

△△  
△△  
△△  
△△

○  
○  
○

△△  
△△  
△△

○

△△  
△△  
△△

○

△△  
△△  
△△

○

△△  
△△  
△△

○

△△  
△△  
△△

○

△△  
△△  
△△

○

△△  
△△  
△△

○

△△  
△△  
△△

○

△△  
△△  
△△

○

# 二〇二三年齐齐哈尔市初中学业考试

## 数 学 试 卷

考生注意：

1. 考试时间 120 分钟
2. 全卷共三道大题，总分 120 分
3. 使用答题卡的考生，请将答案填写在答题卡的指定位置

本考场试卷序号

(由监考教师填写)

| 题 号 | 一 | 二 | 三  |    |    |    |    |    |    | 总 分 | 核分人 |
|-----|---|---|----|----|----|----|----|----|----|-----|-----|
|     |   |   | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 |     |     |
| 得 分 |   |   |    |    |    |    |    |    |    |     |     |

得 分      评卷人

|  |  |
|--|--|
|  |  |
|--|--|

### 一、选择题（每小题只有一个正确答案，每小题 3 分，满分 30 分）

1. -9 的相反数是

( )

A. -9

B. 9

C.  $-\frac{1}{9}$

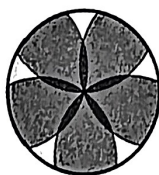
D.  $\frac{1}{9}$

2. 下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是

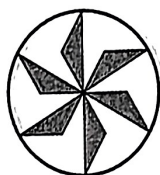
( )



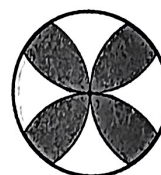
A



B



C



D

3. 下列计算正确的是

( )

A.  $3b^2 + b^2 = 4b^4$

B.  $(a^4)^2 = a^6$

C.  $(-x^2)^2 = x^4$

D.  $3a \cdot 2a = 6a$

4. 如图，直线  $l_1 \parallel l_2$ ，分别与直线  $l$  交于点  $A$ ， $B$ ，

把一块含  $30^\circ$  角的三角尺按如图所示的位置摆

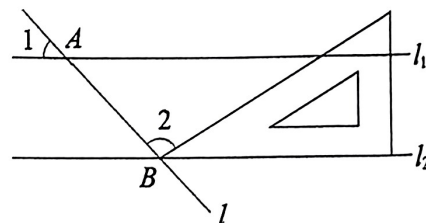
放，若  $\angle 1 = 45^\circ$ ，则  $\angle 2$  的度数是 ( )

A.  $135^\circ$

B.  $105^\circ$

C.  $95^\circ$

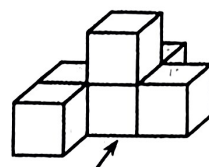
D.  $75^\circ$



第 4 题图

5.如图,若几何体是由六个棱长为1的正方体组合而成的,则该几何体左视图的面积是 ( )

- A. 2                      B. 3                      C. 4                      D. 5



主视方向

第5题图

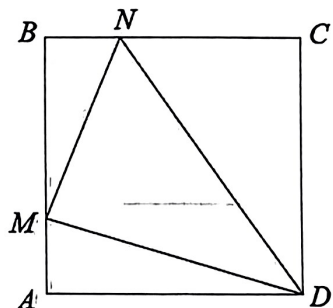
6.如果关于  $x$  的分式方程  $\frac{2x-m}{x+1}=1$  的解是负数,那么实数  $m$  的取值范围是 ( )

- A.  $m < -1$       B.  $m > -1$  且  $m \neq 0$       C.  $m > -1$       D.  $m < -1$  且  $m \neq -2$

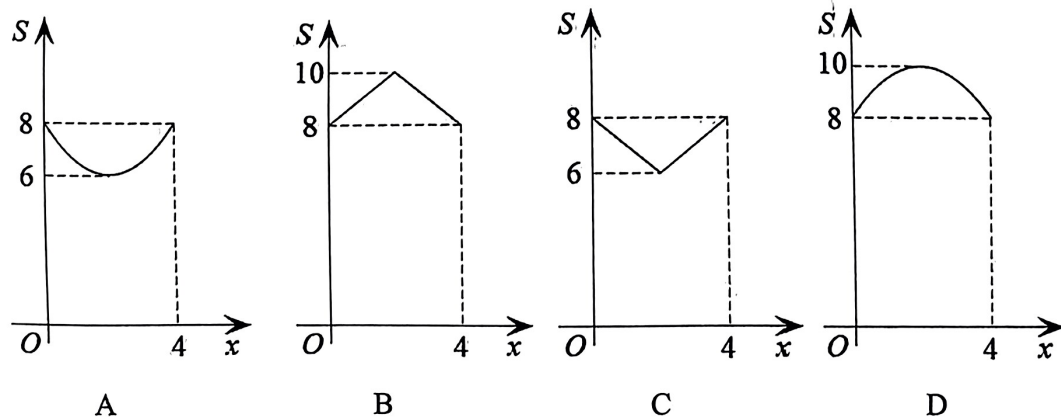
7.某校举办文艺汇演,在主持人选拔环节中,有一名男同学和三名女同学表现优异.若从以上四名同学中随机抽取两名同学担任主持人,则刚好抽中一名男同学和一名女同学的概率是 ( )

- A.  $\frac{1}{2}$                       B.  $\frac{1}{3}$                       C.  $\frac{1}{4}$                       D.  $\frac{1}{6}$

8.如图,在正方形  $ABCD$  中,  $AB=4$ , 动点  $M, N$  分别从点  $A, B$  同时出发,沿射线  $AB$ , 射线  $BC$  的方向匀速运动,且速度的大小相等,连接  $DM, MN, ND$ . 设点  $M$  运动的路程为  $x$  ( $0 \leq x \leq 4$ ),  $\triangle DMN$  的面积为  $S$ , 下列图象中能反映  $S$  与  $x$  之间函数关系的是 ( )



第8题图



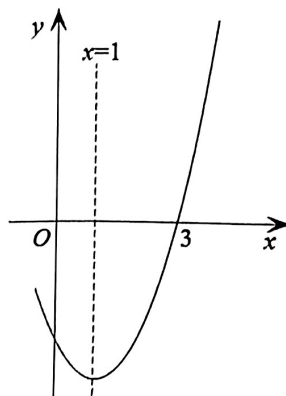
9.为提高学生学习兴趣,增强动手实践能力,某校为物理兴趣小组的同学购买了一根长度为  $150\text{cm}$  的导线,将其全部截成  $10\text{cm}$  和  $20\text{cm}$  两种长度的导线用于实验操作(每种长度的导线至少一根),则截取方案共有 ( )

- A. 5 种                      B. 6 种                      C. 7 种                      D. 8 种

10.如图,二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) 图象的一部分与  $x$  轴的一个交点坐标为  $(3, 0)$ , 对称轴为直线  $x = 1$ , 结合图象给出下列结论:

- ①  $abc > 0$ ; ②  $b = 2a$ ; ③  $3a + c = 0$ ;  
 ④关于  $x$  的一元二次方程  $ax^2 + bx + c + k^2 = 0$  ( $a \neq 0$ )  
 有两个不相等的实数根;  
 ⑤若点  $(m, y_1)$ ,  $(-m+2, y_2)$  均在该二次函数图象  
 上, 则  $y_1 = y_2$ . 其中正确结论的个数是 ( )

A. 4                  B. 3                  C. 2                  D. 1



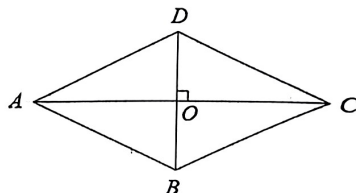
第 10 题图

|     |     |
|-----|-----|
| 得 分 | 评卷人 |
|     |     |

## 二、填空题 (每小题 3 分, 满分 21 分)

11.中国经济韧性强、潜力大、活力足. 据文化和旅游部统计, 2023 年春节假期全国国内旅游出游达到 308 000 000 人次, 同比增长了 23.1%. 将 308 000 000 用科学记数法表示为 \_\_\_\_\_.

12.如图, 在四边形  $ABCD$  中,  $AD = BC$ ,  $AC \perp BD$  于点  $O$ . 请添加一个条件: \_\_\_\_\_, 使四边形  $ABCD$  成为菱形.

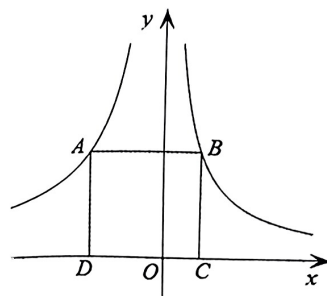


第 12 题图

13.在函数  $y = \frac{1}{\sqrt{x-1}} + \frac{1}{x-2}$  中, 自变量  $x$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

14.若圆锥的底面半径长  $2\text{cm}$ , 母线长  $3\text{cm}$ , 则该圆锥的侧面积为 \_\_\_\_\_  $\text{cm}^2$  (结果保留  $\pi$ ).

15.如图, 点  $A$  在反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $k \neq 0$ ) 图象的一支上, 点  $B$  在反比例函数  $y = -\frac{k}{2x}$  图象的一支上, 点  $C, D$  在  $x$  轴上, 若

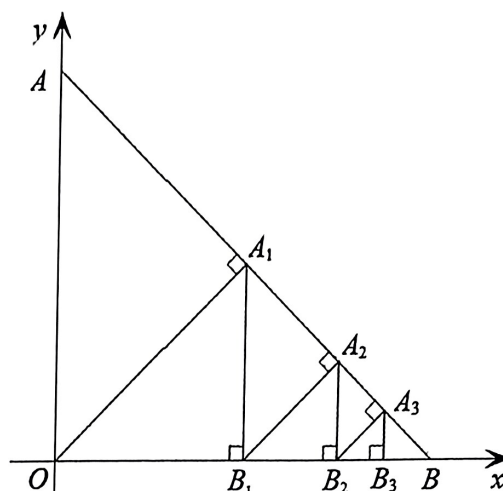


第 15 题图

四边形  $ABCD$  是面积为 9 的正方形, 则实数  $k$  的值为 \_\_\_\_\_.

16.矩形纸片  $ABCD$  中,  $AB = 3$ ,  $BC = 5$ , 点  $M$  在  $AD$  边所在的直线上, 且  $DM = 1$ , 将矩形纸片  $ABCD$  折叠, 使点  $B$  与点  $M$  重合, 折痕与  $AD$ ,  $BC$  分别交于点  $E$ ,  $F$ , 则线段  $EF$  的长度为 \_\_\_\_\_.

17.如图,在平面直角坐标系中,点  $A$  在  $y$  轴上,点  $B$  在  $x$  轴上,  $OA = OB = 4$ , 连接  $AB$ , 过点  $O$  作  $OA_1 \perp AB$  于点  $A_1$ , 过点  $A_1$  作  $A_1B_1 \perp x$  轴于点  $B_1$ ; 过点  $B_1$  作  $B_1A_2 \perp AB$  于点  $A_2$ , 过点  $A_2$  作  $A_2B_2 \perp x$  轴于点  $B_2$ ; 过点  $B_2$  作  $B_2A_3 \perp AB$  于点  $A_3$ , 过点  $A_3$  作  $A_3B_3 \perp x$  轴于点  $B_3$ ;  $\dots$ ; 按照如此规律操作下去, 则点  $A_{2023}$  的坐标为\_\_\_\_\_.



第 17 题图

| 得分 | 评卷人 |
|----|-----|
|    |     |

### 三、解答题 (本题共 7 道大题, 共 69 分)

18. (本题共 2 个小题, 第 (1) 题 6 分, 第 (2) 题 4 分, 共 10 分)

(1) 计算:  $|\sqrt{3}-1| - 4\sin 30^\circ + (\frac{1}{2})^{-1} + (4-\pi)^0$

(2) 分解因式:  $2a^3 - 12a^2 + 18a$

| 得分 | 评卷人 |
|----|-----|
|    |     |

19. (本题满分 5 分)

解方程:  $x^2 - 3x + 2 = 0$

装

(装

订

线

内

不

订

要

答

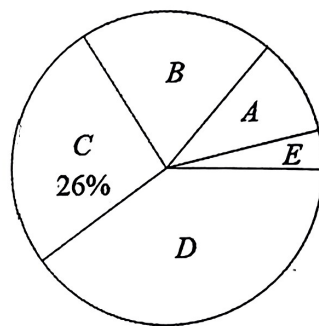
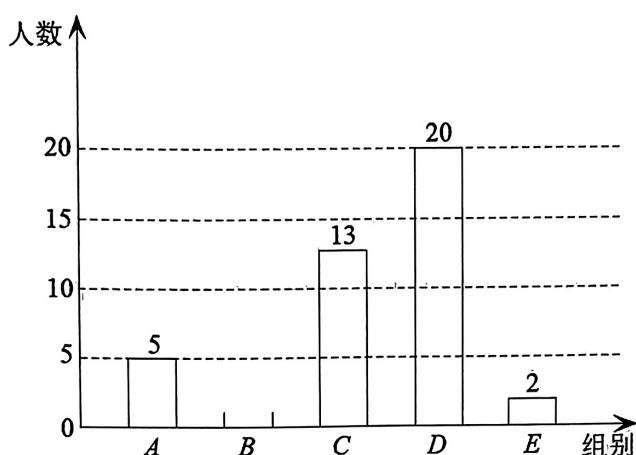
题)

线

| 得分 | 评卷人 |
|----|-----|
|    |     |

20. (本题满分 8 分)

为了解学生完成书面作业所用时间的情况，进一步优化作业管理，某中学从全校学生中随机抽取部分学生，对他们一周平均每天完成书面作业的时间  $t$  (单位：分钟) 进行调查。将调查数据进行整理后分为五组：A 组 “ $0 < t \leq 45$ ”；B 组 “ $45 < t \leq 60$ ”；C 组 “ $60 < t \leq 75$ ”；D 组 “ $75 < t \leq 90$ ”；E 组 “ $t > 90$ ”。现将调查结果绘制成如下两幅不完整的统计图。



根据以上信息，解答下列问题：

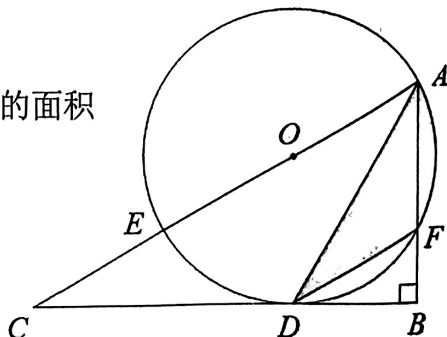
- (1) 这次调查的样本容量是 \_\_\_\_\_，请补全条形统计图；
- (2) 在扇形统计图中，A 组对应的圆心角的度数是 \_\_\_\_\_°，本次调查数据的中位数落在 \_\_\_\_\_ 组内；
- (3) 若该中学有 2000 名学生，请你估计该中学一周平均每天完成书面作业不超过 90 分钟的学生有多少人？

| 得分 | 评卷人 |
|----|-----|
|    |     |

21. (本题满分 10 分)

如图，在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle B = 90^\circ$ ，AD 平分  $\angle BAC$  交 BC 于点 D，点 E 是斜边 AC 上一点，以 AE 为直径的  $\odot O$  经过点 D，交 AB 于点 F，连接 DF。

- (1) 求证：BC 是  $\odot O$  的切线；
- (2) 若  $BD = 5$ ， $\tan \angle ADB = \sqrt{3}$ ，求图中阴影部分的面积 (结果保留  $\pi$ )。

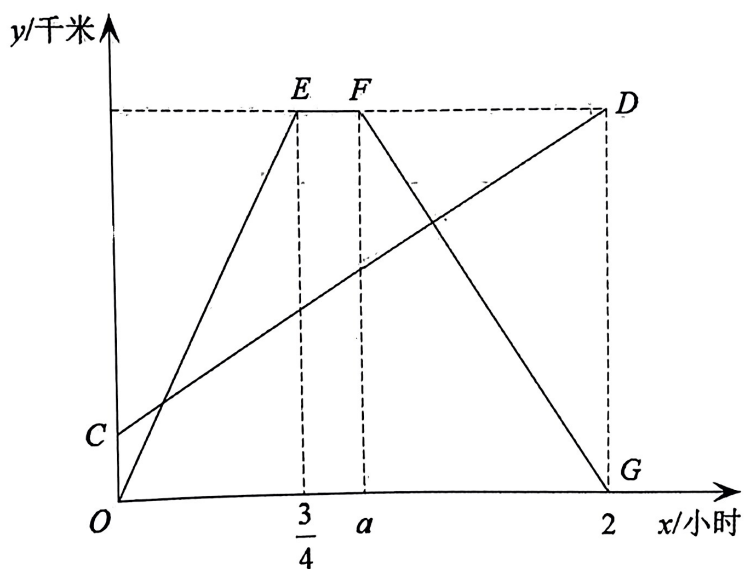


|    |     |
|----|-----|
| 得分 | 评卷人 |
|    |     |

22. (本题满分 10 分)

一辆巡逻车从  $A$  地出发沿一条笔直的公路匀速驶向  $B$  地,  $\frac{2}{5}$  小时后, 一辆货车从  $A$  地出发, 沿同一路线每小时行驶 80 千米匀速驶向  $B$  地, 货车到达  $B$  地填装货物耗时 15 分钟, 然后立即按原路匀速返回  $A$  地. 巡逻车、货车离  $A$  地的距离  $y$  (千米) 与货车出发时间  $x$  (小时) 之间的函数关系如图所示, 请结合图象解答下列问题:

- (1)  $A, B$  两地之间的距离是\_\_\_\_\_千米,  $a =$ \_\_\_\_\_;
- (2) 求线段  $FG$  所在直线的函数解析式;
- (3) 货车出发多少小时两车相距 15 千米? (直接写出答案即可)



|    |     |
|----|-----|
| 得分 | 评卷人 |
|    |     |

23. 综合与实践（本题满分 12 分）

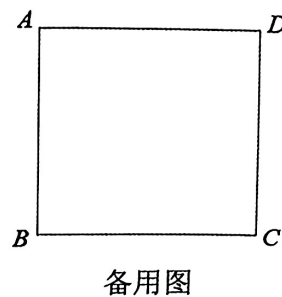
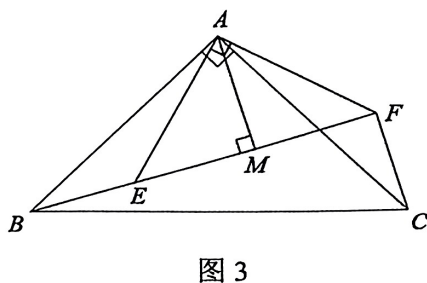
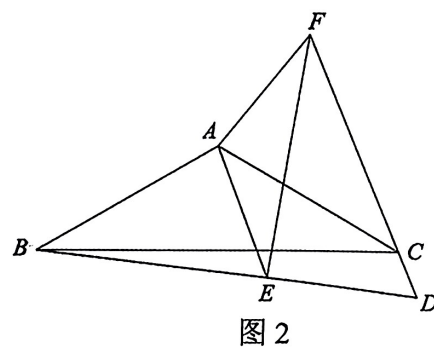
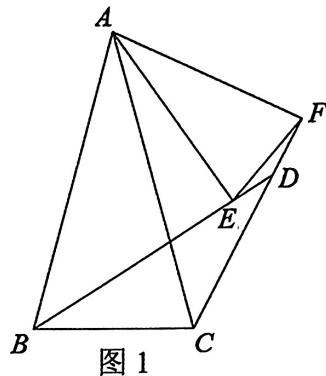
数学模型可以用来解决一类问题，是数学应用的基本途径. 通过探究图形的变化规律，再结合其他数学知识的内在联系，最终可以获得宝贵的数学经验，并将其运用到更广阔的数学天地.

(1) 发现问题: 如图 1, 在  $\triangle ABC$  和  $\triangle AEF$  中,  $AB=AC$ ,  $AE=AF$ ,  $\angle BAC=\angle EAF=30^\circ$ , 连接  $BE$ ,  $CF$ , 延长  $BE$  交  $CF$  于点  $D$ . 则  $BE$  与  $CF$  的数量关系: \_\_\_\_\_,  $\angle BDC=$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ ;

(2) 类比探究: 如图 2, 在  $\triangle ABC$  和  $\triangle AEF$  中,  $AB=AC$ ,  $AE=AF$ ,  $\angle BAC=\angle EAF=120^\circ$ , 连接  $BE$ ,  $CF$ , 延长  $BE$ ,  $FC$  交于点  $D$ . 请猜想  $BE$  与  $CF$  的数量关系及  $\angle BDC$  的度数, 并说明理由;

(3) 拓展延伸: 如图 3,  $\triangle ABC$  和  $\triangle AEF$  均为等腰直角三角形,  $\angle BAC=\angle EAF=90^\circ$ , 连接  $BE$ ,  $CF$ , 且点  $B$ ,  $E$ ,  $F$  在一条直线上, 过点  $A$  作  $AM \perp BF$ , 垂足为点  $M$ . 则  $BF$ ,  $CF$ ,  $AM$  之间的数量关系: \_\_\_\_\_;

(4) 实践应用: 正方形  $ABCD$  中,  $AB=2$ , 若平面内存在点  $P$  满足  $\angle BPD=90^\circ$ ,  $PD=1$ , 则  $S_{\triangle ABP} =$  \_\_\_\_\_.

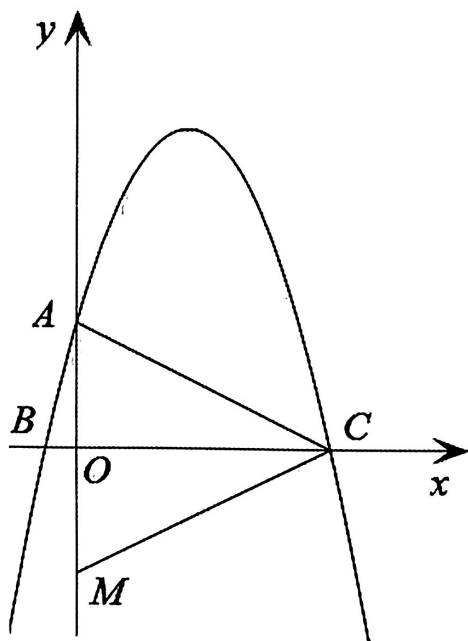
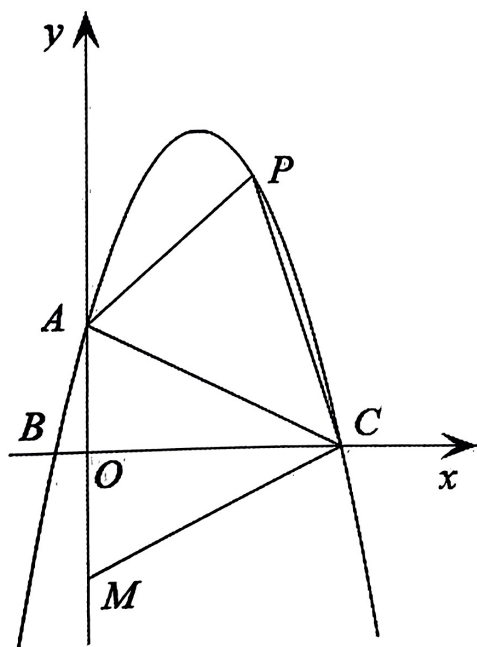


|     |     |
|-----|-----|
| 得 分 | 评卷人 |
|     |     |

24. 综合与探究 (本题满分 14 分)

如图, 抛物线  $y = -x^2 + bx + c$  上的点  $A, C$  坐标分别为  $(0, 2), (4, 0)$ , 抛物线与  $x$  轴负半轴交于点  $B$ , 点  $M$  为  $y$  轴负半轴上一点, 且  $OM = 2$ , 连接  $AC, CM$ .

- (1) 求点  $M$  的坐标及抛物线的解析式;
- (2) 点  $P$  是抛物线位于第一象限图象上的动点, 连接  $AP, CP$ , 当  $S_{\triangle PAC} = S_{\triangle ACM}$  时, 求点  $P$  的坐标;
- (3) 点  $D$  是线段  $BC$  (包含点  $B, C$ ) 上的动点, 过点  $D$  作  $x$  轴的垂线, 交抛物线于点  $Q$ , 交直线  $CM$  于点  $N$ , 若以点  $Q, N, C$  为顶点的三角形与  $\triangle COM$  相似, 请直接写出点  $Q$  的坐标;
- (4) 将抛物线沿  $x$  轴的负方向平移得到新抛物线, 点  $A$  的对应点为点  $A'$ , 点  $C$  的对应点为点  $C'$ , 在抛物线平移过程中, 当  $MA' + MC'$  的值最小时, 新抛物线的顶点坐标为 \_\_\_\_\_,  $MA' + MC'$  的最小值为 \_\_\_\_\_.



备用图

## 二〇二三年齐齐哈尔市初中学业考试

# 数学试题参考答案及评分说明

一、选择题（每小题只有一个正确答案，每小题 3 分，满分 30 分）

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| B | D | C | B | C | D | A | A | C | B  |

二、填空题（每小题 3 分，满分 21 分）

11.  $3.08 \times 10^8$

12.  $AD \parallel BC$  ( $AB=CD$  或  $OB=OD$  或  $\angle ADB=\angle CBD$  等) (只需写出一个条件即可, 正确即得分)

13.  $x > 1$  且  $x \neq 2$

14.  $6\pi$

15.  $-6$

16.  $\frac{15}{4}$  或  $\frac{3}{2}\sqrt{5}$  (只有一个答案且正确得 2 分, 出现错误答案不得分)

17.  $(4 - \frac{1}{2^{2021}}, \frac{1}{2^{2021}})$  (形式可以不同, 正确即得分.)

三、解答题（满分 69 分）

18. (本题共 2 个小题, 满分 10 分)

(1) (本题满分 6 分) 计算:  $|\sqrt{3}-1| - 4\sin 30^\circ + (\frac{1}{2})^{-1} + (4-\pi)^0$

解: 原式  $= \sqrt{3}-1-4 \times \frac{1}{2}+2+1$  ----- 每式正确得 1 分, 共 4 分

$$= \sqrt{3} \text{-----2 分}$$

(2) (本题满分 4 分) 分解因式:  $2a^3 - 12a^2 + 18a$

解: 原式  $= 2a(a^2 - 6a + 9)$  -----2 分

$$= 2a(a - 3)^2 \text{-----2 分}$$

19. (本题满分 5 分) 解方程:  $x^2 - 3x + 2 = 0$

解:  $(x - 1)(x - 2) = 0$  -----3 分

$$x_1 = 1, x_2 = 2 \text{-----2 分}$$

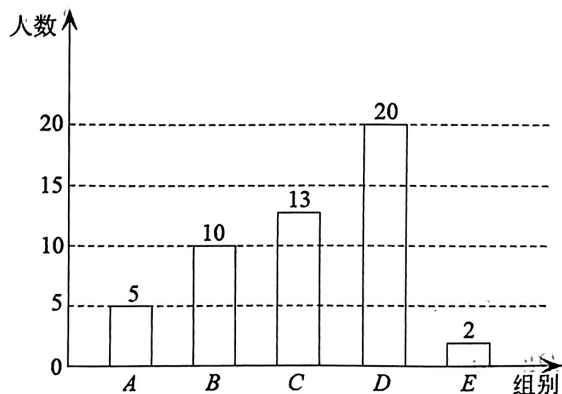
(各种方法均可, 若只解出一个正确答案得 2 分)

20. (本题满分 8 分)

(1) 50 -----1 分

(2) 如图所示 -----2 分

(说明: 画图正确得 1 分, 标记数字正确得 1 分)



(3) 36 -----1 分

C -----2 分

(4)  $2000 \times \frac{5+10+13+20}{50} = 1920$ (人) 或  $2000 \times \frac{50-2}{50} = 1920$ (人) -----1 分

答: 估计该中学一周平均每天完成书面作业不超过 90 分钟的学生有 1920 人.

-----1 分

21. (本题满分 10 分)

(1) 证明: 连接  $OD$  -----1 分

$\because OA, OD$  是  $\odot O$  的半径

$\therefore OA=OD$

$\therefore \angle OAD=\angle ODA$

$\because AD$  平分  $\angle BAC$

$\therefore \angle OAD=\angle BAD$

$\therefore \angle ODA=\angle BAD$

$\therefore OD \parallel AB$  -----2 分

$\therefore \angle ODC=\angle B=90^\circ$

$\therefore OD \perp BC$  于点  $D$

又  $\because OD$  为  $\odot O$  的半径

$\therefore BC$  是  $\odot O$  的切线 -----2 分

(2) 解: 连接  $OF, DE$  -----1 分

$\because$  在  $\text{Rt}\triangle ABD$  中,  $\angle B=90^\circ$ ,  $\tan \angle ADB=\sqrt{3}$

$\therefore \angle ADB=60^\circ$ ,  $\angle BAD=30^\circ$

$\because BD=5$

$\therefore AD=2BD=10$

$\because AE$  是  $\odot O$  的直径

$\therefore \angle ADE=90^\circ$

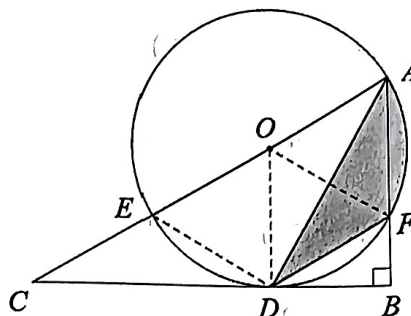
$\because AD$  平分  $\angle BAC$

$\therefore \angle DAE=\angle BAD=30^\circ$

在  $\text{Rt}\triangle ADE$  中,  $AD=10$

$\therefore AE=\frac{20\sqrt{3}}{3}$

$\therefore OA=\frac{1}{2}AE=\frac{10\sqrt{3}}{3}$  -----2 分



$\because AD$  平分  $\angle BAC$

$\therefore \angle BAC = 2\angle BAD = 60^\circ$

$\because OA = OF$

$\therefore \triangle AOF$  是等边三角形

$\therefore \angle AOF = 60^\circ$  -----1 分

$\because OD \parallel AB$

$\therefore S_{\triangle ADF} = S_{\triangle AOF}$

$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形} OAF}$

$$= \frac{60\pi \times \left(\frac{10\sqrt{3}}{3}\right)^2}{360}$$

$$= \frac{50\pi}{9}$$
 -----1 分

22. (本题满分 10 分)

(1) 60, 1 -----2 分

(2) 设线段  $FG$  所在直线的解析式为  $y = kx + b (k \neq 0)$  -----1 分

将  $F(1, 60)$ ,  $G(2, 0)$  -----2 分

代入  $y = kx + b$ , 得

$$\begin{cases} k + b = 60 \\ 2k + b = 0 \end{cases}$$
 -----1 分

$$\text{解得} \begin{cases} k = -60 \\ b = 120 \end{cases}$$

$\therefore$  线段  $FG$  所在直线的函数解析式为  $y = -60x + 120$  -----1 分

(3)  $\frac{5}{11}$  小时,  $\frac{19}{17}$  小时,  $\frac{25}{17}$  小时 -----3 分

(只要有 1 个正确答案得 1 分; 只要有 2 个正确答案得 2 分; 只有 3 个正确答案得 3 分;

除 3 个正确答案外，还有其它错误答案得 2 分)

23. 综合与实践 (本题满分 12 分)

(1)  $BE=CF$  , 30 -----2 分

(2) 答:  $BE=CF$  ,  $\angle BDC=60^\circ$  -----2 分

证明:  $\because \angle BAC=\angle EAF=120^\circ$

$\therefore \angle BAC-\angle EAC=\angle EAF-\angle EAC$ , 即  $\angle BAE=\angle CAF$

又  $\because AB=AC$ ,  $AE=AF$

$\therefore \triangle BAE \cong \triangle CAF$  -----1 分

$\therefore BE=CF$

$\angle AEB=\angle AFC$  -----1 分

$\because \angle EAF=120^\circ$  ,  $AE=AF$

$\therefore \angle AEF=\angle AFE=30^\circ$  -----1 分

$\therefore \angle BDC=\angle BEF-\angle EFD=\angle AEB+30^\circ-(\angle AFC-30^\circ)=60^\circ$  -----2 分

(3)  $BF=CF+2AM$  -----1 分

(4)  $\frac{7+\sqrt{7}}{4}$  或  $\frac{7-\sqrt{7}}{4}$  -----2 分

(只要有 1 个正确答案得 1 分; 只有 2 个正确答案得 2 分; 除 2 个正确答案外, 还有其它错误答案得 1 分)

24. 综合与探究 (本题满分 14 分)

(1) 解:  $\because$  点  $M$  在  $y$  轴负半轴且  $OM=2$

$\therefore M(0, -2)$  -----1 分

将  $A(0, 2)$  ,  $C(4, 0)$  代入  $y=-x^2+bx+c$  , 得

$$\begin{cases} c=2 \\ -16+4b+c=0 \end{cases} \text{ -----1 分}$$

$$\text{解得} \begin{cases} b=\frac{7}{2} \\ c=2 \end{cases} \text{ -----1 分}$$

∴ 抛物线的解析式为  $y = -x^2 + \frac{7}{2}x + 2$  -----1 分

(2) 解：过点  $P$  作  $PF \perp x$  轴于点  $F$ ，交线段  $AC$  于点  $E$ ， -----1 分

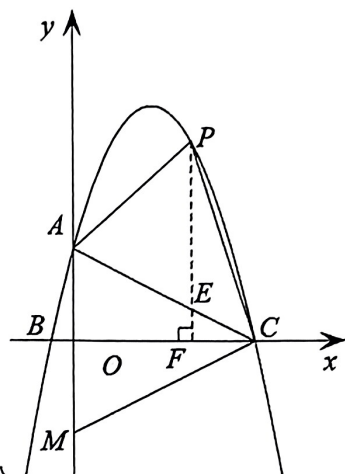
设直线  $AC$  的解析式为  $y = kx + m$  ( $k \neq 0$ )

将  $A(0, 2)$ ,  $C(4, 0)$  代入  $y = kx + m$ ，得

$$\begin{cases} m = 2 \\ 4k + m = 0 \end{cases}$$

解得  $\begin{cases} k = -\frac{1}{2} \\ m = 2 \end{cases}$

∴ 直线  $AC$  的解析式为  $y = -\frac{1}{2}x + 2$  -----1 分



设点  $P$  的横坐标为  $p$  ( $0 < p < 4$ ) -----1 分

则  $P(p, -p^2 + \frac{7}{2}p + 2)$ ,  $E(p, -\frac{1}{2}p + 2)$

∴  $PE = -p^2 + \frac{7}{2}p + 2 - (-\frac{1}{2}p + 2) = -p^2 + 4p$  ( $0 < p < 4$ ) -----1 分

∵  $S_{\triangle ACM} = 8$ , ∴  $S_{\triangle PAC} = \frac{1}{2}PE \cdot OC = -2p^2 + 8p = 8$ , 解得  $p = 2$  -----1 分

∴  $P(2, 5)$  -----1 分

(3)  $Q_1(\frac{3}{2}, 5)$ ,  $Q_2(-\frac{1}{2}, 0)$  -----2 分

(只要有 1 个正确答案得 1 分；只有 2 个正确答案得 2 分；除 2 个正确答案外，还有其它错误答案得 1 分)

(4)  $(-\frac{11}{12}, \frac{81}{16})$ ,  $2\sqrt{13}$  -----2 分

说明：以上各题，若用其它方法作答，只要正确，依据步骤可酌情给分。