

数学学科试卷

- 说明:** 1. 答题前, 请将姓名、准考证号和学校用黑色字迹的钢笔或签字笔填写在答题卡定的位置上, 并将条形码粘贴好。
2. 全卷共 6 页。考试时间 90 分钟, 满分 100 分。
3. 作答选择题 1—10, 选出每题答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目答案标号的信息点框涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案。作答非选择题 11—22, 用黑色字迹的钢笔或签字笔将答案(含作辅助线)写在答题卡指定区域内。写在本试卷或草稿纸上, 其答案一律无效。
4. 考试结束后, 请将答题卡交回。

第一部分 选择题

一、选择题(本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分, 每小题有四个选项, 其中只有一个正确的)

1. 如果 $+10^{\circ}\text{C}$ 表示零上 10 度, 则零下 8 度表示 【 】

A. $+8^{\circ}\text{C}$ B. -8°C C. $+10^{\circ}\text{C}$ D. -10°C

2. 下列图形中, 为轴对称的图形的是 【 】



3. 深中通道是世界级“桥、岛、隧、水下互通”跨海集群工程, 总计用了 320000 万吨钢材, 320000 这个数用科学记数法表示为 【 】

A. 0.32×10^6 B. 3.2×10^5 C. 3.2×10^9 D. 32×10^8

4. 下表为五种运动耗氧情况, 其中耗氧量的中位数是 【 】

打网球	跳绳	爬楼梯	慢跑	游泳
80 L/h	90 L/h	105 L/h	110 L/h	115 L/h

A. 80 L/h B. 107.5 L/h C. 105 L/h D. 110 L/h

5. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, $AB=4$, $BC=6$, 将线段 AB 水平向右平移 a 个单位长度得到线段 EF , 若四边形 $ECDF$ 为菱形时, 则 a 的值为 【 】

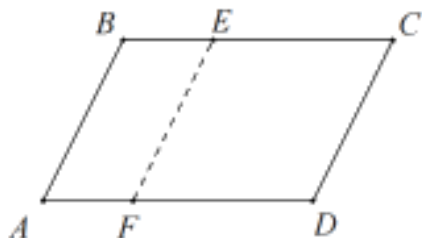
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

6. 下列运算正确的是 【 】

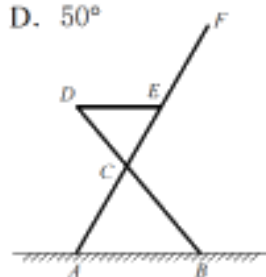
A. $a^3 \cdot a^2 = a^6$ B. $4ab - ab = 4$ C. $(a+1)^2 = a^2 + 1$ D. $(-a^3)^2 = a^6$

7. 如图为商场某品牌椅子的侧面图, $\angle DEF = 120^{\circ}$, DE 与地面平行, $\angle ABD = 50^{\circ}$, 则 $\angle ACB =$ 【 】

A. 70° B. 65° C. 60° D. 50°



第 6 题图



第 7 题图

8. 某运输公司运输一批货物, 已知大货车比小货车每辆多运输 5 吨货物, 且大货车运输 75 吨货物所用车辆数与小货车运输 50 吨货物所用车辆数相同, 设有大货车 x 辆, 则所列方程正确的是 【 】

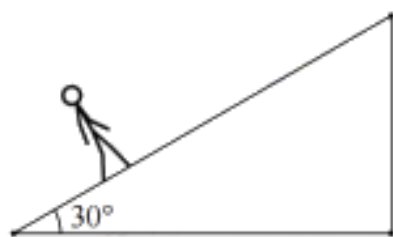
A. $\frac{75}{x-5} = \frac{50}{x}$ B. $\frac{75}{x} = \frac{50}{x-5}$ C. $\frac{75}{x+5} = \frac{50}{x}$ D. $\frac{75}{x} = \frac{50}{x+5}$

9. 爬坡时坡角与水平面夹角为 α ，则每爬 $1m$ 耗能 $(1.025 - \cos\alpha)$ J，若某人爬了 $1000m$ ，该坡角为 30° ，则他耗能（参考数据： $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{2} \approx 1.414$ ）【 】

A. 58J B. 159J C. 1025J D. 1732J

10. 如图 1，在 $Rt\triangle ABC$ 中，动点 P 从 A 点运动到 B 点再到 C 点后停止，速度为 2 单位/s，其中 BP 长与运动时间 t （单位：s）的关系如图 2，则 AC 的长为【 】

A. $\frac{15\sqrt{5}}{2}$ B. $\sqrt{427}$ C. $5\sqrt{3}$ D. 17



第 9 题图

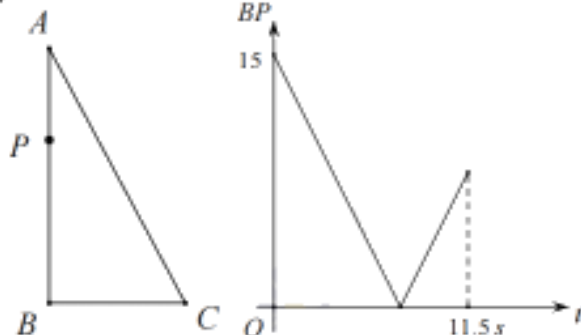


图 1 图 2

第二部分 非选择题

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

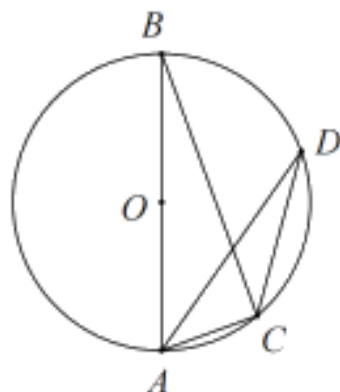
11. 小明从《红星照耀中国》，《红岩》，《长征》，《钢铁是怎样炼成的》四本书中随机挑选一本，其中拿到《红星照耀中国》这本书的概率为 ▲。

12. 已知实数 a, b ，满足 $a+b=6$ ， $ab=7$ ，则 a^2b+ab^2 的值为 ▲。

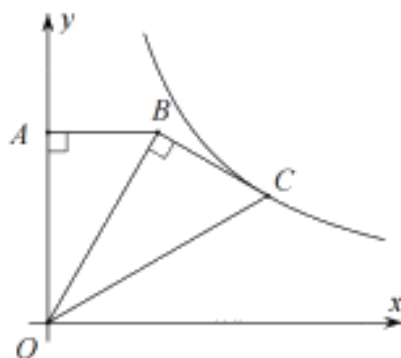
13. 如图，在 $\odot O$ 中， AB 为直径， C 为圆上一点， $\angle BAC$ 的角平分线与 $\odot O$ 交于点 D ，若 $\angle ADC=20^\circ$ ，则 $\angle BAD=$ ▲ $^\circ$ 。

14. 如图， $Rt\triangle OAB$ 与 $Rt\triangle OBC$ 位于平面直角坐标系中， $\angle AOB = \angle BOC = 30^\circ$ ， $BA \perp OA$ ， $CB \perp OB$ ，若 $AB = \sqrt{3}$ ，反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 恰好经过点 C ，则 $k =$ ▲。

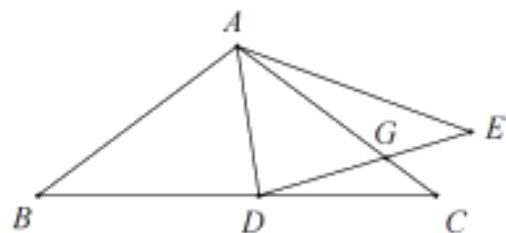
15. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $\tan B = \frac{3}{4}$ ，点 D 为 BC 上一动点，连接 AD ，将 $\triangle ABD$ 沿 AD 翻折得到 $\triangle ADE$ ， DE 交 AC 于点 G ， $GE < DG$ ，且 $AG:CG = 3:1$ ，则 $\frac{S_{\triangle AGE}}{S_{\triangle ADG}} =$ ▲。



13 题图



14 题图



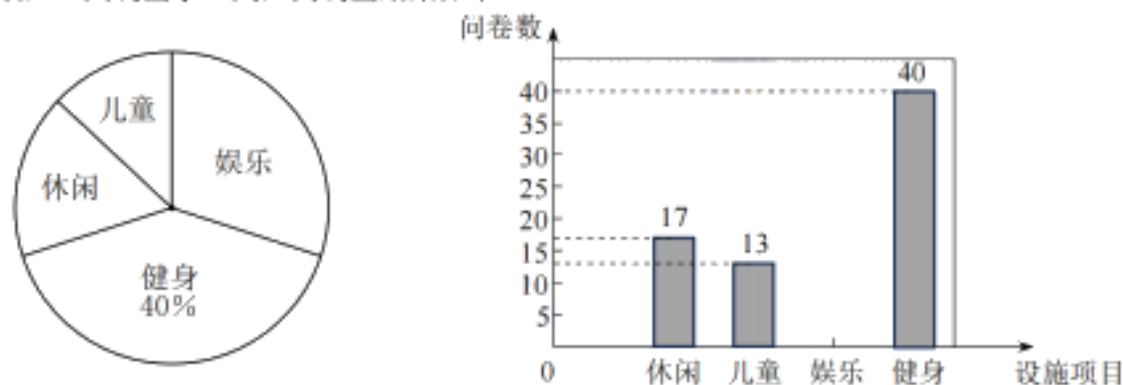
15 题图

三、解答题（本题共 7 小题，其中第 16 题 5 分，第 17 题 7 分，第 18 题 8 分，第 19 题 8 分，第 20 题 8 分，第 21 题 9 分，第 22 题 10 分，共 55 分）

16. 计算： $(1+\pi)^0+2-|-3|+2\sin 45^\circ$.

17. 先化简，再求值： $(\frac{1}{x-1}+1) \div \frac{x^2-1}{x^2-2x+1}$ ，其中 $x=3$.

18. 为了提高某城区居民的生活质量，政府将改造城区配套设施，并随机向某居民小区发放调查问卷（1 人只能投 1 票），共有**休闲设施**，**儿童设施**，**娱乐设施**，**健身设施** 4 种选项，一共调查了 a 人，其调查结果如下：



如图，为根据调查结果绘制的扇形统计图（左上）和条形统计图（右上），请根据统计图回答下面的问题：

- ①调查总人数 $a = \underline{\quad\blacktriangle\quad}$ 人；
- ②请补充条形统计图；
- ③若该城区共有 10 万居民，则其中愿意改造“**娱乐设施**”的约有多少人？
- ④改造完成后，该政府部门向甲、乙两小区下发满意度调查问卷，其结果（分数）如下：

项目 小区	休闲	儿童	娱乐	健身
甲	7	7	9	8
乙	8	8	7	9

若以 1: 1: 1: 1 进行考核， $\underline{\quad\blacktriangle\quad}$ 小区满意度（分数）更高；

若以 1: 1: 2: 1 进行考核， $\underline{\quad\blacktriangle\quad}$ 小区满意度（分数）更高.

19. 某商场在世博会上购置 A , B 两种玩具, 其中 B 玩具的单价比 A 玩具的单价贵 25 元, 且购置 2 个 B 玩具与 1 个 A 玩具共花费 200 元.

(1) 求 A , B 玩具的单价;

(2) 若该商场要求购置 B 玩具的数量是 A 玩具数量的 2 倍, 且购置玩具的总额不高于 20000 元, 则该商场最多可以购置多少个 A 玩具?

20. 如图, 在单位长度为 1 的网格中, 点 O , A , B 均在格点上, $OA=3$, $AB=2$, 以 O 为圆心, OA 为半径画圆, 请按下列步骤完成作图, 并回答问题:

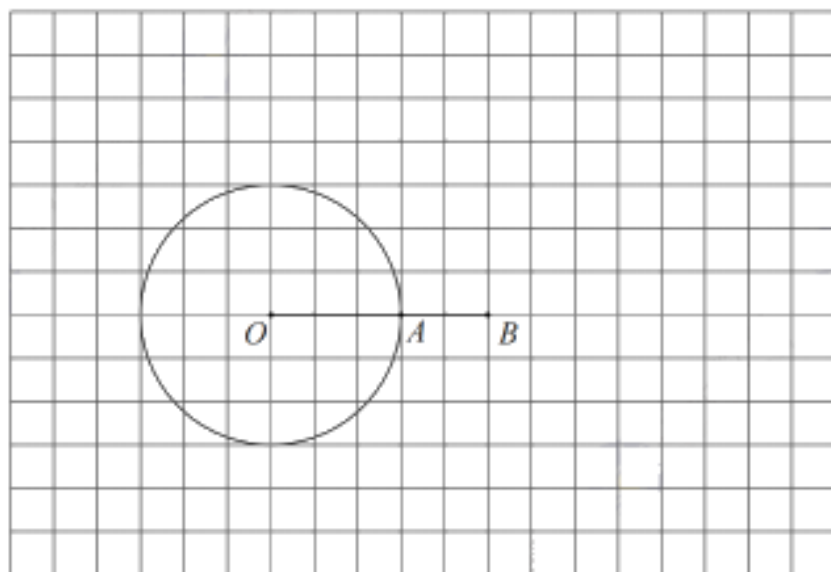
①过点 A 作切线 AC , 且 $AC=4$ (点 C 在 A 的上方);

②连接 OC , 交 $\odot O$ 于点 D ;

③连接 BD , 与 AC 交于点 E .

(1) 求证: DB 为 $\odot O$ 的切线;

(2) 求 AE 的长度.

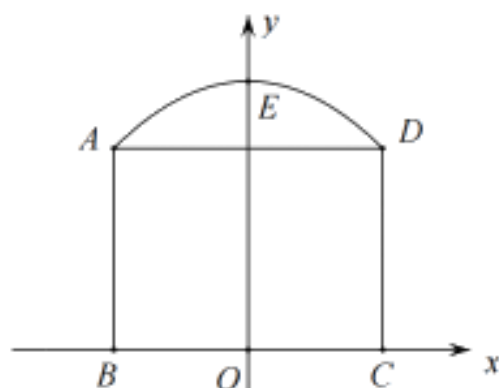


21. 蔬菜大棚是一种具有出色的保温性能的框架覆膜结构，它出现使得人们可以吃到反季节蔬菜。一般蔬菜大棚使用竹结构或者钢结构的骨架，上面覆上一层或多层保温塑料膜，这样就形成了一个温室空间。

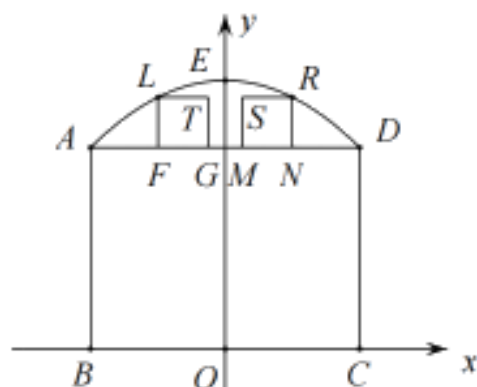
如图，某个温室大棚的横截面可以看作矩形 $ABCD$ 和抛物线 AED 构成，其中 $AB=3m$ ， $BC=4m$ ，取 BC 中点 O ，过点 O 作线段 BC 的垂直平分线 OE 交抛物线 AED 于点 E ，若以 O 点为原点， BC 所在直线为 x 轴， OE 为 y 轴建立如图所示平面直角坐标系。

请回答下列问题：

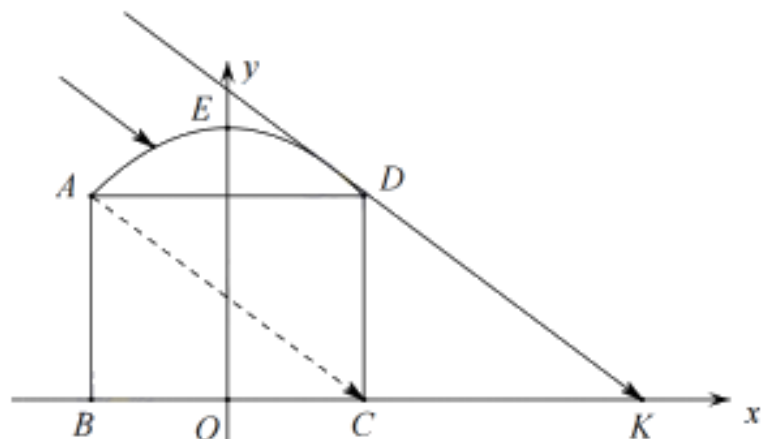
- (1) 如图，抛物线 AED 的顶点 $E(0, 4)$ ，求抛物线的解析式；



- (2) 如图，为了保证蔬菜大棚的通风性，该大棚要安装两个正方形孔的排气装置 $LFGT$ ， $SMNR$ ，若 $FL=NR=0.75m$ ，求两个正方形装置的间距 GM 的长；



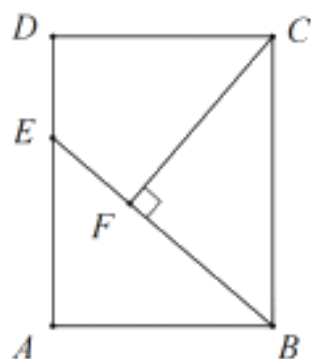
- (3) 如图，在某一时刻，太阳光线透过 A 点恰好照射到 C 点，此时大棚截面的阴影为 CK ，求 CK 的长。



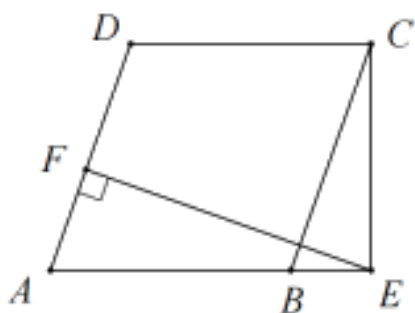
22. (1) 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, E 为 AD 边上一点, 连接 BE ,

①若 $BE=BC$, 过 C 作 $CF \perp BE$ 交 BE 于点 F , 求证: $\triangle ABE \cong \triangle FCB$;

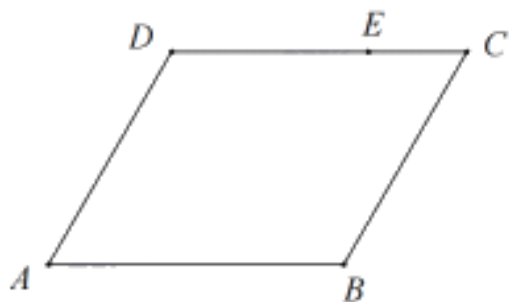
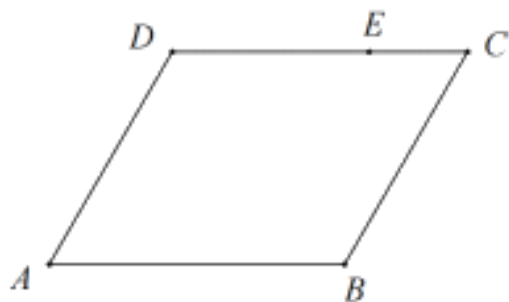
②若 $S_{\text{矩形}ABCD} = 20$ 时, 则 $BE \cdot CF = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$.



(2) 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $\cos A = \frac{1}{3}$, 过 C 作 $CE \perp AB$ 交 AB 的延长线于点 E , 过 E 作 $EF \perp AD$ 交 AD 于点 F , 若 $S_{\text{菱形}ABCD} = 24$ 时, 求 $EF \cdot BC$ 的值.



(3) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, $\angle A = 60^\circ$, $AB = 6$, $AD = 5$, 点 E 在 CD 上, 且 $CE = 2$, 点 F 为 BC 上一点, 连接 EF , 过 E 作 $EG \perp EF$ 交平行四边形 $ABCD$ 的边于点 G , 若 $EF \cdot EG = 7\sqrt{3}$ 时, 请直接写出 AG 的长.



备用图

一、选择题答案

题号	1	2	3	4	5
答案	B	D	B	C	B
题号	6	7	8	9	10
答案	D	A	B	B	D

10 题解析：解：由图象得 $AB = 15$

$$AB + BC = 2t = 2 \times 11.5 = 23,$$

$$BC = 23 - 15 = 8,$$

则由勾股数得 $AC = 17$,

故选 D.

二、填空题答案

题号	11	12	13	14	15
答案	$\frac{1}{4}$	42	35	$4\sqrt{3}$	$\frac{49}{75}$

15 题解析：

法 1（解三角形+相似）

过点 A 作 $AM \perp DE$ 于点 M，

不妨设 $AB = AC = AE = 20$ ，则 $AF = 15$ ， $CF = 5$ ，

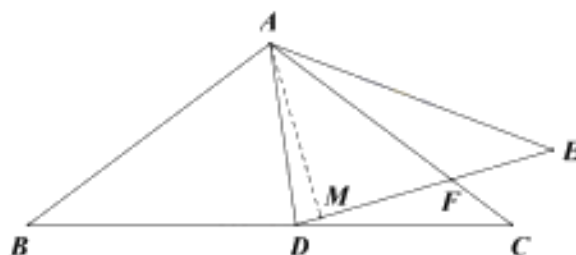
$$\therefore AM = AE \sin \angle E = 12, \quad EM = AE \cos \angle E = 16,$$

$$\therefore FM = 9, \quad EF = 7,$$

$$\because \triangle AEF \sim \triangle DCF,$$

$$\therefore DF = \frac{AF \cdot CF}{EF} = \frac{75}{7},$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ADF}} = \frac{EF}{DF} = \frac{49}{75}.$$



法 2（相似）

不妨设 $AB = AC = AE = 20$ ，则 $AF = 15$ ， $CF = 5$ ， $BC = 32$ ，

$$\because \triangle AEF \sim \triangle DCF,$$

$$\therefore \text{设 } \frac{AE}{CD} = \frac{AF}{DF} = \frac{EF}{CF} = k,$$

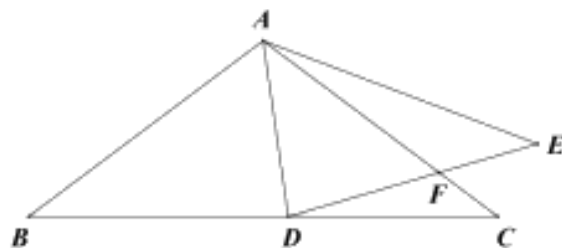
$$\therefore CD = \frac{20}{k}, \quad DF = \frac{15}{k}, \quad EF = 5k,$$

$$\because BC = CD + DE,$$

$$\therefore 32 = 5k + \frac{15}{k} + \frac{20}{k}, \quad \text{解得 } k_1 = \frac{7}{5}, \quad k_2 = 5,$$

当 $k = 5$ 时, $DF = 3 < EF = 25$, 舍去,

$$\therefore \frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ADF}} = \frac{EF}{DF} = \frac{k^2}{3} = \frac{49}{75}.$$



法 3 (勾股定理+相似)

解: 为方便计算, 我们不妨设 $\triangle ABC$ 三边长分别为 5、5、8

在 $\triangle ANF$ 中, $AF = 5$, $AN = 3$, $FN = 4$,

$$AE = \frac{3}{4}AC = \frac{15}{4}, \quad CE = \frac{1}{4}AC = \frac{5}{4},$$

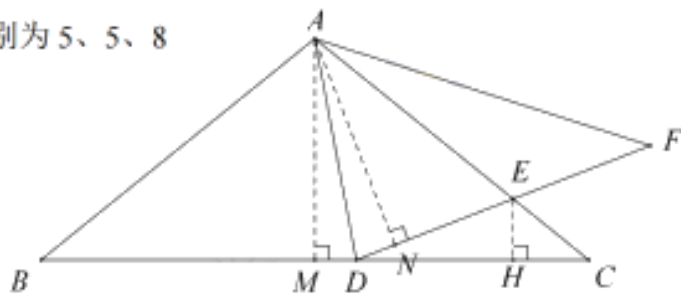
由勾股定理可知: $NE = \frac{9}{4}$, $FE = \frac{7}{4}$

设 $ND = x$, 则: $DM = x$, $DH = MC - MD - CH = 4 - 1 - x = 3 - x$

在 $Rt\triangle DHE$ 中, 由勾股定理得: $DE^2 = DH^2 + EH^2$, 即: $\left(\frac{9}{4} + x\right)^2 = (3 - x)^2 + \left(\frac{3}{4}\right)^2$

$$\text{解得: } x = \frac{3}{7}, \quad DE = \frac{75}{28}$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ADF}} = \frac{EF}{DE} = \frac{49}{75}$$



法 4 (共圆+相交弦定理)

以 A 为圆心, AB 为半径作 $\odot A$, 点 C 、 E 在圆上,

CA 、 ED 的延长线交 $\odot A$ 于 P 、 Q 两点,

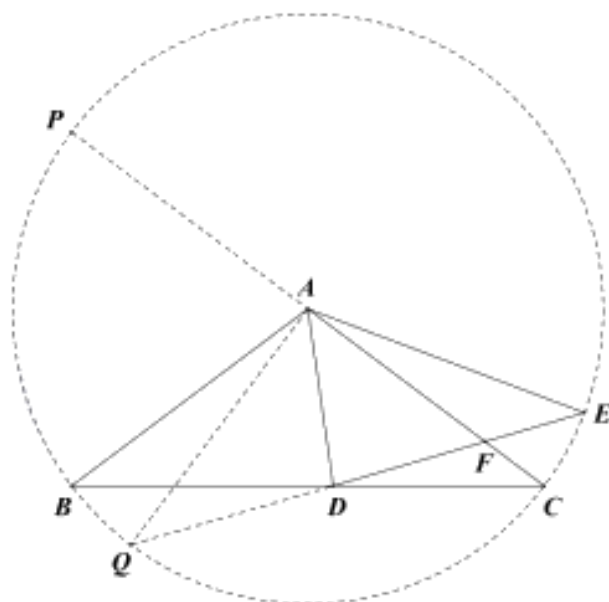
不妨设 $AB = 20$, 则 $AF = 15$, $CF = 5$,

易证 $\triangle ABC \cong \triangle AEQ$,

设 $EF = x$, 则 $FQ = 32 - x$,

根据相交弦定理, $CF \cdot FP = EF \cdot FQ$,

$$\therefore 5 \times 35 = x(32 - x),$$



解得 $x_1 = 7$, $x_2 = 25$ (舍去),

$$\therefore \triangle AEF \sim \triangle DCF,$$

$$\therefore DF = \frac{AF \cdot CF}{EF} = \frac{75}{7},$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ADE}} = \frac{EF}{DE} = \frac{49}{75}.$$

法 5 (半角模型, 非通法)

分别过点 A 、 F 作 BC 的垂线, 垂足为 G 、 M ,

过点 A 作 $AN \perp FM$ 于点 N .

过点 A 作 $AH \perp DE$ 于点 H ，

不妨设 $FM = 1$, 则 $CM = \frac{4}{3}$,

$$\because \triangle CFM \sim \triangle CAG, \quad AF = 3CF,$$

$$\therefore AG = 4, \quad FN = 3,$$

$$\therefore \tan \angle CAN = \tan \angle C = \frac{3}{4},$$

$$\therefore AN = 4.$$

\therefore 四边形 $AGMN$ 是正方形.

$$\therefore \triangle ADG \cong \triangle ADH,$$

$$\therefore \triangle AFH \cong \triangle AFN,$$

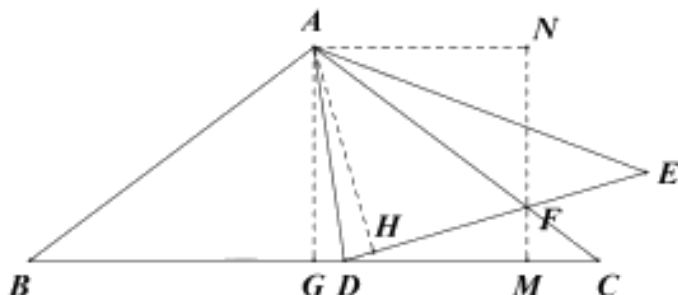
设 $DG = DH = x$, 则 $DM = 4 - x$,

在 $\text{Rt}\triangle DFM$ 中, $1^2 + (4-x)^2 = (3+x)^2$, 解得 $x = \frac{4}{7}$,

$$\therefore DF = \frac{25}{7},$$

$$\therefore EF = DE - DF = BG - FH = \frac{16}{3} - 3 = \frac{7}{3},$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ADE}} = \frac{EF}{DE} = \frac{49}{75}.$$



法 6 (45°, 非通法)

在线段 BD 上取一点 G ，使得 $DG = DF$ ，

$$\therefore \triangle ADG \cong \triangle ADF,$$

不妨设 $AF = AG = 3$ ，则 $AC = 4$ ， $BC = \frac{32}{5}$ ，

$$\therefore \tan \angle C = \frac{3}{4} = \frac{AG}{AC},$$

$\therefore \angle CAG = 90^\circ$ ，（非严谨，严谨证明如下）

过点 A 作 $AH \perp BC$ 于点 H ，

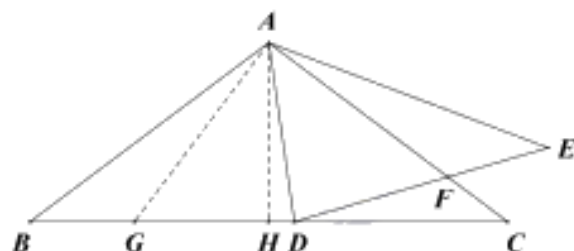
$$\therefore AH = AC \sin \angle C = \frac{12}{5}, \quad CH = AC \cos \angle C = \frac{16}{5},$$

$$\therefore HG = \frac{9}{5},$$

$$\therefore \frac{AH}{CH} = \frac{GH}{AH},$$

$$\therefore \triangle AHG \sim \triangle CHA,$$

$$\therefore \angle CAG = 90^\circ,$$



$$\therefore CG = 5,$$

$$\text{根据角平分线定理, } DG = DF = \frac{15}{7}, \quad DC = \frac{20}{7},$$

$$\therefore EF = BC - CG = \frac{7}{5},$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ADF}} = \frac{EF}{DF} = \frac{49}{75}.$$

三、解答题答案

16. 解：原式 $= 1 + 2 - 3 + 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$

17. 解：原式 $= \left(\frac{1}{x-1} + \frac{x-1}{x-1} \right) \cdot \frac{(x-1)^2}{(x+1)(x-1)} = \frac{x}{x-1} \cdot \frac{(x-1)^2}{(x+1)(x-1)} = \frac{x}{x+1}$

将 $x = 3$ 代入可得原式 $= \frac{3}{3+1} = \frac{3}{4}$

18. 解：（1）100

（2）补图略，娱乐 30 人

（3）30000

（4）乙、甲

19. 解: (1) 设 A 单价为 x 元, 则 B 单价为 $(x+25)$ 元

$$\text{依题意得: } 2(x+25) + x = 200$$

$$\text{解得: } x = 50$$

答: A 单价为 50 元, 则 B 单价为 75 元

(2) 设 A 要 a 个, 则 B 为 $2a$ 个

$$\text{依题意得: } 75 \times 2a + 50a \leq 20000$$

$$\text{解得: } a \leq 100$$

答: A 最多可以购置 100 个

20. 解: (1) 如图,

$\because AC$ 是圆 O 的切线

$$\therefore AC \perp AO$$

在 $\text{Rt}\triangle AOC$ 中

$$OC = \sqrt{AC^2 + AO^2} = 5$$

在 $\triangle AOC$ 和 $\triangle DOB$ 中,

$$\begin{cases} OC = OB \\ \angle COA = \angle BOD \\ OA = OD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AOC \cong \triangle DOB$$

$$\therefore \angle OAC = \angle ODB = 90^\circ$$

$\therefore DB$ 是圆 O 的切线

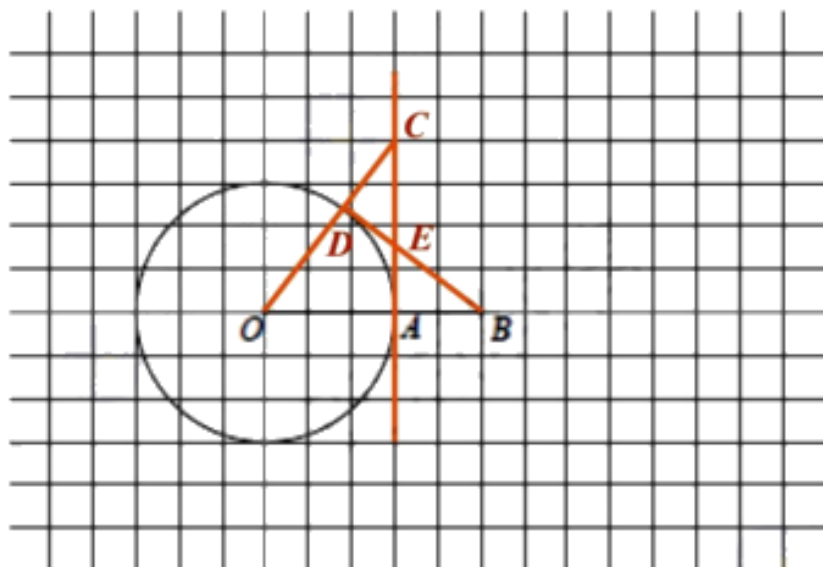
(2) 在 $\triangle AEB$ 和 $\triangle DOB$ 中,

$$\begin{cases} \angle B = \angle B \\ \angle BAE = \angle BDO \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AEB \cong \triangle DOB$$

$$\therefore \frac{AB}{DB} = \frac{AE}{OD}$$

$$\therefore AE = \frac{AB \cdot OD}{DB} = \frac{3}{2}$$



21. 解: (1) 设 $y = ax^2 + 4$

将点 $(0, 4)$ 代入上式, 解得 $a = -\frac{1}{4}$

解得: $y = -\frac{1}{4}x^2 + 4$

(2) 依题意, R 的纵坐标为 $\frac{15}{4}$

将它代入抛物线表达式, 可得: $\frac{15}{4} = -\frac{1}{4}x^2 + 4$

解得: $x_1 = 1, x_2 = -1$ (舍)

$\therefore R$ 的横坐标为 1

$\therefore M$ 的横坐标为 $1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$

$\therefore GM = \frac{1}{2}$

(3) 设直线 DK 的直线表达式为 $y = -\frac{3}{4}x + b$

$$\text{联立方程可得: } \begin{cases} y = -\frac{3}{4}x + b \\ y = -\frac{1}{4}x^2 + 4 \end{cases}$$

整理得: $x^2 - 3x + 4(b - 4) = 0$

依题意, 直线 DK 应该与抛物线相切, 即直线 DK 与抛物线只有一个交点

$\therefore \Delta = 9 - 16(b - 4) = 0$

解得: $b = \frac{73}{16}$

$\therefore CK = \frac{4}{3}OE - 2 = \frac{49}{12}$

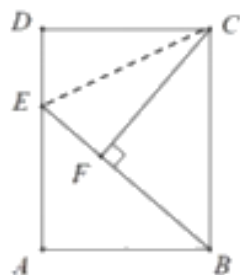
22 解: (1) ①证明:

$\because \angle EBC + \angle ABE = 90^\circ, \angle AEB + \angle ABE = 90^\circ$

$\therefore \angle EBC = \angle AEB$

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle FCB$ 中 $\begin{cases} \angle EBC = \angle AEB \\ \angle A = \angle CFB \\ BE = BC \end{cases}$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle FCB$



②连接 EC_1

$$\because S_{\triangle BEC} = \frac{1}{2} BE \cdot EF = \frac{1}{2} S_{\text{菱形}ABCD} = 10$$

$$\therefore BE \cdot EF = 20$$

(2) 连接 BE 和 CF ,

$$\text{则 } S_{\text{四边形}FCEB} = \frac{1}{2} EF \cdot BC = S_{\triangle FBC} + S_{\triangle BEC} \quad ①$$

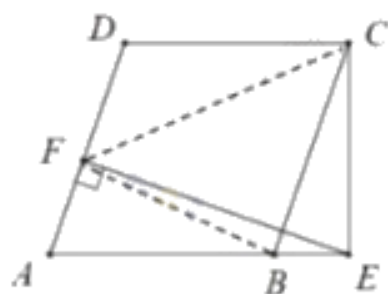
$$\because \text{菱形 } ABCD \text{ 中, } AB = BC, \cos A = \frac{1}{3}, CE \perp BE,$$

$$\therefore BE = \frac{1}{3} BC = \frac{1}{3} AB$$

$$\therefore S_{\triangle BEC} = \frac{1}{6} S_{\text{菱形}ABCD} \quad ②$$

$$\text{又 } S_{\triangle BFC} = \frac{1}{2} S_{\text{菱形}ABCD}, S_{\text{菱形}ABCD} = 24 \quad ③$$

将③②代入①, 即可求得 $EF \cdot BC = 32$



(3)

方法一: 化积为似

1、当点 G 在边 AD 上时, 如图, 过点 E 作 $EM \parallel CD$ 交 AD 于点 H , 过点 F 做 $FI \perp EM$ 于点 M , 过点 E 作 $EP \perp CD$ 于点 P .

根据“三垂直模型”: $\triangle EFI \sim \triangle MEG$

$$\therefore EF : EM = FI : EG,$$

$$\therefore EF \cdot EG = FI \cdot EM = 7\sqrt{3};$$

$$\because CE = 2, \angle C = \angle A = 60^\circ,$$

$$\therefore EP = \sqrt{3}; \text{ 易知 } EPFI \text{ 为矩形,}$$

$$\therefore FI = \sqrt{3}, \therefore EM = 7;$$

$$\because CE \parallel HD, EH \parallel CD,$$

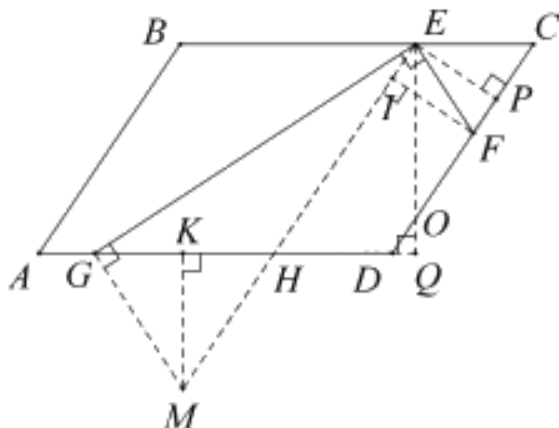
$$\therefore CEHD \text{ 为平行四边形,}$$

$$\therefore EH = CD = 5, HM = 2, HD = CE = 2;$$

过点 M 作 $MK \perp AD$ 于点 K , 过点 E 作 $EQ \perp AD$ 交 AD 延长线于点 Q , 交 CD 于点 O , 则 $CO = 4, DO = 1, DQ = 0.5$;

$$\because \angle MHK = 60^\circ,$$

$$\therefore KH = 1, KD = 3, AK = 3, KQ = 3.5;$$



$$\therefore |4m+2n|=7 \quad \because m < 2, n < -4$$

$$\therefore 4m+2n < 4 \times 2 + 2 \times (-4) = 0 \quad \therefore 4m+2n = -7$$

$$\text{又} \because k_{EG} \cdot k_{EF} = -1, \text{ 整理得 } 4mn - 6n + 12m - 24 = 0$$

$$\text{由} \begin{cases} 4m+2n = -7 \\ 4mn - 6n + 12m - 24 = 0 \end{cases} \quad \text{解得 } n_1 = -\frac{9}{2}, \quad n_2 = -5$$

$$\because \angle GAB = 60^\circ \quad \therefore AG = 2(x_G - x_A) = 2\left(n + \frac{13}{2}\right) = 2n + 13$$

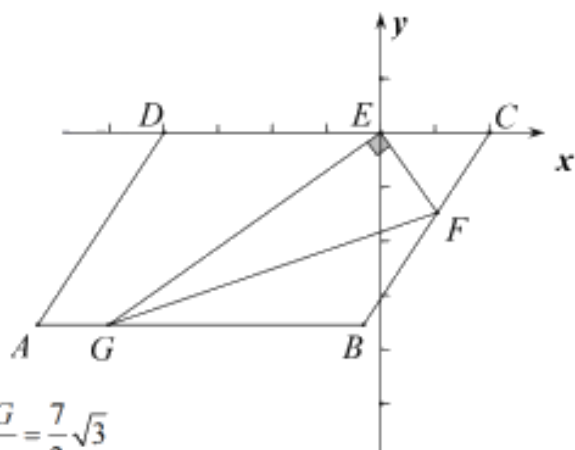
$$\text{将 } n_1 = -\frac{9}{2}, n_2 = -5 \text{ 代入得: } AG = 4 \text{ 或 } 3$$

II、当 EG 交于 AD 时，如下图，

$$\text{由已知可知: } C(2, 0) \quad D(-4, 0),$$

$$CB: y = \sqrt{3}x - 2\sqrt{3}, \quad DA: y = \sqrt{3}x + 4\sqrt{3}$$

$$\text{设 } F\left(m, \sqrt{3}m - 2\sqrt{3}\right), \quad G\left(n, -\frac{5\sqrt{3}}{2}\right)$$



$$\therefore S_{\triangle FEG} = \frac{1}{2} |x_F y_G - y_F x_G| = \frac{1}{2} \left| \sqrt{3}mn + \frac{5\sqrt{3}}{2}m - 2\sqrt{3}n \right| = \frac{EF \cdot EG}{2} = \frac{7}{2} \sqrt{3}$$

$$\therefore \left| mn - 2n + \frac{5}{2}m \right| = 7 \quad \text{易知: } 0 < m < 2, \quad n < 0$$

$$\therefore mn - 2n > 0, \quad \frac{5}{2}m > 0 \text{ 即: } mn - 2n + \frac{5}{2}m > 0$$

$$\therefore mn - 2n + \frac{5}{2}m = 7$$

$$\text{又} \because k_{EG} \cdot k_{EF} = -1, \text{ 整理得 } mn = \frac{15}{2}m - 15$$

$$\text{由} \begin{cases} mn - 2n + \frac{5}{2}m = 7 \\ mn = \frac{15}{2}m - 15 \end{cases} \quad \text{解得 } m_1 = \frac{6}{5}, \quad m_2 = \frac{5}{2} \text{ (舍)}$$

$$\therefore n = 5m - 11 = -5$$

$$\text{可知: } AG = x_G - x_A = n + \frac{13}{2} = \frac{3}{2}$$

综上所述，答案为 3、4 或 $\frac{3}{2}$

方法四：三垂直（注：与建系法同理）

1、若点 G 在线段 AD 上, 如图,

设 $CF = 2a$, $DG = 2b$,

$$\therefore S_{\triangle EFG} = S_{\text{四边形FGST}} - S_{\triangle EGS} - S_{\triangle EFT} = \frac{1}{2} EF \cdot EG,$$

$$\therefore \frac{\sqrt{3}}{2}(a+b)(6-a+b) - \frac{\sqrt{3}}{2}b(b+4) - \frac{\sqrt{3}}{2}a(2-a) = \frac{1}{2} \times 7\sqrt{3},$$

整理, 得 $4a + 2b = 7$ ①,

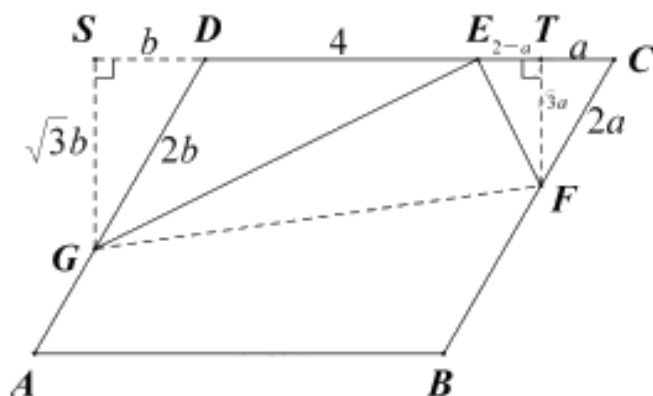
$$\therefore \Delta GSE \approx \Delta ETF,$$

$$\therefore GS \cdot FT = ES \cdot ET.$$

$$\therefore \sqrt{3}a \cdot \sqrt{3}b = (2-a)(4+b) \text{ ②},$$

联立①②, 解得 $b_1 = \frac{1}{2}$, $b_2 = 1$,

$$\therefore AG = 5 - 2b = 4 \text{ 或 } 3.$$



II、若点 G 在线段 AB 上, 如图,

设 $CF = 2a$, $AG = DN = b$,

$$\therefore S_{\triangle EFG} = S_{\text{四边形}FGST} - S_{\triangle EGS} - S_{\triangle EFT} = \frac{1}{2}EF \cdot EG,$$

$$\therefore \frac{\sqrt{3}}{2} \left(a + \frac{5}{2} \right) \left(\frac{5}{2} - b + 4 + 2 - a \right) - \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{2} \sqrt{3} \left(\frac{5}{2} - b + 4 \right) - \frac{\sqrt{3}}{2} a(2 - a) = \frac{1}{2} \times 7\sqrt{3},$$

整理, 得 $4a - ab = 2$ ①,

$$\therefore \Delta GSE \approx \Delta ETF,$$

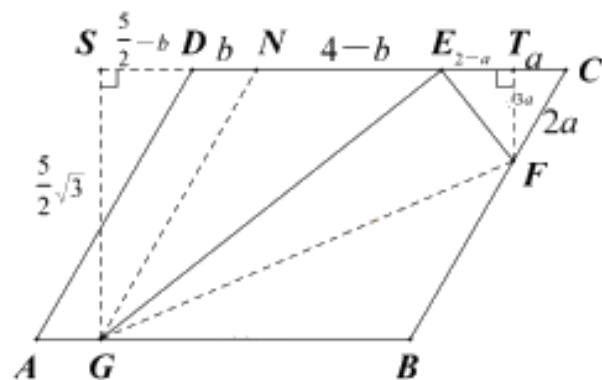
$$\therefore GS \cdot FT = ES \cdot ET,$$

$$\therefore \frac{5}{2}\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}a = (2-a)\left(\frac{5}{2}-b+4\right),$$

整理, 得 $14a + 2b - ab - 13 = 0$ ②,

联立①②, 解得 $a_1 = -\frac{1}{2}$ (舍去), $a_2 = \frac{4}{5}$,

$$\therefore AG = b = \frac{3}{2}.$$



方法五：面积法，水平宽铅垂高

1、若点 G 在线段 AD 上, 如图,

$$\therefore S_{\triangle EFG} = \frac{1}{2} EF \cdot EG = \frac{1}{2} EH (GM + FN),$$

$$\therefore EH = \frac{7\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} = \frac{7}{3},$$

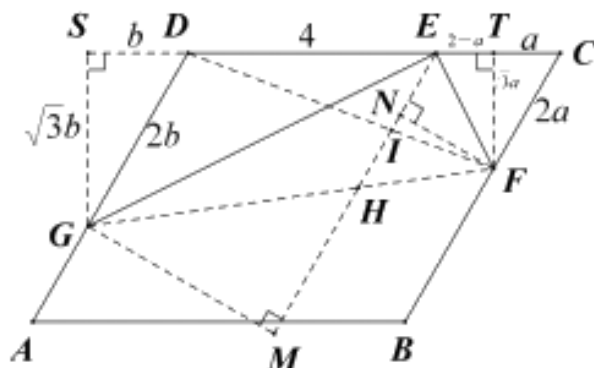
设 $CF = 2a$, $DG = 2b$,

$$\therefore EH = EI + HI = \frac{2}{3}CF + \frac{1}{3}DG, \quad \triangle GSE \sim \triangle ETF,$$

$$\therefore \begin{cases} \frac{2}{3} \cdot 2a + \frac{1}{3} \cdot 2b = \frac{7}{3} \\ \sqrt{3}a \cdot \sqrt{3}b = (2-a)(4+b) \end{cases},$$

解得 $b_1 = \frac{1}{2}$, $b_2 = 1$,

$$\therefore AG = 5 - 2b = 4 \text{ 或 } 3.$$



II、若点 G 在线段 AB 上, 如图,

$$\therefore S_{\triangle EFG} = \frac{1}{2} EF \cdot EG = \frac{1}{2} FH (GM + EN),$$

$$\therefore FH = \frac{7\sqrt{3}}{\frac{5}{2}\sqrt{3}} = \frac{14}{5},$$

设 $CF = 2a$, 则 $NF = 2 - a$, $HN = \frac{14}{5} - (2 - a) = \frac{4}{5} + a$,

在 $Rt\triangle EFH$ 中, 根据射影定理, $EN^2 = FN \cdot HN$,

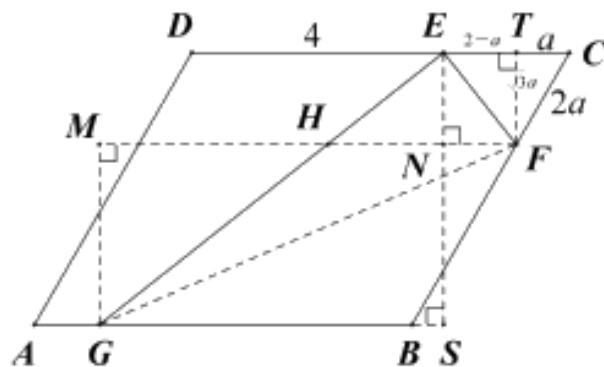
$$\therefore (\sqrt{3}a)^2 = (2-a)\left(\frac{4}{5}+a\right),$$

解得 $a_1 = \frac{4}{5}$, $a_2 = -\frac{1}{2}$ (舍去),

$$\therefore \tan \angle EHN = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore GS = \frac{ES}{\tan \angle EHN} = 5,$$

$$\therefore AG = 6 + \frac{5}{2} - 5 - 2 = \frac{3}{2}.$$



方法六：非对应边相似构造

I、若点 G 在线段 AD 上，

过点 G 作 $GS \perp CD$ 于点 S ，作 $\angle GEM = 60^\circ$ 交直线 GS 于点 M ，
在线段 ES 上取一点 N ，使得 $\angle MNS = 60^\circ$ ，

$$\because \angle FEG = \angle GSE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CEF = \angle EGM,$$

$$\therefore \triangle EGM \sim \triangle CEF,$$

$$\therefore \frac{EG}{CE} = \frac{GM}{EF},$$

$$\therefore GM = \frac{EF \cdot EG}{CE} = \frac{7}{2}\sqrt{3},$$

设 $DG = 2a$ ，则 $SD = a$ ， $SG = \sqrt{3}a$ ，

$$\therefore MS = \sqrt{3}\left(\frac{7}{2} - a\right), \quad SN = \frac{7}{2} - a, \quad MN = 7 - 2a, \quad EN = DE + SD - SN = \frac{1}{2} + 2a,$$

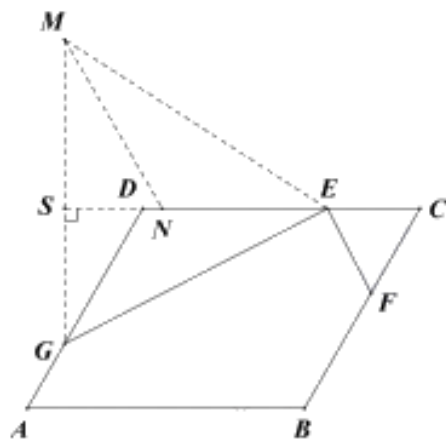
$$\because \angle GEM = \angle GDS = \angle MNS = 60^\circ,$$

$$\therefore \triangle MEN \sim \triangle EGD,$$

$$\therefore EN \cdot ED = MN \cdot DG,$$

$$\therefore 4\left(\frac{1}{2} + 2a\right) = 2a(7 - 2a), \text{ 解得 } a_1 = \frac{1}{2}, \quad a_2 = 1,$$

$$\therefore AG = 5 - 2a = 4 \text{ 或 } 3.$$



II、若点 G 在线段 AB 上，

过点 G 作 $GS \perp CD$ 于点 S ，作 $\angle GEM = 60^\circ$ 交直线 GS 于点 M ，

过点 G 作 $GN \parallel AD$ 交 CD 于点 N ，

在线段 ES 上取一点 T ，使得 $\angle MTS = 60^\circ$ ，

$$\text{同情况一，得 } GM = \frac{EF \cdot EG}{CE} = \frac{7}{2}\sqrt{3},$$

$$\because GS = \frac{5}{2}\sqrt{3},$$

$$\therefore MS = \sqrt{3}, \quad MT = 2, \quad ST = 1,$$

$$\text{设 } AG = DN = x, \text{ 则 } EN = 4 - x, \quad ET = EN + SN - ST = \frac{11}{2} - x,$$

$$\because \angle GEM = \angle GNS = \angle MTS = 60^\circ,$$

$$\therefore \triangle MET \sim \triangle EGN,$$

$$\therefore EN \cdot ET = MT \cdot GN,$$

$$\therefore (4 - x)\left(\frac{11}{2} - x\right) = 2 \times 5, \text{ 解得 } x_1 = \frac{3}{2}, \quad x_2 = 8 \text{ (舍去)},$$

$$\therefore AG = \frac{3}{2}.$$

综上， AG 的长为 $3, 4, \frac{3}{2}$ 。

