

参考答案:

1. C

【分析】根据无理数的定义判断即可.

【详解】解: A、1.414是有限小数, 属有理数不是无理数, 故此选项不符合题意;

B、0是整数, 属有理数不是无理数, 故此选项不符合题意;

C、 π 是无理数, 故此选项符合题意;

D、 $-\frac{1}{3}$ 是分数, 属有理数不是无理数, 故此选项不符合题意;

故选: C.

【点睛】本题考查了无理数的定义, 无理数就是无限不循环小数. 理解无理数的概念, 一定要同时理解有理数的概念, 有理数是整数与分数的统称. 即有限小数和无限循环小数是有理数, 而无限不循环小数是无理数.

2. D

【分析】根据三视图的定义, 从上边看得到的图形是俯视图, 可得答案.

【详解】解: A. 长方体俯视图是矩形, 故此选项不合题意;

B. 圆锥俯视图是带圆心的圆, 故此选项不合题意;

C. 四棱锥的俯视图是画有对角线的四边形, 故此选项不合题意;

D. 三棱柱俯视图是三角形, 故此选项符合题意.

故选: D.

【点睛】本题考查了简单组合体的三视图, 掌握三视图的判别方法是本题的关键.

3. C

【分析】用科学记数法表示较小的数, 一般形式为 $a \times 10^{-n}$, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 据此判断即可.

【详解】解: $0.00000015 = 1.5 \times 10^{-7}$,

故选 C.

【点睛】此题主要考查了用科学记数法表示较小的数, 一般形式为 $a \times 10^{-n}$, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为由原数左边起第一个不为零的数字前面的0的个数所决定, 确定 a 与 n 的值是解题的关键.

4. C

【分析】根据合并同类项, 同底数幂的乘法, 幂的乘法, 完全平方公式逐项分析判断即可求

解.

【详解】解：A. $2x$ 与 $3y$ 不是同类项，不能合并，故该选项不正确，不符合题意；

B. $x^6 \div x^3 = x^3$ ，故该选项不正确，不符合题意；

C. $(x^3)^2 = x^6$ ，故该选项正确，符合题意；

D. $(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$ ，故该选项不正确，不符合题意.

故选：C.

【点睛】本题考查了合并同类项，同底数幂的乘法，幂的乘法，完全平方公式，熟练掌握以上运算法则以及公式是解题的关键.

5. B

【分析】A、D 可通过举反例的办法，说明说法错误，B、C 可通与定义定理比较得结论.

【详解】A、 90° 的两个角相等，但他们不一定是同位角，故本选项不符合题意；

B、平面内的一条直线和两条平行线中的一条相交，则它与另一条直线一定也相交，正确，故本选项符合题意；

C、从直线外一点到这条直线的垂线段的长度，叫做该点到直线的距离，由于缺少长度二字，故选项不符合题意；

D、过直线外一点，有且只有一条直线与已知直线平行，由于题目没有强调点在直线外，故本选项不符合题意.

故选：B.

【点睛】本题考查了点到直线的距离的概念、平行公理、同位角的定义等知识，题目比较简单，掌握有关定义和定理是解决本题的关键.

6. D

【分析】首先解不等式组，利用 m 表示出不等式组的解集，然后根据不等式组只有 4 个整数解即可求得 m 的范围.

【详解】解： $\because \begin{cases} x < m \\ x \geq 3 \end{cases}$,

$\therefore 3 \leq x < m$,

\because 不等式组有 4 个整数解，

\therefore 不等式组的整数解是 3, 4, 5, 6,

$\therefore 6 < m \leq 7$.

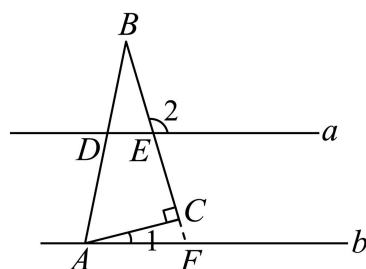
故选：D.

【点睛】本题考查不等式组的整数解，求不等式组的解集，应遵循以下原则：同大取较大，同小取较小，小大大小中间找，大大小小无解了.

7. C

【分析】根据直角三角形两个锐角互余得出 $\angle AFC = 90^\circ - \angle 1 = 70^\circ$ ，根据平行线的性质以及对顶角的性质得出 $\angle 2 = \angle DEC = 110^\circ$ ，即可求解.

【详解】解：延长 BC 交直线 b 于点 F ，如图所示：



$$\because \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACF = 90^\circ,$$

$$\because \angle 1 = 20^\circ,$$

$$\therefore \angle AFC = 90^\circ - \angle 1 = 70^\circ,$$

$$\because \text{直线 } a \parallel b,$$

$$\therefore \angle DEC + \angle AFC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle DEC = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle DEC = 110^\circ,$$

故选：C.

【点睛】本题考查了直角三角形的两锐角互余，平行线的性质，熟练掌握以上知识是解题的关键.

8. A

【分析】关键描述语是：“两块面积相同的水稻试验田”；等量关系为：第一块试验田的面积 = 第二块试验田的面积.

【详解】解：设第一块试验田每公顷的产量为 $x\text{kg}$ ，

$$\text{则第一块试验田的面积为：}\frac{12000}{x}, \text{第二块试验田的面积为：}\frac{14000}{x+1500}.$$

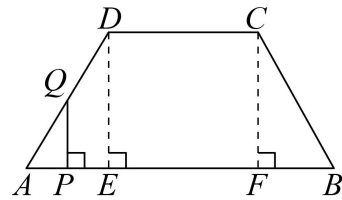
$$\text{由题意得：}\frac{12000}{x} = \frac{14000}{x+1500},$$

作出辅助性构建等边三角形是解题的关键.

10. C

【分析】分 $0 \leq x < 1$, $1 \leq x < 3$, $3 \leq x \leq 4$ 讨论即可.

【详解】解: 过点 D 作 $DE \perp AB$ 于点 E , 过点 C 作 $CF \perp AB$ 于点 F , 则 $DE \parallel CF$,



$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore DE = CF, \quad EF = CD = 2,$$

$$\text{又 } AD = BC,$$

$$\therefore \text{Rt}\triangle ADE \cong \text{Rt}\triangle BCF (\text{HL}),$$

$$\therefore AE = BF = \frac{1}{2}(AB - EF) = 1,$$

$$\therefore DE = \sqrt{AD^2 - AE^2} = \sqrt{3} = CF,$$

当 $0 \leq x < 1$ 时,

$$\because PQ \perp AB, \quad DE \perp AB,$$

$$\therefore PQ \parallel DE$$

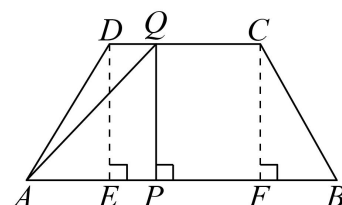
$$\therefore \triangle APQ \sim \triangle ADE,$$

$$\therefore \frac{PQ}{DE} = \frac{AP}{AE}, \quad \text{即 } \frac{PQ}{\sqrt{3}} = \frac{x}{1},$$

$$\therefore PQ = \sqrt{3}x,$$

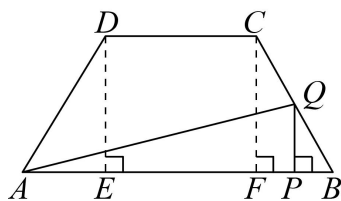
$$\therefore y = \frac{1}{2}x \cdot \sqrt{3}x = \frac{\sqrt{3}}{2}x^2;$$

当 $1 \leq x < 3$ 时, 此时 $PQ = DE = \sqrt{3}$,



$$\therefore y = \frac{1}{2}x \cdot \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}x,$$

当 $3 \leq x \leq 4$ 时,



同理可证 $\triangle BPQ \sim \triangle BFC$,

$$\therefore \frac{PQ}{CF} = \frac{BP}{BF}, \text{ 即 } \frac{PQ}{\sqrt{3}} = \frac{4-x}{1},$$

$$\therefore PQ = -\sqrt{3}x + 4\sqrt{3},$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}x \cdot (-\sqrt{3}x + 4\sqrt{3}) = -\frac{\sqrt{3}}{2}x^2 + 2\sqrt{3}x,$$

$$\text{综上, } y = \begin{cases} \frac{\sqrt{3}}{2}x^2 & (0 \leq x < 1) \\ \frac{\sqrt{3}}{2}x & (1 \leq x < 3) \\ -\frac{\sqrt{3}}{2}x^2 + 2\sqrt{3}x & (3 \leq x \leq 4) \end{cases}.$$

故选: C.

【点睛】本题考查了图形运动与二次函数, 相似三角形的判定与性质等, 明确题意, 找出所求问题需要的条件是解题的关键.

$$11. 2(a+2)(a-2)$$

【分析】先提取公因式2, 再对余下的多项式利用平方差公式继续分解即可

$$\text{【详解】解: } 2a^2 - 8 = 2(a^2 - 4) = 2(a+2)(a-2),$$

$$\text{故答案为: } 2(a+2)(a-2)$$

【点睛】本题考查了用提公因式法和公式法进行因式分解, 因式分解彻底, 直到不能分解为止, 是解答本题的关键.

$$12. x \geq -2 \text{ 且 } x \neq -1 / x \neq -1 \text{ 且 } x \geq -2$$

【分析】根据“分式的分母不为0, 二次根式的被开方数大于等于0”列出不等式解出x的取值范围.

$$\text{【详解】解: } \because x+1 \neq 0,$$

$$\therefore x \neq -1$$

$$\because x+2 \geq 0,$$

$$\therefore x \geq -2$$

$\therefore x \geq -2$ 且 $x \neq -1$

故答案为: $x \geq -2$ 且 $x \neq -1$.

【点睛】本题考查了函数自变量的取值范围, 熟记各类代数式有意义的条件是解决本题的关键.

13. 21

【分析】根据中位数为 4, 可得第三个数是 4, 再由这组数据的唯一众数是 6, 可得 6 应该是 4 后面的两个数字, 4 前面两个数字最大的时候是 3, 2, 即可求解.

【详解】 \because 这组数据共 5 个, 且中位数为 4,

\therefore 第三个数是 4;

又 \because 这组数据的唯一众数是 6,

\therefore 6 应该是 4 后面的两个数字, 且 4 前面两个数字都小于 4, 且都不相等,

\therefore 4 前面两个数字最大的时候是 3, 2,

\therefore 其和为 $2+3+4+6+6=21$,

\therefore 这组数据可能的最大的和为 21.

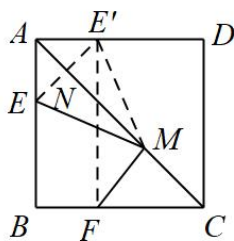
故答案为 21.

【点睛】主要考查了根据一组数据的中位数来确定数据的能力. 将一组数据从小到大 (或从大到小) 重新排列后, 最中间的那个数 (最中间两个数的平均数), 叫做这组数据的中位数. 注意: 找中位数的时候一定要先排好顺序, 然后再根据奇数和偶数个来确定中位数, 如果数据有奇数个, 则正中间的数字即为所求. 如果是偶数个则找中间两位数的平均数.

14. 6

【分析】过 E 作 AC 的垂线交 AD 于点 E' , 易得 E, E' 关于 AC 对称, 连接 $E'F$, $E'M$, 则: $EM + MF = E'M + MF \geq E'F$, 得到当 E', M, F 三点共线时, $EM + MF$ 的值最小, 进行求解即可.

【详解】解: 过 E 作 AC 的垂线交 AD 于点 E' , 连接 $E'F$, $E'M$, EE' 与 AC 交于点 N ,



∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore \angle DAC = \angle BAC = 45^\circ,$$

$$\because EE' \perp AC,$$

$$\therefore \angle ENA = \angle E'NA = 90^\circ,$$

$$\text{又 } AN = AN,$$

$$\therefore \triangle ANE \cong \triangle ANE',$$

$$\therefore EN = E'N, AE = AE' = 2,$$

$$\therefore E, E' \text{ 关于 } AC \text{ 对称},$$

$$\therefore EM + MF = E'M + MF \geq E'F,$$

∴ 当 E', M, F 三点共线时, $EM + MF$ 的值最小, 即为 $E'F$ 的长,

$$\because AE = BF = 2,$$

$$\therefore AE' = BF,$$

$$\text{又 } AE' \parallel BF,$$

∴ 四边形 $AE'FB$ 为平行四边形,

$$\therefore E'F = AB = 6, \text{ 即: } EM + MF \text{ 的最小值为 } 6,$$

故答案为: 6.

【点睛】本题考查正方形的性质, 利用轴对称解决线段和最小的问题. 解题的关键是确定点 E 关于 AC 的对称点的位置.

$$15. \quad 2 < m \leq 5$$

【分析】根据题意可得出 $x_1^2 - 4x_1 + m - 1 = 0$, $x_1x_2 = m - 1$, 整体代入 $x_1^2 - 4x_1 + 3x_1x_2 > 2$, 即可求出 $m > 2$. 再根据一元二次方程有两个实数根时, 其根的判别式 $\Delta \geq 0$, 可求出 $m \leq 5$, 最后取其公共解即可.

【详解】解: ∵ 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x + m - 1 = 0$ 的两个实数根是 x_1, x_2 ,

$$\therefore x_1^2 - 4x_1 + m - 1 = 0, \quad x_1x_2 = \frac{c}{a} = \frac{m-1}{1} = m-1,$$

$$\therefore x_1^2 - 4x_1 = 1 - m,$$

$$\therefore x_1^2 - 4x_1 + 3x_1x_2 = 1 - m + 3(m-1) = 2m - 2.$$

$$\because x_1^2 - 4x_1 + 3x_1x_2 > 2,$$

$$\therefore 2m - 2 > 2,$$

解得： $m > 2$.

\because 该方程有两个实数根，

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4(m-1) \geq 0 ,$$

解得： $m \leq 5$,

$$\therefore 2 < m \leq 5 .$$

故答案为： $2 < m \leq 5$.

【点睛】 本题考查一元二次方程的解的定义，一元二次方程根与系数的关系，根据一元二次方程的解的情况求参数．掌握一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的根的判别式为

$\Delta = b^2 - 4ac$ ，且当 $\Delta > 0$ 时，该方程有两个不相等的实数根；当 $\Delta = 0$ 时，该方程有两个相等的实数根；当 $\Delta < 0$ 时，该方程没有实数根．熟记一元二次方程根与系数的关系：

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \text{ 和 } x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \text{ 是解题关键.}$$

16. -16

【分析】 连接 AD ，则可得 $AD \perp OB$ ，再由中位线定理得 $CD \parallel AB$ ，从而可得 $\triangle ABD$ 的面积等于 $\triangle ADO$ 的面积，由反比例函数比例系数 k 的几何意义即可求得 k 的值．

【详解】 解：如图，连接 AD ，

$\because AO = AB$ ， D 为 OB 的中点，

$$\therefore AD \perp OB, S_{\triangle ADO} = S_{\triangle ABD},$$

$\because C$ 、 D 分别为 OA 、 OB 的中点，

$$\therefore CD \parallel AB,$$

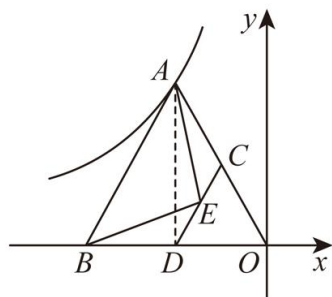
$$\therefore S_{\triangle ADO} = S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ABE} = 8,$$

由反比例函数比例系数 k 的几何意义得 $|k| = 2S_{\triangle ADO} = 16$ ，

$\because k > 0$ ，

$$\therefore k = -16 .$$

故答案为： -16 .



【点睛】本题考查了等腰三角形的性质，三角形中位线定理，等底等高的三角形面积相等，反比例函数比例系数的几何意义等知识，连接 AD ，由中位线定理得到 $\triangle ABE$ 的面积转化为与之相等的 $\triangle ADO$ 的面积是解题的关键。

17. 5

【分析】根据三视图确定这堆货箱的层数及每层的个数即可得到答案.

【详解】由三视图得：这堆货箱共 2 层，最底层有 4 个，最上层有 1 个，共有 5 个，

故答案为：5.

【点睛】此题考查几何体的三视图，此类题要求学生有一定的空间想象能力.

18. $\frac{3^{2023}}{2^{2022}}$

【分析】根据含 30° 的直角三角形可得 $A_1B_1=1$ ， $OA_1=\sqrt{3}$ ，由等边三角形的性质可得出 A_1A_2 的长度，进而得出 OA_2, A_2B_2 的长度，同理可求出 A_nB_n 的长度，再根据等边三角形的周长公式即可求出第 n 个等边三角形 $A_nB_nC_n$ 的周长，代入化简即可求解.

【详解】解： $\because \angle B_1OA_1=30^\circ$ ， $OB_1=2$ ， $A_1B_1 \perp l_1$ ，

\therefore 在 $\text{Rt}\triangle OA_1B_1$ 中， $OA_1=\sqrt{3}$ ， $A_1B_1=\frac{1}{2}OB_1=1$ ，

$\because \triangle A_1B_1C_1$ 是等边三角形，

$\therefore A_1A_2=\frac{\sqrt{3}}{2}A_1B_1=\frac{\sqrt{3}}{2}$ ，

\therefore 在 $\text{Rt}\triangle OA_2B_2$ 中， $OA_2=\sqrt{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ， $A_2B_2=\frac{OA_2}{\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{3}{2}$ ，

$\because \triangle A_2B_2C_2$ 是等边三角形，

$\therefore A_2A_3=\frac{\sqrt{3}}{2}A_2B_2=\frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{3}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{4}$ ，

\therefore 在 $\text{Rt}\triangle OA_3B_3$ 中， $OA_3=\frac{3\sqrt{3}}{2}+\frac{3\sqrt{3}}{4}=\frac{9\sqrt{3}}{4}$ ， $A_3B_3=\frac{9\sqrt{3}}{4} \times \frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{9}{4}$ ，

同理可得： $A_n B_n = \left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}$ ，

∴第 20223 个等边三角形 $A_{20223} B_{20223} C_{20223}$ 的周长为 $3A_{20223} B_{20223} = 3 \times \left(\frac{3}{2}\right)^{20223-1} = \frac{3^{2023}}{2^{2022}}$ 。

故答案为： $\frac{3^{2023}}{2^{2022}}$

【点睛】本题考查了含 30° 的直角三角形、等边三角形的性质、规律探究，解题的关键是通

过含 30° 的直角三角形和等边三角形的性质找出规律 $A_n B_n = \left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}$ 。

19. 2

【分析】直接利用特殊角的三角函数值以及负整数指数幂的性质、绝对值的性质、二次根式的性质分别化简，再合并得出答案。

【详解】解：原式 $= 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - (2 - \sqrt{3}) - 2\sqrt{3} + 4$
 $= \sqrt{3} - 2 + \sqrt{3} - 2\sqrt{3} + 4$
 $= 2$ 。

【点睛】本题考查实数的综合运算能力，属于基础题，解决本题的关键是熟记特殊角的三角函数值，熟练掌握负整数指数幂、二次根式、绝对值等考点的运算。

20. $\frac{1}{x+1}$, $\frac{\sqrt{3}}{3}$

【分析】化简时先算括号，再算除法，化为最简分式后，将 x 的值代入计算即可。

【详解】解： $\frac{x-3}{x^2+2x+1} \div \left(1 - \frac{4}{x+1}\right)$
 $= \frac{x-3}{(x+1)^2} \div \left(\frac{x+1}{x+1} - \frac{4}{x+1}\right)$
 $= \frac{x-3}{(x+1)^2} \div \frac{x-3}{x+1}$
 $= \frac{x-3}{(x+1)^2} \times \frac{x+1}{x-3}$
 $= \frac{1}{x+1}$ ，

当 $x = \sqrt{3} - 1$ 时，原式 $= \frac{1}{x+1} = \frac{1}{\sqrt{3}-1+1} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 。

【点睛】本题考查分式的化简求值．熟练掌握分式的运算法则，将结果化为最简分式是解题的关键． 本题还考查了二次根式的分母有理化，掌握分母有理化的方法是解题的关键．

21. (1)50;

(2)补图见解析，1600 名学生中平均每周做家务时间不少于 2 小时的人数为 832 人；

(3)画树状图或列表法见解析， $\frac{1}{6}$

【分析】（1）根据选择BD的人数和所占的百分比即可求出总人数．

（2）计算出选择C的人数，求出每周做家务时间不少于 2 小时的人数的百分数乘以1600即可求出．

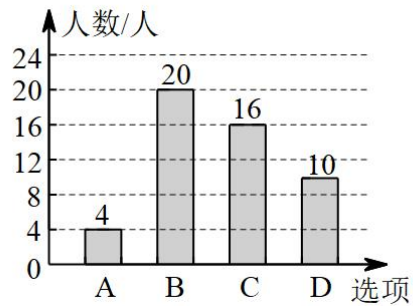
（3）用画树状图或列表法列出所有结果，根据条件用概率公式即可求出．

【详解】（1）接受调查的总人数为：20÷40%=50（人）．

（2）C区域的人数为：50－4－20－10=16（人），

补全条形图如图：

学校部分学生每周做家务时间的
条形统计图



该校 1600 名学生中平均每周做家务时间不少于 2 小时的人数为：

$$1600\times \frac{16+10}{50}=832\text{（人）}$$

（3）（3）用男₁和男₂分别表示两名男生，用女₁和女₂分别表示两名女生，根据题意，列表如下：

一二	男 ₁	男 ₂	女 ₁	女 ₂
男 ₁		（男 ₂ ，男 ₁ ）	（女 ₁ ，男 ₁ ）	（女 ₂ ，男 ₁ ）
男 ₂	（男 ₁ ，男 ₂ ）		（女 ₁ ，男 ₂ ）	（女 ₂ ，男 ₂ ）

女 ₁	(男 ₁ , 女 ₁)	(男 ₂ , 女 ₁)		(女 ₂ , 女 ₁)
女 ₂	(男 ₁ , 女 ₂)	(男 ₂ , 女 ₂)	(女 ₁ , 女 ₂)	

由表可知，从4人中评选2名学生，总共有12种结果，且每种结果出现的可能性相同，其中所评选2名学生都是女生的结果有两种，

$$\therefore P(\text{授予称号的2名学生恰好都是女生}) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}.$$

【点睛】本题主要考查了条形统计图和扇形统计图的综合运用，读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解此题的关键.

22. (1)见解析

(2)50°

【分析】(1)利用中点定义可得 $DE = CE$ ，再用平行四边形的性质，证明 $\triangle ADE \cong \triangle FCE$ ，即可得结论；

(2)结合(1)根据平行四边形的性质，可得 $BF = AB$ ，进而可得结果.

【详解】(1)解：证明： $\because E$ 是边 CD 的中点，

$$\therefore DE = CE,$$

\because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore AD \parallel BF,$$

$$\therefore \angle D = \angle DCF,$$

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle FCE$ 中，

$$\begin{cases} \angle D = \angle ECF \\ ED = CE \\ \angle AED = \angle CEF \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle FCE(\text{ASA}),$$

$$\therefore AD = CF;$$

(2) \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore AD = BC,$$

$$\because \triangle ADE \cong \triangle FCE,$$

$$\therefore AD = FC,$$

$$\therefore AD = BC = FC,$$

$$\therefore BF = 2BC,$$

$$\because AB = 2BC,$$

$$\therefore BF = AB, \text{ 又 } \angle B = 80^\circ,$$

$$\therefore \angle BAF = \angle F = \frac{1}{2}(180^\circ - 80^\circ) = 50^\circ.$$

【点睛】此题主要考查了平行四边形的性质、全等三角形的判定与性质、等腰三角形的性质，关键是掌握平行四边形对边平行且相等.

23. (1)甲种办公桌每张 400 元，乙种办公桌每张 600 元

(2)3 种方案

【分析】(1) 设甲种办公桌每张 x 元，乙种办公桌每张 y 元，根据“购进 20 张甲种办公桌和 15 张乙种办公桌共花费 17000 元，购买 10 张甲种办公桌比购买 5 张乙种办公桌多花费 1000 元”列出方程组，解之即可；

(2) 设购买甲种办公桌 m 张，根据“甲种办公桌数量不多于乙种办公桌数量的 3 倍，且总费用不超过 18400 元”列出不等式组，解之可得方案数.

【详解】(1) 解：设甲种办公桌每张 x 元，乙种办公桌每张 y 元，

$$\text{由题意可得：} \begin{cases} 20x + 15y = 17000 \\ 10x - 5y = 1000 \end{cases},$$

$$\text{解得：} \begin{cases} x = 400 \\ y = 600 \end{cases},$$

\therefore 甲种办公桌每张 400 元，乙种办公桌每张 600 元；

(2) 设购买甲种办公桌 m 张，

$$\text{由题意可得：} \begin{cases} m \leq 3(40 - m) \\ 400m + 600(40 - m) \leq 18400 \end{cases},$$

$$\text{解得：} 28 \leq m \leq 30,$$

$\therefore m$ 的取值为 28 或 29 或 30，则共有 3 种方案.

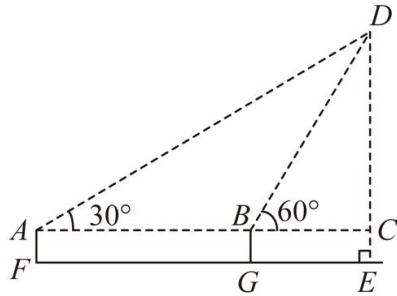
【点睛】本题考查了二元一次方程组 and 一元一次不等式组的实际应用，解题的关键是读懂题意，找到题中蕴含的等量关系和不等关系.

$$24. \frac{8\sqrt{3}+17}{10}$$

【分析】连接 AB ，过点 D 作 $DE \perp FG$ ，垂足为点 E ，交 AB 的延长线于点 C ，根据题意得：

$\angle DAB = 30^\circ, \angle DBC = 60^\circ, AF = BG = 1.7\text{m}, AB = FG = CE = 1.6\text{m}$, 设 $CD = x\text{m}$, 分别在 $\text{Rt}\triangle DBC$ 和 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, 利用锐角三角函数可得 BC, AC 的长, 再由 $AC - BC = AB$, 求出 x 的值, 即可.

【详解】解: 如图, 连接 AB , 过点 D 作 $DE \perp FG$, 垂足为点 E , 交 AB 的延长线于点 C ,



根据题意得: $\angle DAB = 30^\circ, \angle DBC = 60^\circ, AF = BG = CE = 1.7\text{m}, AB = FG = 1.6\text{m}$,

设 $CD = x\text{m}$,

在 $\text{Rt}\triangle DBC$ 中, $\angle DBC = 60^\circ$,

$$BC = \frac{CD}{\tan \angle DBC} = \frac{x}{\tan 60^\circ} = \frac{x}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}x \text{ m},$$

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, $\angle DAB = 30^\circ$,

$$AC = \frac{CD}{\tan \angle DAB} = \frac{x}{\tan 30^\circ} = \frac{x}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = \sqrt{3}x \text{ m},$$

$$\because AC - BC = AB,$$

$$\therefore \sqrt{3}x - \frac{\sqrt{3}}{3}x = 1.6,$$

$$\text{解得: } x = \frac{4\sqrt{3}}{5},$$

$$\text{即 } CD = \frac{4\sqrt{3}}{5} \text{ m},$$

$$\therefore \text{篮球框距地面的高度是 } \frac{4\sqrt{3}}{5} + 1.7 = \frac{8\sqrt{3} + 17}{10} \text{ 米}.$$

【点睛】本题主要考查了解直角三角形的实际应用, 明确题意, 准确构造直角三角形是解题的关键.

25. (1)见解析;

$$(2) \text{周长: } 3\sqrt{3} + \pi; \text{ 面积: } \frac{15\sqrt{3}}{4} - \frac{3\pi}{2};$$

(3) 5:9

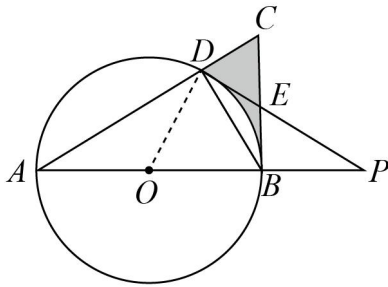
【分析】(1) 因为 AB 是直径及 PD 是 $\odot O$ 的切线, 根据条件则有 $\angle ADB = \angle ABC = \angle CDB = 90^\circ$, 再根据 $\angle A + \angle OBD = 90^\circ = \angle ODB + \angle PDB$, 再根据 $OB = OD$ 推出 $\angle BDO = \angle OBD$, 即证得 $\angle A = \angle PDB$;

(2) 因为 PD 是 $\odot O$ 的切线, 则有 $\angle BDO + \angle PDB = 90^\circ$, $\angle DOB + \angle P = 90^\circ$, 又因为 $\angle P = \angle PDB$, 则有 $\angle BDO = \angle DOB$, $BD = BP = 3$, 得到 $BD = BO = 3$, 再加条件 $OB = OD$, 得 $BD = BO = OD = 3$, 即 $\triangle OBD$ 为等边三角形, 则得到特殊角, 即可求出 $\angle DOB = \angle DBA = \angle C = 60^\circ$, $\angle DBC = \angle A = 30^\circ$, 即可求得 DC 、 BC 以及 \widehat{BD} 的长度, 则阴影部分的周长可求; 再根据 $S_{\text{阴}} = S_{\triangle DBC} - (S_{\text{扇} OBD} - S_{\triangle OBD})$, 可求出阴影部分的面积;

(3) 连接 OM , 过点 D 作 $DF \perp AB$ 于点 F , 已得到 $\triangle OMN \sim \triangle FDN$, 则有 $\frac{DN}{MN} = \frac{DF}{OM}$, 再根据 $\tan \angle DMB = \tan \angle A = \frac{1}{2}$, 为便于计算, 设 $BD = 1$, 即可求出 DF , 即可求解.

(1)

证明: 如图, 连接 OD ,



$\because PD$ 是 $\odot O$ 的切线,
 $\therefore \angle PDO = 90^\circ$,
 $\therefore \angle PDB + \angle BDO = 90^\circ$,
 $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,
 $\therefore \angle ADB = 90^\circ$,
 $\therefore \angle A + \angle ABD = 90^\circ$,
 $\because OB = OD$,
 $\therefore \angle BDO = \angle OBD$,
 $\therefore \angle A = \angle PDB$,

即结论得证;

(2)

$$\therefore \tan \angle DMB = \tan A,$$

$$\because \tan \angle DMB = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \tan A = \frac{BD}{AD} = \frac{1}{2},$$

为方便计算, 设 $BD=1$, 则 $AD=2$,

$$\text{由勾股定理得 } AB = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5},$$

$$\text{由三角形的面积公式得 } \frac{1}{2} AD \times BD = \frac{1}{2} AB \times DF,$$

$$\therefore DF = \frac{2\sqrt{5}}{5},$$

$$\because OM \parallel DF,$$

$$\therefore \triangle OMN \sim \triangle FDN,$$

$$\therefore \frac{DN}{MN} = \frac{DF}{OM},$$

$$\text{又} \because DF = \frac{2\sqrt{5}}{5}, \quad OM = \frac{1}{2} AB = \frac{\sqrt{5}}{2},$$

$$\therefore \frac{DN}{MN} = \frac{\frac{2\sqrt{5}}{5}}{\frac{\sqrt{5}}{2}} = \frac{4}{5},$$

$$\text{即 } \frac{MN}{MD} = \frac{MN}{MN + ND} = \frac{5}{4+5} = \frac{5}{9},$$

$$\text{即 } MN : MD = 5 : 9.$$

【点睛】 本题以圆为载体, 考查了切线的性质、等边三角形的判定及性质、弧长公式、勾股定理、三角函数、相似三角形的判定及性质等几何知识. 深入观察图形, 数形结合, 构造合理的辅助线, 准确找到图形中隐含的相等关系或相似关系; 熟练运用等边三角形的判定及其性质、弧长公式、勾股定理、三角函数是解答本题的关键.

$$26. (1) y = -x^2 - 2x + 3, \quad D(-1, 4)$$

$$(2) E \text{ 的坐标为 } \left(-\frac{3}{2}, \frac{15}{4}\right)$$

$$(3) \text{存在, } M(-4, -5) \text{ 或 } \left(-\frac{5}{2}, \frac{7}{4}\right)$$

【分析】 (1) 利用待定系数法即可求出抛物线解析式. 再将其变为顶点式即得出顶点坐标;

(2) 由抛物线解析式可求 $A(-3, 0)$, 即 $OA=3$. 利用待定系数法可求出直线 AC 的解析式为

$y = x + 3$. 设 $E(m, -m^2 - 2m + 3)$ ($-3 < m < 0$). 过点 E 作 $EH \perp x$ 轴于点 H , 交 AC 于点 F ,

则 $F(m, m + 3)$, 即得出 $EH = y_E = -m^2 - 2m + 3$, $FH = y_F = m + 3$, 从而得出

$EF = y_E - y_F = -m^2 - 3m$. 再根据三角形面积公式可得出 $S_{\triangle EAC} = -\frac{3}{2}\left(m + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{27}{8}$, 结合二

次函数的性质即可求出点 E 的坐标;

(3) 设 $M(x, -x^2 - 2x + 3)$. 分类讨论: ①当 CM 在 CA 右侧时, 设 CM 交 x 轴于 G 和②当 CM 在 CA 左侧时, 设 CM 与 x 轴交于点 N , 过 B 作 $BP \perp AC$ 于 P . 分别根据相似三角形的判定和性质求出点 G 和点 N 的坐标, 再利用待定系数法求出直线 CG 和 CN 的解析式, 最后两个直线解析式分别与二次函数解析式联立, 再求解即可得出点 M 的坐标.

【详解】(1) 解: 把 $B(1, 0)$, $C(0, 3)$ 代入 $y = ax^2 + 2ax + c$ 得:

$$\begin{cases} a + 2a + c = 0 \\ c = 3 \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} a = -1 \\ c = 3 \end{cases},$$

\therefore 抛物线的解析式为: $y = -x^2 - 2x + 3$.

$$\because y = -x^2 - 2x + 3 = -(x + 1)^2 + 4,$$

\therefore 顶点 $D(-1, 4)$;

(2) 对于 $y = -x^2 - 2x + 3$, 令 $y = 0$, 则 $-x^2 - 2x + 3 = 0$,

解得: $x_1 = 1$, $x_2 = -3$.

$\therefore A(-3, 0)$,

$\therefore OA = 3$.

设直线 AC 的解析式为 $y = kx + b$,

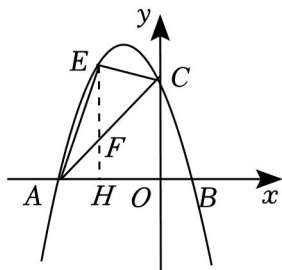
$$\therefore \begin{cases} -3k + b = 0 \\ b = 3 \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} k = 1 \\ b = 3 \end{cases},$$

\therefore 直线 AC 的解析式为 $y = x + 3$.

\because 点 E 在直线 AC 上方的抛物线 $y = -x^2 - 2x + 3$ 上,

\therefore 设 $E(m, -m^2 - 2m + 3)$ ($-3 < m < 0$).

如图, 过点 E 作 $EH \perp x$ 轴于点 H , 交 AC 于点 F ,



$$\therefore F(m, m+3),$$

$$\therefore EH = y_E = -m^2 - 2m + 3, \quad FH = y_F = m + 3,$$

$$\therefore EF = y_E - y_F = -m^2 - 2m + 3 - (m + 3) = -m^2 - 3m.$$

$$\therefore S_{\triangle EAC} = S_{\triangle EAF} + S_{\triangle ECF}$$

$$= \frac{1}{2} EF \cdot OH + \frac{1}{2} EF \cdot AH$$

$$= \frac{1}{2} EF (OH + AH)$$

$$= \frac{1}{2} EF \cdot OA$$

$$= \frac{1}{2} (-m^2 - 3m) \times 3$$

$$= -\frac{3}{2} \left(m + \frac{3}{2} \right)^2 + \frac{27}{8}.$$

$$\because -\frac{3}{2} < 0, \quad -3 < m < 0,$$

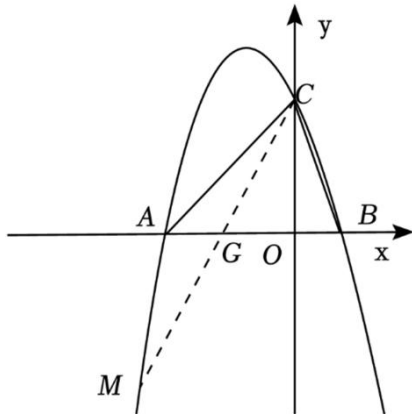
$$\therefore \text{当 } m = -\frac{3}{2} \text{ 时, } \triangle EAC \text{ 面积最大, 此时 } y_E = -\left(-\frac{3}{2}\right)^2 - 2 \times \left(-\frac{3}{2}\right) + 3 = \frac{15}{4},$$

$$\therefore \text{点 } E \text{ 的坐标为 } \left(-\frac{3}{2}, \frac{15}{4}\right);$$

(3) 在抛物线上存在点 M , 使 $\angle ACM = \angle BCO$,

理由: 设 $M(x, -x^2 - 2x + 3)$,

分类讨论: ①如图, 当 CM 在 CA 右侧时, 设 CM 交 x 轴于 G ,



$$\because \angle BCO = \angle ACM,$$

$$\therefore \angle ACG = \angle OCB.$$

$$\because OC = OA = 3,$$

$$\therefore \angle OCA = \angle OAC = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle BCM = 45^\circ.$$

$$\because \angle ACB = \angle BCM + \angle ACG, \quad \angle BGC = \angle OAC + \angle ACG,$$

$$\therefore \angle ACB = \angle BGC.$$

$$\because \angle CBG = \angle CBA,$$

$$\therefore \triangle BCG \sim \triangle BAC,$$

$$\therefore \frac{BG}{BC} = \frac{BC}{BA}.$$

$$\because OB = 1, \quad OC = 3,$$

$$\therefore BC = \sqrt{10}.$$

设 $G(t, 0)$, 则 $BG = 1 - t$,

$$\therefore \frac{1-t}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{4},$$

$$\text{解得: } t = -\frac{3}{2},$$

$$\therefore G\left(-\frac{3}{2}, 0\right).$$

设直线 CG 的解析式为 $y = ex + f$,

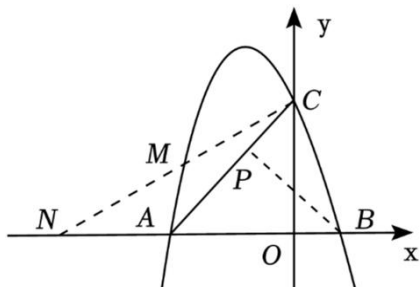
$$\therefore \begin{cases} -\frac{3}{2}e + f = 0 \\ f = 3 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} e = 2 \\ f = 3 \end{cases},$$

$$\therefore \text{直线 } CG \text{ 的解析式为: } y = 2x + 3,$$

$$\text{联立} \begin{cases} y = 2x + 3 \\ y = -x^2 - 2x + 3 \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} x_1 = 0 \\ y_1 = 3 \end{cases}, \begin{cases} x_2 = -4 \\ y_2 = -5 \end{cases},$$

$$\therefore M(-4, -5);$$

②当 CM 在 CA 左侧时, 设 CM 与 x 轴交于点 N , 过 B 作 $BP \perp AC$ 于 P , 如图,



$$\because \angle OAC = 45^\circ,$$

$\therefore \triangle ABP$ 是等腰直角三角形.

$$\because AB = OA + OB = 3 + 1 = 4,$$

$$\therefore AP = BP = \frac{\sqrt{2}}{2} AB = 2\sqrt{2}.$$

$$\because AC = \sqrt{OA^2 + OC^2} = 3\sqrt{2},$$

$$\therefore CP = AC - AP = \sqrt{2}.$$

$$\because \angle BCO = \angle ACM,$$

$$\therefore \angle ACB = \angle OCM.$$

$$\because \angle BPC = \angle COA = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle BCP \sim \triangle NCO,$$

$$\therefore \frac{BP}{NO} = \frac{CP}{CO}, \text{ 即 } \frac{2\sqrt{2}}{NO} = \frac{\sqrt{2}}{3},$$

$$\therefore NO = 6,$$

$$\therefore N(-6, 0).$$

设直线 NC 的解析式为 $y = dx + n$,

$$\therefore \begin{cases} -6d + n = 0 \\ n = 3 \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} d = \frac{1}{2} \\ n = 3 \end{cases},$$

$$\therefore \text{直线 } NC \text{ 的解析式为: } y = \frac{1}{2}x + 3.$$

$$\text{联立} \begin{cases} y = \frac{1}{2}x + 3 \\ y = -x^2 - 2x + 3 \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} x_1 = 0 \\ y_1 = 3 \end{cases}, \begin{cases} x_2 = -\frac{5}{2} \\ y_2 = \frac{7}{4} \end{cases},$$

$$\therefore M\left(-\frac{5}{2}, \frac{7}{4}\right).$$

综上所述, 存在点 M , 其坐标为 $(-4, -5)$ 或 $\left(-\frac{5}{2}, \frac{7}{4}\right)$.

【点睛】 本题为二次函数综合题, 考查利用待定系数法求函数解析式, 二次函数一般式改为顶点式, 二次函数图象与坐标轴的交点, 二次函数的最值问题, 三角形相似的判定和性质, 勾股定理, 直线与抛物线的交点问题等知识, 为中考压轴题. 利用数形结合和分类讨论的思想是解题关键.