

# 荆州市 2023 年初中学业水平考试

## 数 学 试 题

注意事项：

1. 本卷满分为 120 分，考试时间为 120 分钟。
2. 本卷是试题卷，不能答题，答题必须写在答题卡上。解答题中添加了辅助线、字母和符号等务必标在答题卡对应的图形上。
3. 在答题卡上答题，选择题要用 2B 铅笔填涂，非选择题要用 0.5 毫米黑色中性笔作答。

★祝考试顺利★

一、选择题（本大题共有 10 个小题，每小题只有唯一正确答案，每小题 3 分，共 30 分）

1. 在实数  $-1$ ， $\sqrt{3}$ ， $\frac{1}{2}$ ， $3.14$  中，无理数是

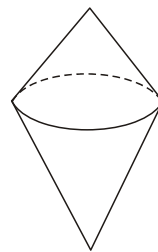
- A.  $-1$                       B.  $\sqrt{3}$                       C.  $\frac{1}{2}$                       D.  $3.14$

2. 下列各式运算正确的是

- A.  $3a^2b^3 - 2a^2b^3 = a^2b^3$                       B.  $a^2 \cdot a^3 = a^6$   
C.  $a^6 \div a^2 = a^3$                       D.  $(a^2)^3 = a^5$

3. 观察如图所示的几何体，下列关于其三视图的说法正确的是

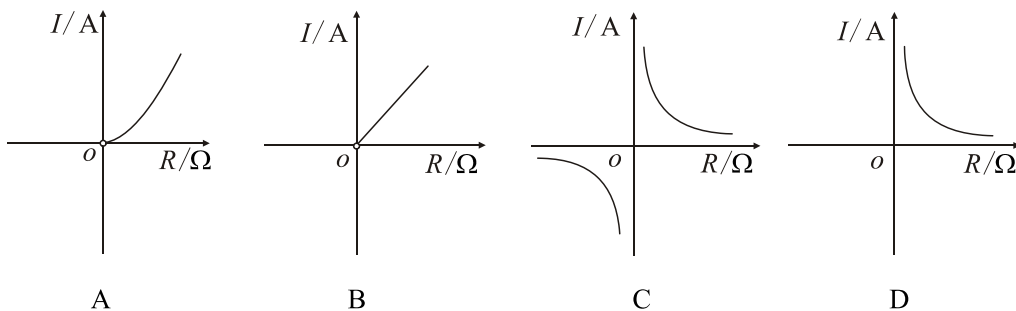
- A. 主视图既是中心对称图形，又是轴对称图形  
B. 左视图既是中心对称图形，又是轴对称图形  
C. 俯视图既是中心对称图形，又是轴对称图形  
D. 主视图、左视图、俯视图都是中心对称图形



第 3 题图

4. 已知蓄电池的电压  $U$  为定值，使用蓄电池时，电流  $I$ （单位：A）与电阻  $R$ （单位： $\Omega$ ）

是反比例函数关系（ $I = \frac{U}{R}$ ）。下列反映电流  $I$  与电阻  $R$  之间函数关系的图象大致是



5. 已知  $k = \sqrt{2}(\sqrt{5} + \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{5} - \sqrt{3})$ , 则与  $k$  最接近的整数为

- A. 2                      B. 3                      C. 4                      D. 5

6. 为评估一种水稻的种植效果, 选了 10 块地作试验田. 这 10 块地的亩产量 (单位: kg) 分别为  $x_1, x_2, \dots, x_{10}$ , 下面给出的统计量中可以用来评估这种水稻亩产量稳定程度的是

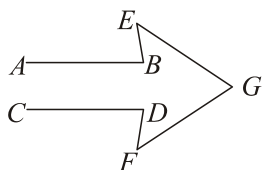
- A. 这组数据的平均数                      B. 这组数据的方差  
C. 这组数据的众数                      D. 这组数据的中位数

7. 如图所示的“箭头”图形中,  $AB \parallel CD$ ,  $\angle B = \angle D = 80^\circ$ ,  $\angle E = \angle F = 47^\circ$ , 则图中  $\angle G$  的度数是

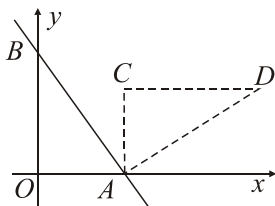
- A.  $80^\circ$                       B.  $76^\circ$                       C.  $66^\circ$                       D.  $56^\circ$

8. 我国古代数学名著《孙子算经》中记载: “今有木, 不知长短, 引绳度之, 余绳四尺五寸; 屈绳量之, 不足一尺, 木长几何?” 意思是: 用一根绳子去量一根木条, 绳子还余 4.5 尺; 将绳子对折再量木条, 木条余 1 尺, 问木条长多少尺? 若设木条长  $x$  尺, 绳子长  $y$  尺, 则可列方程组为

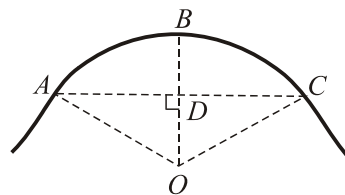
- A.  $\begin{cases} y = x + 4.5 \\ 0.5y = x - 1 \end{cases}$     B.  $\begin{cases} y = x - 4.5 \\ 0.5y = x + 1 \end{cases}$     C.  $\begin{cases} y = x + 4.5 \\ y = 2x - 1 \end{cases}$     D.  $\begin{cases} y = x - 4.5 \\ y = 2x - 1 \end{cases}$



第 7 题图



第 9 题图



第 10 题图

9. 如图, 直线  $y = -\frac{3}{2}x + 3$  分别与  $x$  轴,  $y$  轴交于点  $A, B$ , 将  $\triangle OAB$  绕着点  $A$  顺时针旋转  $90^\circ$  得到  $\triangle CAD$ , 则点  $B$  的对应点  $D$  的坐标是

- A. (2, 5)                      B. (3, 5)                      C. (5, 2)                      D.  $(\sqrt{13}, 2)$

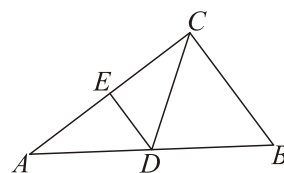
10. 如图, 一条公路的转弯处是一段圆弧 ( $\widehat{AC}$ ), 点  $O$  是这段弧所在圆的圆心,  $B$  为  $\widehat{AC}$  上一点,  $OB \perp AC$  于  $D$ . 若  $AC = 300\sqrt{3}$  m,  $BD = 150$  m, 则  $\widehat{AC}$  的长为

- A.  $300\pi$  m                      B.  $200\pi$  m                      C.  $150\pi$  m                      D.  $100\sqrt{3}\pi$  m

二、填空题（本大题共 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分）

11. 若  $|a-1|+(b-3)^2=0$ ，则  $\sqrt{a+b}=\underline{\quad\quad}$ .

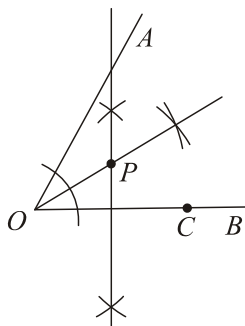
12. 如图， $CD$  为  $\text{Rt}\triangle ABC$  斜边  $AB$  上的中线， $E$  为  $AC$  的中点. 若  $AC=8$ ， $CD=5$ ，则  $DE=\underline{\quad\quad}$ .



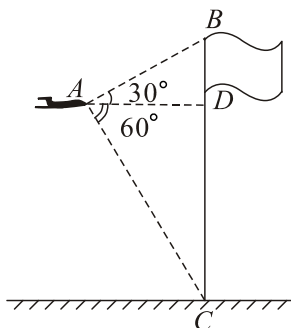
第 12 题图

13. 某校为了解学生对 A, B, C, D 四类运动的参与情况，随机调查了本校 80 名学生，让他们从中选择参与最多的一类，得到对应的人数分别是 30, 20, 18, 12. 若该校有 800 名学生，则估计有  $\underline{\quad\quad}$  人参与 A 类运动最多.

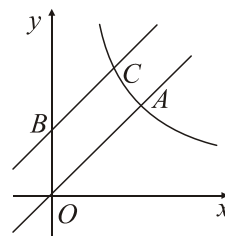
14. 如图， $\angle AOB=60^\circ$ ，点  $C$  在  $OB$  上， $OC=2\sqrt{3}$ ， $P$  为  $\angle AOB$  内一点. 根据图中尺规作图痕迹推断，点  $P$  到  $OA$  的距离为  $\underline{\quad\quad}$ .



第 14 题图



第 15 题图



第 16 题图

15. 如图，无人机在空中  $A$  处测得某校旗杆顶部  $B$  的仰角为  $30^\circ$ ，底部  $C$  的俯角为  $60^\circ$ ，无人机与旗杆的水平距离  $AD$  为  $6\text{m}$ ，则该校的旗杆高约为  $\underline{\quad\quad}$  m. ( $\sqrt{3}\approx 1.73$ ，结果精确到  $0.1$ )

16. 如图，点  $A(2, 2)$  在双曲线  $y=\frac{k}{x}(x>0)$  上，将直线  $OA$  向上平移若干个单位长度交  $y$  轴于点  $B$ ，交双曲线于点  $C$ . 若  $BC=2$ ，则点  $C$  的坐标是  $\underline{\quad\quad}$ .

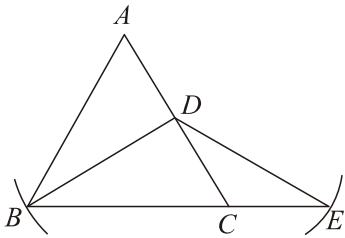
三、解答题（本大题共有 8 个小题，共 72 分）

17. （本题满分 8 分）先化简，再求值：

$$\left(\frac{2x-y}{x+y}-\frac{x^2-2xy+y^2}{x^2-y^2}\right)\div\frac{x-y}{x+y}, \quad \text{其中 } x=\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}, y=(-2023)^0.$$

18. （本题满分 8 分）已知关于  $x$  的一元二次方程  $kx^2-(2k+4)x+k-6=0$  有两个不相等的实数根. (1) 求  $k$  的取值范围；(2) 当  $k=1$  时，用配方法解方程.

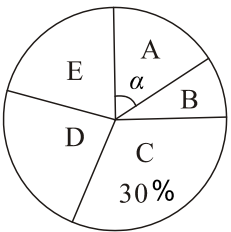
19. (本题满分 8 分) 如图,  $BD$  是等边  $\triangle ABC$  的中线, 以  $D$  为圆心,  $DB$  的长为半径画弧, 交  $BC$  的延长线于  $E$ , 连接  $DE$ . 求证:  $CD=CE$ .



第 19 题图

20. (本题满分 8 分) 首届楚文化节在荆州举办前, 主办方为使参与服务的志愿者队伍整齐, 随机抽取了部分志愿者, 对其身高进行调查, 将身高 (单位: cm) 数据分 A, B, C, D, E 五组制成了如下的统计图表 (不完整).

组别	身高分组	人数
A	$155 \leq x < 160$	3
B	$160 \leq x < 165$	2
C	$165 \leq x < 170$	$m$
D	$170 \leq x < 175$	5
E	$175 \leq x < 180$	4



第 20 题图

根据以上信息回答:

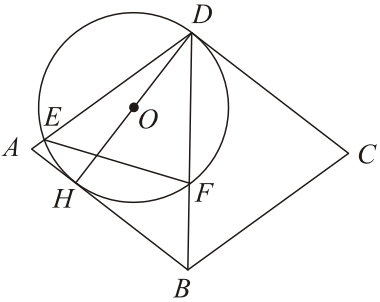
(1) 这次被调查身高的志愿者有     ▲     人, 表中的  $m =$      ▲    , 扇形统计图中  $\alpha$  的度数是     ▲    ;

(2) 若 E 组的 4 人中, 男女各有 2 人, 以抽签方式从中随机抽取两人担任组长. 请列表或画树状图, 求刚好抽中两名女志愿者的概率.

21. (本题满分 8 分) 如图, 在菱形  $ABCD$  中,  $DH \perp AB$  于  $H$ , 以  $DH$  为直径的  $\odot O$  分别交  $AD$ ,  $BD$  于点  $E$ ,  $F$ , 连接  $EF$ .

(1) 求证: ①  $CD$  是  $\odot O$  的切线; ②  $\triangle DEF \sim \triangle DBA$ ;

(2) 若  $AB=5$ ,  $DB=6$ , 求  $\sin \angle DFE$ .



第 21 题图

22. (本题满分 10 分) 荆州古城旁“荆街”某商铺打算购进 A, B 两种文创饰品对游客销售. 已知 1400 元采购 A 种的件数是 630 元采购 B 种件数的 2 倍, A 种的进价比 B 种的进价每件多 1 元, 两种饰品的售价均为每件 15 元; 计划采购这两种饰品共 600 件, 采购 B 种的件数不低于 390 件, 不超过 A 种件数的 4 倍.

(1) 求 A, B 饰品每件的进价分别为多少元?

(2) 若采购这两种饰品只有一种情况可优惠, 即一次性采购 A 种超过 150 件时, A 种超过的部分按进价打 6 折. 设购进 A 种饰品  $x$  件, ①求  $x$  的取值范围; ②设计能让这次采购的饰品获利最大的方案, 并求出最大利润.

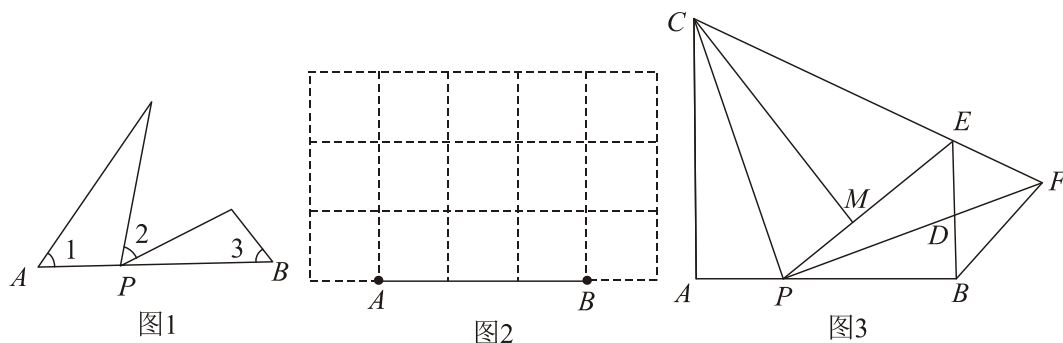
23. (本题满分 10 分) 如图 1, 点  $P$  是线段  $AB$  上与点  $A$ , 点  $B$  不重合的任意一点, 在  $AB$  的同侧分别以  $A, P, B$  为顶点作  $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$ , 其中  $\angle 1$  与  $\angle 3$  的一边分别是射线  $AB$  和射线  $BA$ ,  $\angle 2$  的两边不在直线  $AB$  上, 我们规定这三个角互为等联角, 点  $P$  为等联点, 线段  $AB$  为等联线.

(1) 如图 2, 在  $5 \times 3$  个方格的纸上, 小正方形的顶点为格点、边长均为 1,  $AB$  为端点在格点的已知线段. 请用三种不同连接格点的方法, 作出以线段  $AB$  为等联线、某格点  $P$  为等联点的等联角, 并标出等联角, 保留作图痕迹;

(2) 如图 3, 在  $\text{Rt}\triangle APC$  中,  $\angle A = 90^\circ$ ,  $AC > AP$ , 延长  $AP$  至点  $B$ , 使  $AB = AC$ , 作  $\angle A$  的等联角  $\angle CPD$  和  $\angle PBD$ . 将  $\triangle APC$  沿  $PC$  折叠, 使点  $A$  落在点  $M$  处, 得到  $\triangle MPC$ , 再延长  $PM$  交  $BD$  的延长线于  $E$ , 连接  $CE$  并延长交  $PD$  的延长线于  $F$ , 连接  $BF$ .

①确定  $\triangle PCF$  的形状, 并说明理由;

②若  $AP:PB=1:2$ ,  $BF=\sqrt{2}k$ , 求等联线  $AB$  和线段  $PE$  的长 (用含  $k$  的式子表示).



第 23 题图

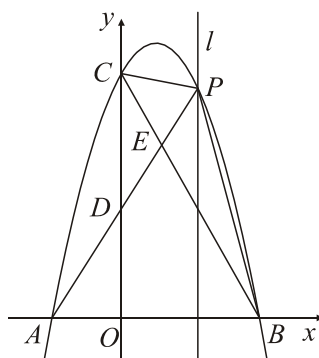
24. (本题满分 12 分) 已知:  $y$  关于  $x$  的函数  $y = (a-2)x^2 + (a+1)x + b$ .

(1) 若函数的图象与坐标轴有两个公共点, 且  $a = 4b$ , 则  $a$  的值是     ▲    ;

(2) 如图, 若函数的图象为抛物线, 与  $x$  轴有两个公共点  $A(-2, 0)$ ,  $B(4, 0)$ , 并与动直线  $l: x = m (0 < m < 4)$  交于点  $P$ , 连接  $PA$ ,  $PB$ ,  $PC$ ,  $BC$ , 其中  $PA$  交  $y$  轴于点  $D$ , 交  $BC$  于点  $E$ . 设  $\triangle PBE$  的面积为  $S_1$ ,  $\triangle CDE$  的面积为  $S_2$ .

①当点  $P$  为抛物线顶点时, 求  $\triangle PBC$  的面积;

②探究直线  $l$  在运动过程中,  $S_1 - S_2$  是否存在最大值? 若存在, 求出这个最大值; 若不存在, 说明理由.



第 24 题图