

# 忻州市 2022~2023 学年第二学期期末教学质量监测

## 八年级数学

### 注意事项:

1. 满分 120 分, 答题时间为 120 分钟。
2. 请将各题答案填写在答题卡上。

一、选择题(本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分, 每小题都给出 A、B、C、D 四个选项, 其中只有一个符合题目要求的)

1. 下列各式为二次根式的是  
A.  $\sqrt{-2}$  B.  $\sqrt{3}$  C.  $\sqrt{x}$  D.  $\sqrt[3]{4}$
2. 商家在做市场调查时, 为了提高销量, 最应该关注鞋子型号的  
A. 平均数 B. 众数 C. 中位数 D. 极差
3. 下列各组数中, 是勾股数的是  
A. 3, 4, 4 B. 5, 6, 7 C.  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{3}$ ,  $\sqrt{5}$  D. 5, 12, 13
4. 若式子  $\sqrt{x-2}$  在实数范围内有意义, 则  $x$  的取值范围是  
A.  $x > 2$  B.  $x < 2$  C.  $x \geq 2$  D.  $x \neq 2$
5. 在平行四边形  $ABCD$  中, 已知  $\angle A + \angle C = 80^\circ$ , 则  $\angle C =$   
A.  $40^\circ$  B.  $80^\circ$  C.  $100^\circ$  D.  $140^\circ$
6. 已知正比例函数  $y=kx$  经过点  $(\frac{1}{2}, \frac{5}{3})$ , 则  $k =$   
A.  $\frac{1}{2}$  B.  $\frac{5}{3}$  C.  $\frac{10}{3}$  D.  $\frac{5}{6}$
7. 一组数据为 1, 2, 3, 5,  $a$ , 这组数据的平均数为 3.5, 则  $a =$   
A. 7 B. 6.5 C. 6 D. 4
8. 如图, 在四边形  $ABCD$  中,  $AB = \sqrt{7}$ ,  $BC = 2$ ,  $CD = 1$ ,  $AD = 2\sqrt{3}$ , 且  $\angle BCD = 90^\circ$ , 则四边形  $ABCD$  的面积为  
A.  $1 + \frac{\sqrt{35}}{2}$  B.  $2 + \sqrt{35}$   
C.  $2 + 2\sqrt{21}$  D.  $3 + \sqrt{21}$
9. 如图, 在矩形  $ABCD$  中, 过  $AC$  的中点  $O$  作  $EF \perp AC$  交  $BC$  于点  $E$ , 交  $AD$  于点  $F$ , 连接  $AE$ ,  $CF$ , 若四边形  $AECF$  的面积为  $4\sqrt{3}$ ,  $\angle BAE = 30^\circ$ , 则四边形  $AECF$  的周长为  
A.  $4\sqrt{3}$  B.  $8\sqrt{3}$   
C.  $8\sqrt{2}$  D.  $4\sqrt{2}$
10. 已知  $A(1, 2)$ ,  $B(-2, 3)$ , 若一次函数  $y=kx+k$  与线段  $AB$  有交点, 则  $k$  的取值范围为  
A.  $-3 < k < 1$  B.  $-3 \leq k \leq 1$   
C.  $k < -3$  或  $k > 1$  D.  $k \leq -3$  或  $k \geq 1$



### 二、填空题(本大题共 5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

11. 一组数据: 11, 13, 14, 8, 6 的中位数是\_\_\_\_\_.
12. 比较大小:  $2\sqrt{3}$  \_\_\_\_\_  $3\sqrt{2}$ .
13. 甲、乙两位同学的跳远成绩(单位: 米)的平均数为  $\bar{x}_甲 = 2.36$ ,  $\bar{x}_乙 = 2.43$ , 方差为  $s_{甲}^2 = 1.5$ ,  $s_{乙}^2 = 2.3$ , 则甲、乙同学成绩较为稳定的是\_\_\_\_\_. (填“甲”或“乙”)
14. 直线  $y=kx+1$  过点  $(-1, 2)$ , 现将其向上平移 2 个单位长度, 平移后的解析式为\_\_\_\_\_.
15. 如图, 在矩形  $ABCD$  中, 对角线  $AC$ ,  $BD$  交于点  $O$ ,  $AC=8$ ,  $AE \perp BD$ , 垂足为点  $E$ , 若  $\angle ABD = 2\angle CBD$ , 则  $AE$  的长为\_\_\_\_\_.

第 15 题图

### 三、解答题(本大题共 8 个小题, 共 75 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

16. (本题共 2 个小题, 每小题 5 分, 共 10 分)

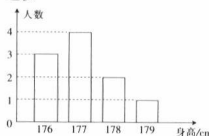
(1) 计算:  $\sqrt{12} + |\sqrt{3}-2| - (\frac{1}{2})^{-1}$ .

(2)  $(\sqrt{15}-\sqrt{6}) \div \sqrt{3} + \sqrt{2}$ .

17. (本题 7 分) 某中学的国旗护卫队需从甲、乙两队中选择一队身高比较整齐的队员担任护旗手, 两队每个队员的身高(单位: cm)如下:

甲队	177	179	178	179	177	178	178	179	178	177
----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

乙队

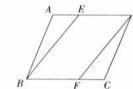


	平均数	中位数	众数	方差
甲队	178	$a$	178	$c$
乙队	177.1	177	$b$	0.89

- 两组样本数据的平均数, 中位数, 众数, 方差如表中数据所示:
- (1) 表中  $a =$  \_\_\_\_\_,  $b =$  \_\_\_\_\_.
- (2) 请计算甲队的方差  $c$ , 并判断哪队队员身高更整齐.



18. (本题 6 分) 如图, 在平行四边形  $ABCD$  中, 点  $E$ ,  $F$  分别在  $AD$ ,  $BC$  上,  $AE=CF$ , 求证: 四边形  $BFDE$  为平行四边形.



19. (本题 8 分) 某地经过多年的环境治理, 已将荒山改造成了绿水青山. 为估计一林区某种树木的总材积量, 随机选取了 10 棵这种树木, 测量每棵树的根部横截面积(单位:  $m^2$ )和材积量(单位:  $m^3$ ), 得到如下数据:

样本号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
根部横截面积 $x$	0.04	0.06	0.04	0.08	0.08	0.05	0.05	0.07	0.07	0.06
材积量 $y$	0.25	0.40	0.22	0.54	0.51	0.34	0.36	0.46	0.42	0.40

- (1) 估计该林区一棵这种树木平均根部横截面积与平均材积量.
- (2) 现测量了该林区部分这种树木的根部横截面积, 经过测算得到这种树木的根部横截面积总和为  $2000 m^2$ . 已知树木的材积量与其根部横截面积近似成正比. 利用以上数据估计该林区这种树木的总材积量.



20. (本题 9 分) 今年暑假, 学校计划组织八年级的同学参观大学城, 经调查得知八年级共有 670 名同学, 计划租用 12 辆客车, 现有甲、乙两种型号的客车, 它们的载客量和租金如下表:

	租金/(元/辆)	载客量/(座/辆)
甲种客车	3500	50
乙种客车	4000	60

- (1) 如果恰好一次性将 670 名学生送往大学城且客车全部坐满, 那么应租用甲、乙两种客车各多少辆?  
 (2) 设租用甲种客车  $x$  辆, 租车费用  $y$  元.  
 ① 求  $y$  与  $x$  的函数关系式. (要求写出  $x$  的取值范围)  
 ② 在保证所有同学均能送达大学城的情况下, 怎样租车费用最低, 最低费用是多少元?



21. (本题 9 分) 阅读与思考

阅读下列材料并完成相应的任务.

我国是最早了解和应用勾股定理的国家之一, 古代印度、希腊、阿拉伯等许多国家也都十分重视对勾股定理的研究和应用, 古希腊数学家毕达哥拉斯首先证明了勾股定理, 在西方, 勾股定理又称为“毕达哥拉斯定理”. 关于勾股定理的研究还有一个很重要的内容是勾股数组, 在课本中我们已经了解到“能够成为直角三角形三条边的三个正整数称为勾股数”.

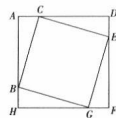
以下是毕达哥拉斯等学源研究出的确定勾股数组的两种方法:

方法 1: 若  $m$  为奇数( $m \geq 3$ ), 则  $a=m$ ,  $b=\frac{1}{2}(m^2-1)$  和  $c=\frac{1}{2}(m^2+1)$  是勾股数.

方法 2: 若任取两个正整数  $m$  和  $n$  ( $m > n$ ), 则  $a=m^2-n^2$ ,  $b=2mn$ ,  $c=m^2+n^2$  是勾股数.

任务:

- (1) 在以上两种方法中任选一种, 证明以  $a, b, c$  为边长的  $\triangle ABC$  是直角三角形.  
 (2) 学校园林设计师按照如图所示的方式摆放兰花, 已知这四个直角三角形全等, 且直角三角形的三边是勾股数, 较短的直角边长为 7 m, 要求在每个直角三角形的三个顶点处需要摆放一盆兰花, 每个直角三角形的三条边间隔 1 米摆放一盆兰花, 请你计算出总共需要的兰花数量.



22. (本题 13 分) 综合与实践

【问题情境】在学校活动课上, 樊老师让同学们探究特殊平行四边形的性质, 小明和他的小伙伴们准备了如图 1 所示的正方形  $ABCD$ , 连接对角线  $BD$ , 在  $BD$  上取一点  $P$ , 连接  $PA$ , 延长  $AD$  至点  $E$ , 连接  $PE$ , 交  $CD$  于点  $F$ , 且  $PA=PE$ .

【观察发现】(1) 如图 1, 小明连接了  $PC$ , 小伙伴们发现了  $PE$  与  $PC$  之间存在一定的关系, 其数量关系为 \_\_\_\_\_, 位置关系为 \_\_\_\_\_.

【探索猜想】(2) 如图 2, 小明连接了  $CE$ , 小伙伴们发现了  $PA$  和  $CE$  之间存在一定的数量关系, 请你帮助小明和小伙伴们探究  $PA$  和  $CE$  之间的数量关系, 并说明理由.

【拓展延伸】(3) 如图 3, 小明将正方形  $ABCD$  改为菱形  $ABCD$ , 当  $\angle BAD=60^\circ$  时, 请直接写出  $PA$  与  $CE$  之间的数量关系.

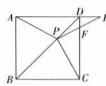


图 1

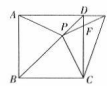


图 2

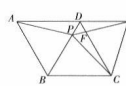


图 3

23. (本题 13 分) 综合与探究

如图, 一次函数  $y_1 = \frac{3}{2}x + m$  与  $x$  轴交于点  $A$ , 与  $y$  轴交于点  $D$ , 一次函数  $y_2 = -\frac{3}{2}x + n$  与  $x$  轴交于点  $B$ , 与  $y$  轴交于点  $E$ , 且它们的图象交于点  $C(1, 3)$ .

- (1) 求点  $A$  与点  $B$  的坐标.  
 (2) 当  $y_1 > y_2$  时, 求自变量  $x$  的取值范围(直接写出结果).  
 (3) 在  $y$  轴上是否存在一点  $P$ , 使得  $S_{\triangle APC} = S_{\triangle BPC}$ , 如果存在, 请求出点  $P$  的坐标; 如果不存在, 请说明理由.

