{x-y}{x+y} \right) \cdot \frac{x+y}{x-y}$ 3 分

$= \frac{x}{x+y} \cdot \frac{x+y}{x-y} = \frac{x}{x-y}$ 5 分

$\because x = \left(\frac{1}{2} \right)^{-1} = 2, y = (-2023)^0 = 1$ 7 分

\therefore 原式 = $\frac{2}{2-1} = 2$ 8 分

18. 解：（1）依题意得： $\begin{cases} k \neq 0 \\ \Delta = 40k + 16 > 0 \end{cases} \therefore k > -\frac{2}{5} \text{ 且 } k \neq 0$ 3 分

（2）当 $k=1$ 时，原方程变为： $x^2 - 6x - 5 = 0$ ，则有：

$x^2 - 6x + 9 = 5 + 9 \therefore (x-3)^2 = 14$ 6 分

$\therefore x-3 = \pm\sqrt{14} \therefore$ 方程的根为： $x_1 = 3 + \sqrt{14}, x_2 = 3 - \sqrt{14}$ 8 分

19. 证明： $\because BD$ 为等边 $\triangle ABC$ 的中线 $\therefore BD \perp AC, \angle 1 = 60^\circ$ 2 分

$\therefore \angle 3 = 30^\circ$ 3 分

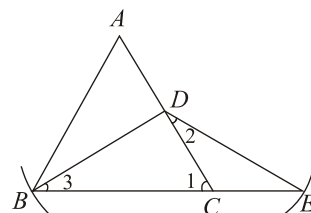
$\because BD = DE \therefore \angle E = \angle 3 = 30^\circ$ 5 分

$\because \angle 2 + \angle E = \angle 1 = 60^\circ \therefore \angle E = \angle 2 = 30^\circ$ 7 分

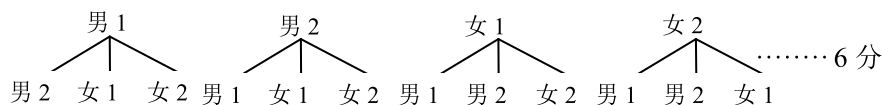
$\therefore CD = CE$ 8 分

20. 解：（1）20； 2 分 6, 54° ； 4 分

（2）画树状图为：



第 19 题图



或者列表为:

	男 1	男 2	女 1	女 2
男 1		(男 1 男 2)	(男 1 女 1)	(男 1 女 2)
男 2	(男 2 男 1)		(男 2 女 1)	(男 2 女 2)
女 1	(女 1 男 1)	(女 1 男 2)		(女 1 女 2)
女 2	(女 2 男 1)	(女 2 男 2)	(女 2 女 1)	

∴ 共有 12 种等可能结果, 其中抽中两名女志愿者的结果有 2 种

$$\therefore P(\text{抽中两名女志愿者}) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6} \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

21. (1) 证明: ① ∵ 四边形 $ABCD$ 是菱形 ∴ $AB \parallel CD$

∵ $DH \perp AB$ ∴ $\angle CDH = \angle DHA = 90^\circ$, 则 $CD \perp OD$ 1 分

又 ∵ D 为 $\odot O$ 的半径的外端点 ∴ CD 是 $\odot O$ 的切线. 2 分

② 连接 HF , 则有: $\angle DEF = \angle DHF$ 3 分

∵ DH 为 $\odot O$ 直径, ∴ $\angle DFH = 90^\circ$, 而 $\angle DHB = 90^\circ$

∴ $\angle DHF = \angle DBA = \angle DEF$ 又 ∵ $\angle EDF = \angle BDA$

∴ $\triangle DEF \sim \triangle DBA$ 5 分

(2) 解: 连接 AC 交 BD 于 G .

∵ 菱形 $ABCD$, $BD = 6$, ∴ $AC \perp BD$, $AG = GC$, $DG = GB = 3$

∴ 在 $\text{Rt}\triangle AGB$ 中, $AG = \sqrt{AB^2 - BG^2} = 4$ ∴ $AC = 2AG = 8$

$$\therefore S_{\text{菱形}ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD = AB \cdot DH, \therefore DH = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 \times \frac{1}{5} = \frac{24}{5} \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\text{在 } \text{Rt}\triangle ADH \text{ 中, } \sin \angle DAH = \frac{DH}{AD} = \frac{DH}{AB} = \frac{24}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{24}{25} \quad \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$\text{由 } \triangle DEF \sim \triangle DBA \text{ 得: } \angle DFE = \angle DAH \therefore \sin \angle DFE = \sin \angle DAH = \frac{24}{25}. \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

(注: 本题其他方法请参照给分.)

22. 解: (1) 设 A 种饰品每件的进价为 a 元, 则 B 种饰品每件的进价为 $(a-1)$ 元.

$$\text{由题意得: } \frac{1400}{a} = \frac{630}{a-1} \times 2 \quad \text{解得: } a = 10 \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

经检验, $a = 10$ 是所列方程的根, 且符合题意. 3 分

∴ A 种饰品每件进价为 10 元, B 种饰品每件进价为 9 元. 4 分

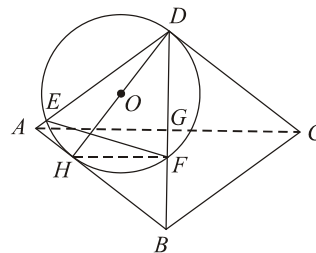
$$(2) \text{ ① 根据题意得: } \begin{cases} 600-x \geq 390 \\ 600-x \leq 4x \end{cases} \quad \text{解得: } 120 \leq x \leq 210 \quad \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

∴ 购进 A 种饰品件数的取值范围为: $120 \leq x \leq 210$ 且 x 为整数. 6 分

② 设采购 A 种饰品 x 件时的总利润为 w 元.

$$\text{当 } 120 \leq x \leq 150 \text{ 时, } w = 15 \times 600 - 10x - 9(600-x) \quad \text{即 } w = -x + 3600$$

∵ $-1 < 0$, ∴ w 随 x 的增大而减小. ∴ 当 $x = 120$ 时, w 有最大值 3480. 7 分



第 21 题图

当 $150 < x \leq 210$ 时, $w = 15 \times 600 - [10 \times 150 + 10 \times 60\%(x - 150)] - 9(600 - x)$

整理得: $w = 3x + 3000$ $\because 3 > 0, \therefore w$ 随 x 的增大而增大.

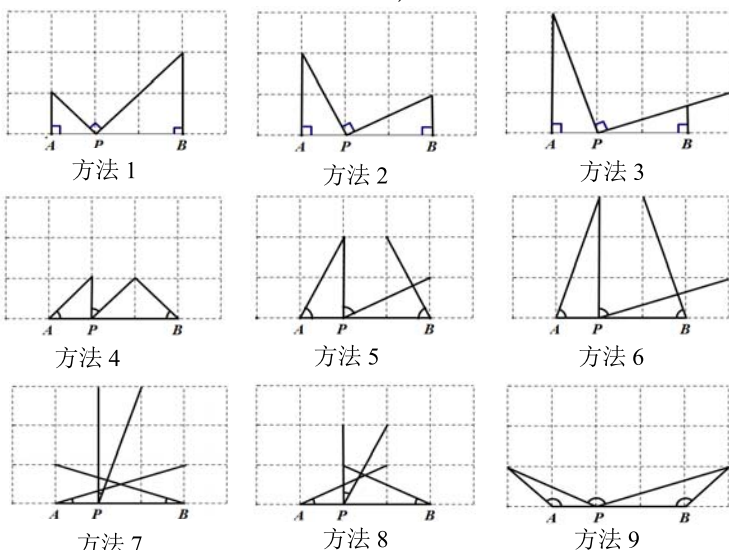
\therefore 当 $x = 210$ 时, w 有最大值 3630. 8 分

$\because 3630 > 3480, \therefore w$ 的最大值为 3630, 此时 $600 - x = 390$ 9 分

即当采购 A 种饰品 210 件, B 种饰品 390 件时, 商铺获利最大, 最大利润为 3630 元.

..... 10 分

23. 解: (1) 作图 (注: 只需作三种, 每作对 1 种给 1 分.) 3 分



(2) ① $\triangle PCF$ 是等腰直角三角形. 理由为: 4 分

如图, 过点 C 作 $CN \perp BE$ 交 BE 的延长线于 N .

由折叠得 $AC = CM, \angle CMP = \angle CME = \angle A = 90^\circ, \angle 1 = \angle 2$

$\because AC = AB, \angle A = \angle PBD = \angle N = 90^\circ \therefore$ 四边形 $ABNC$ 为正方形

$\therefore CN = AC = CM$

又 $\because CE = CE \therefore \text{Rt} \triangle CME \cong \text{Rt} \triangle CNE$ (HL) 5 分

$\therefore \angle 3 = \angle 4$ 而 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 90^\circ, \angle CPF = 90^\circ$

$\therefore \angle PCF = \angle 2 + \angle 3 = \angle CFP = 45^\circ$

$\therefore \triangle PCF$ 是等腰直角三角形. 6 分

② 过点 F 作 $FQ \perp BE$ 于 $Q, FR \perp PB$ 交 PB 的延长线于 R , 则 $\angle R = \angle A = 90^\circ$.

$\because \angle 1 + \angle 5 = \angle 5 + \angle 6 = 90^\circ \therefore \angle 1 = \angle 6$

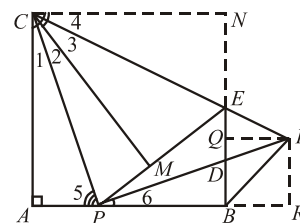
由 $\triangle PCF$ 是等腰直角三角形知: $PC = PF \therefore \triangle APC \cong \triangle RFP$ (AAS) 7 分

$\therefore AP = FR, AC = PR$, 而 $AC = AB \therefore AP = BR = FR$

在 $\text{Rt} \triangle BRF$ 中, $BR^2 + FR^2 = BF^2, BF = \sqrt{2}k$

$\therefore AP = BR = FR = k \therefore PB = 2AP = 2k \therefore AB = AP + PB = BN = 3k$ 8 分

由 $BR = FR, \angle QBR = \angle R = \angle FQB = 90^\circ$ 知: 四边形 $BRFQ$ 为正方形, $BQ = QF = k$



第 23 题图

由 $FQ \perp BN$, $CN \perp BN$ 得: $FQ \parallel CN$

$$\therefore \frac{QE}{NE} = \frac{QF}{CN}, \text{ 而 } QE = BN - NE - BQ = 3k - NE - k = 2k - NE$$

$$\text{即 } \frac{2k - NE}{NE} = \frac{k}{3k} = \frac{1}{3}, \text{ 解得: } NE = \frac{3}{2}k \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$\text{由①知: } PM = AP = k, ME = NE = \frac{3}{2}k \therefore PE = PM + ME = k + \frac{3}{2}k = \frac{5}{2}k \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

(注: 本题其他方法请参照给分.)

$$24. \text{解: (1) } 0 \text{ 或 } 2 \text{ 或 } -\frac{1}{4}. \text{ (注: 填对 1 个给 1 分.) } \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

(2) ①如图, 设直线 l 与 BC 交于点 F 依题意得:

$$\begin{cases} 2a + b = 10 \\ 20a + b = 28 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} a = 1 \\ b = 8 \end{cases} \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

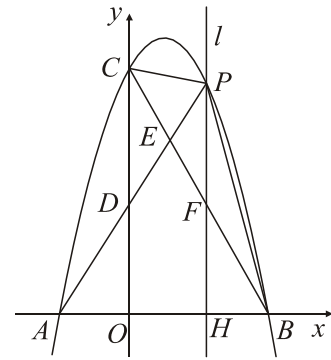
$$\therefore \text{抛物线的解析式为: } y = -x^2 + 2x + 8 = -(x-1)^2 + 9 \dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$\text{可知 } P(1, 9), C(0, 8) \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\text{由 } B(4, 0), C(0, 8) \text{ 得直线 } BC \text{ 的解析式为 } y = -2x + 8$$

$$\therefore F(1, 6), \text{ 则 } PF = 9 - 6 = 3$$

$$\therefore S_{\triangle PBC} = \frac{1}{2} OB \cdot PF = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6. \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$



第 24 题图

② $S_1 - S_2$ 存在最大值, 理由如下:

如图, 设直线 $x = m$ 交 x 轴于 H .

$$\text{由①得: } OB = 4, AO = 2, AB = 6, OC = 8, AH = 2 + m, P(m, -m^2 + 2m + 8)$$

$$\therefore PH = -m^2 + 2m + 8 \text{ 由 } OD \parallel PH \text{ 得: } \frac{AO}{AH} = \frac{OD}{PH},$$

$$\text{即 } \frac{2}{2+m} = \frac{OD}{-m^2 + 2m + 8}$$

$$\therefore OD = 8 - 2m \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$\therefore S_1 = S_{\triangle PAB} - S_{\triangle AOD} - S_{\text{四边形}EDOB}, S_2 = S_{\triangle OBC} - S_{\text{四边形}EDOB}$$

$$\begin{aligned} \therefore S_1 - S_2 &= S_{\triangle PAB} - S_{\triangle AOD} - S_{\triangle OBC} = \frac{6(-m^2 + 2m + 8)}{2} - \frac{2(8 - 2m)}{2} - \frac{4 \times 8}{2} \\ &= -3(m - \frac{4}{3})^2 + \frac{16}{3} \dots\dots\dots 11 \text{ 分} \end{aligned}$$

$$\because -3 < 0, 0 < m < 4 \therefore \text{当 } m = \frac{4}{3} \text{ 时, } S_1 - S_2 \text{ 有最大值, 最大值为 } \frac{16}{3}. \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

(注: 本题其他方法请参照给分.)