

绝密★启用前

# 济南市 2023 年九年级学业水平考试

## 数 学 试 题

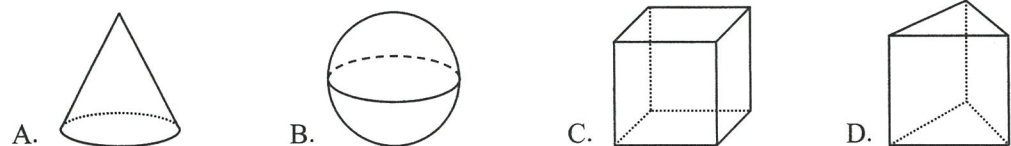
本试卷共 8 页，满分 150 分。考试时间为 120 分钟。

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号、座号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，用 0.5mm 黑色签字笔将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。每小题只有一个选项符合题目要求。

1. 下列几何体中，主视图是三角形的为

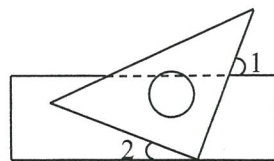


2. 2022 年我国粮食总产量再创新高，达 686530000 吨。将数字 686530000 用科学记数法表示为

- A.  $0.68653 \times 10^8$       B.  $6.8653 \times 10^8$   
C.  $6.8653 \times 10^7$       D.  $68.653 \times 10^7$

3. 如图，一块直角三角板的直角顶点放在直尺的一边上。如果  $\angle 1 = 70^\circ$ ，那么  $\angle 2$  的度数是

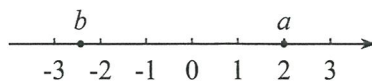
- A.  $20^\circ$   
B.  $25^\circ$   
C.  $30^\circ$   
D.  $45^\circ$



第 3 题图

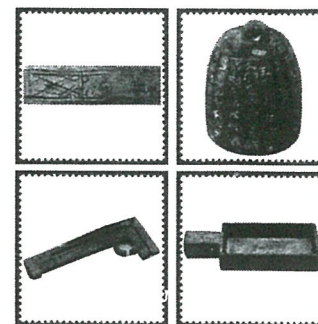
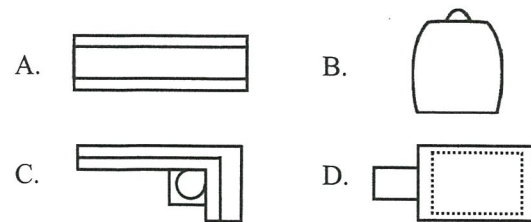
4. 实数  $a, b$  在数轴上对应点的位置如图所示，则下列结论正确的是

- A.  $ab > 0$   
B.  $a + b > 0$   
C.  $a + 3 < b + 3$   
D.  $-3a < -3b$



第 4 题图

5. 下图是度量衡工具汉尺、秦权、新莽铜卡尺和商鞅方升的示意图，其中既是轴对称图形又是中心对称图形的是



6. 下列运算正确的是

- A.  $a^2 \cdot a^4 = a^8$       B.  $a^4 - a^3 = a$   
C.  $(a^2)^3 = a^5$       D.  $a^4 \div a^2 = a^2$

7. 已知点  $A(-4, y_1)$ ,  $B(-2, y_2)$ ,  $C(3, y_3)$  都在反比例函数  $y = \frac{k}{x} (k < 0)$  的图象上，则  $y_1, y_2, y_3$  的大小关系为

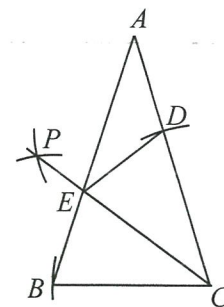
- A.  $y_3 < y_2 < y_1$       B.  $y_1 < y_3 < y_2$   
C.  $y_3 < y_1 < y_2$       D.  $y_2 < y_3 < y_1$

8. 从甲、乙、丙、丁 4 名同学中随机抽取 2 名同学参加图书节志愿服务活动，其中甲同学是女生，乙、丙、丁同学都是男生，被抽到的 2 名同学都是男生的概率为

- A.  $\frac{1}{3}$       B.  $\frac{1}{2}$       C.  $\frac{2}{3}$       D.  $\frac{3}{4}$

9. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $AB = AC$ ,  $\angle BAC = 36^\circ$ ，以点  $C$  为圆心，以  $BC$  为半径作弧交  $AC$  于点  $D$ ，再分别以  $B, D$  为圆心，以大于  $\frac{1}{2}BD$  的长为半径作弧，两弧相交于点  $P$ ，作射线  $CP$  交  $AB$  于点  $E$ ，连接  $DE$ 。以下结论不正确的是

- A.  $\angle BCE = 36^\circ$   
B.  $BC = AE$   
C.  $\frac{BE}{AC} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$   
D.  $\frac{S_{\triangle AEC}}{S_{\triangle BEC}} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$



第 9 题图

10. 定义：在平面直角坐标系中，对于点  $P(x_1, y_1)$ ，当点  $Q(x_2, y_2)$  满足  $2(x_1 + x_2) = y_1 + y_2$  时，称点  $Q(x_2, y_2)$  是点  $P(x_1, y_1)$  的“倍增点”。已知点  $P_1(1, 0)$ ，有下列结论：

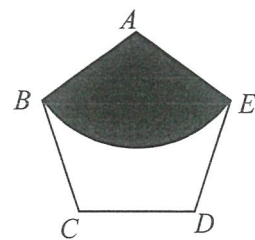
- ①点  $Q_1(3, 8)$ ， $Q_2(-2, -2)$  都是点  $P_1$  的“倍增点”；
- ②若直线  $y = x + 2$  上的点  $A$  是点  $P_1$  的“倍增点”，则点  $A$  的坐标为  $(2, 4)$ ；
- ③抛物线  $y = x^2 - 2x - 3$  上存在两个点是点  $P_1$  的“倍增点”；
- ④若点  $B$  是点  $P_1$  的“倍增点”，则  $P_1B$  的最小值是  $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ 。

其中，正确结论的个数是

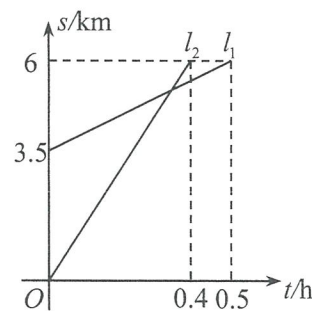
- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4

二、填空题：本题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分。直接填写答案。

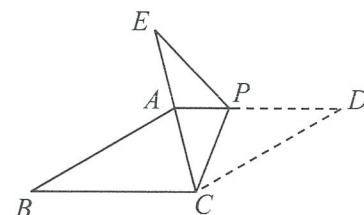
11. 因式分解： $m^2 - 16 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
12. 围棋起源于中国，棋子分黑白两色。一个不透明的盒子中装有 3 个黑色棋子和若干个白色棋子，每个棋子除颜色外都相同，任意摸出一个棋子，摸到黑色棋子的概率是  $\frac{1}{4}$ ，则盒中棋子的总个数是  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
13. 关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 4x + 2a = 0$  有实数根，则  $a$  的值可以是  $\underline{\hspace{2cm}}$ （写出一个即可）。
14. 如图，正五边形  $ABCDE$  的边长为 2，以  $A$  为圆心，以  $AB$  为半径作弧  $BE$ ，则阴影部分的面积为  $\underline{\hspace{2cm}}$ （结果保留  $\pi$ ）。
15. 学校提倡“低碳环保，绿色出行”，小明和小亮分别选择步行和骑自行车上学，两人各自从家同时同向出发，沿同一条路匀速前进。如图所示， $l_1$  和  $l_2$  分别表示两人到小亮家的距离  $s$  (km) 和时间  $t$  (h) 的关系，则出发  $\underline{\hspace{2cm}}$  h 后两人相遇。
16. 如图，将菱形纸片  $ABCD$  沿过点  $C$  的直线折叠，使点  $D$  落在射线  $CA$  上的点  $E$  处，折痕  $CP$  交  $AD$  于点  $P$ 。若  $\angle ABC = 30^\circ$ ， $AP = 2$ ，则  $PE$  的长等于  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



第 14 题图



第 15 题图



第 16 题图

三、解答题：本题共 10 小题，共 86 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 6 分)

计算： $|\sqrt{3}| + (\frac{1}{2})^{-1} + (\pi + 1)^0 - \tan 60^\circ$ 。

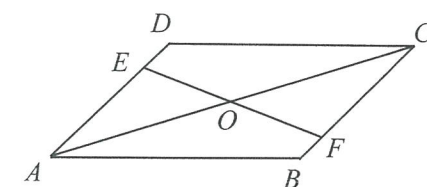
18. (本小题满分 6 分)

解不等式组： $\begin{cases} 2(x+2) > x+3, & ① \\ \frac{x}{3} < \frac{x+2}{5}. & ② \end{cases}$ ，并写出它的所有整数解。

19. (本小题满分 6 分)

已知：如图，点  $O$  为  $\square ABCD$  对角线  $AC$  的中点，过点  $O$  的直线与  $AD$ ， $BC$  分别相交于点  $E$ ， $F$ 。

求证： $DE = BF$ 。



第 19 题图

20. (本小题满分 8 分)

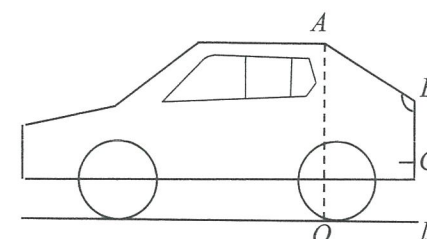
图 1 是某越野车的侧面示意图，折线段  $ABC$  表示车后盖，已知  $AB = 1$  m， $BC = 0.6$  m， $\angle ABC = 123^\circ$ ，该车的高度  $AO = 1.7$  m。如图 2，打开后备箱，车后盖  $ABC$  落在  $AB'C'$  处， $AB'$  与水平面的夹角  $\angle B'AD = 27^\circ$ 。



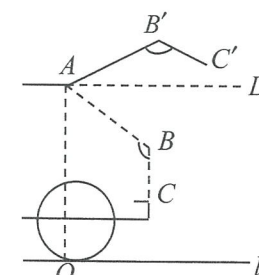
(1) 求打开后备箱后，车后盖最高点  $B'$  到地面  $l$  的距离；

(2) 若小琳爸爸的身高为 1.8 m，他从打开的车后盖  $C'$  处经过，有没有碰头的危险？请说明理由。

(结果精确到 0.01 m，参考数据： $\sin 27^\circ \approx 0.454$ ， $\cos 27^\circ \approx 0.891$ ， $\tan 27^\circ \approx 0.510$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ )



第 20 题 图 1



第 20 题 图 2

请将答案写在答题卡指定区域内



21. (本小题满分 8 分)

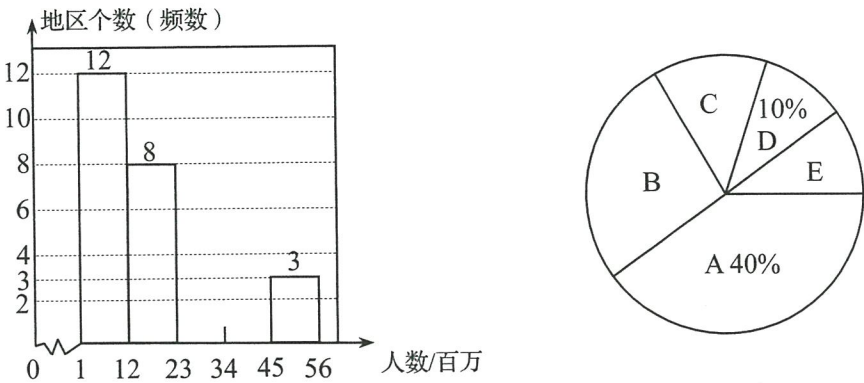
2023 年, 国内文化和旅游行业复苏势头强劲. 某社团对 30 个地区“五一”假期的出游人数进行了调查, 获得了它们“五一”假期出游人数 (出游人数用  $m$  表示, 单位: 百万) 的数据, 并对数据进行统计整理. 数据分成 5 组:

A 组:  $1 \leq m < 12$ ; B 组:  $12 \leq m < 23$ ; C 组:  $23 \leq m < 34$ ; D 组:  $34 \leq m < 45$ ; E 组:  $45 \leq m < 56$ .

下面给出了部分信息:

a. B 组的数据: 12, 13, 15, 16, 17, 17, 18, 20.

b. 不完整的“五一”假期出游人数的频数分布直方图和扇形统计图如下:



请根据以上信息完成下列问题:

- (1) 统计图中 E 组对应扇形的圆心角为\_\_\_\_\_度;
- (2) 请补全频数分布直方图;
- (3) 这 30 个地区“五一”假期出游人数的中位数是\_\_\_\_\_百万;
- (4) 各组“五一”假期的平均出游人数如下表:

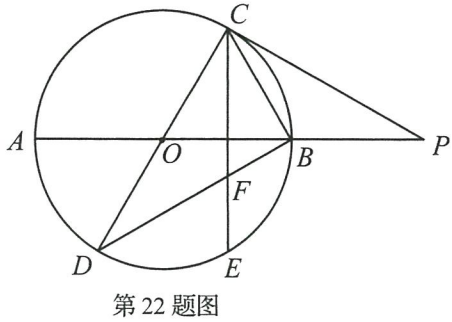
组别	A $1 \leq m < 12$	B $12 \leq m < 23$	C $23 \leq m < 34$	D $34 \leq m < 45$	E $45 \leq m < 56$
平均出游人数 (百万)	5.5	16	32.5	42	50

求这 30 个地区“五一”假期的平均出游人数.

22. (本小题满分 8 分)

如图,  $AB, CD$  为  $\odot O$  的直径,  $C$  为  $\odot O$  上一点, 过点  $C$  的切线与  $AB$  的延长线交于点  $P$ ,  $\angle ABC = 2\angle BCP$ , 点  $E$  是  $\widehat{BD}$  的中点, 弦  $CE, BD$  相交于点  $F$ .

- (1) 求  $\angle OCB$  的度数;
- (2) 若  $EF = 3$ , 求  $\odot O$  直径的长.



23. (本小题满分 10 分)

某校开设智能机器人编程的校本课程, 购买了 A, B 两种型号的机器人模型. A 型机器人模型单价比 B 型机器人模型单价多 200 元, 用 2000 元购买 A 型机器人模型和用 1200 元购买 B 型机器人模型的数量相同.

- (1) 求 A 型, B 型机器人模型的单价分别是多少元?
- (2) 学校准备再次购买 A 型和 B 型机器人模型共 40 台, 购买 B 型机器人模型不超过 A 型机器人模型的 3 倍, 且商家给出了两种型号机器人模型均打八折的优惠. 问购买 A 型和 B 型机器人模型各多少台时花费最少? 最少花费是多少元?

24. (本小题满分 10 分) 综合与实践

如图 1, 某兴趣小组计划开垦一个面积为  $8 \text{ m}^2$  的矩形地块  $ABCD$  种植农作物, 地块一边靠墙, 另外三边用木栏围住, 木栏总长为  $a \text{ m}$ .

【问题提出】

小组同学提出这样一个问题: 若  $a = 10$ , 能否围出矩形地块?

【问题探究】

小颖尝试从“函数图象”的角度解决这个问题:

设  $AB$  为  $x \text{ m}$ ,  $BC$  为  $y \text{ m}$ . 由矩形地块面积为  $8 \text{ m}^2$ , 得到  $xy = 8$ , 满足条件的  $(x, y)$  可看成是反比例函数  $y = \frac{8}{x}$  的图象在第一象限内点的坐标; 木栏总长为  $10 \text{ m}$ , 得到  $2x + y = 10$ , 满足条件的  $(x, y)$  可看成一次函数  $y = -2x + 10$  的图象在第一象限内点的坐标, 同时满足这两个条件的  $(x, y)$  就可以看成两个函数图象交点的坐标.

如图 2, 反比例函数  $y = \frac{8}{x}$  ( $x > 0$ ) 的图象与直线  $l_1: y = -2x + 10$  的交点坐标为  $(1, 8)$  和  $(4, 2)$ , 因此, 木栏总长为  $10 \text{ m}$  时, 能围出矩形地块, 分别为:  $AB = 1 \text{ m}$ ,  $BC = 8 \text{ m}$ ; 或  $AB = 4 \text{ m}$ ,  $BC = 2 \text{ m}$ .

(1) 根据小颖的分析思路, 完成上面的填空.

【类比探究】

(2) 若  $a = 6$ , 能否围出矩形地块? 请仿照小颖的方法, 在图 2 中画出一条函数图象并说明理由.

【问题延伸】

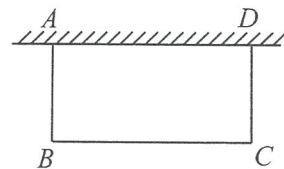
当木栏总长为  $a \text{ m}$  时, 小颖建立了一次函数  $y = -2x + a$ . 发现直线  $y = -2x + a$  可以看成是直线  $y = -2x$  通过平移得到的, 在平移过程中, 当过点  $(2, 4)$  时, 直线  $y = -2x + a$  与反比例函数  $y = \frac{8}{x}$  ( $x > 0$ ) 的图象有唯一交点.

(3) 请在图 2 中画出直线  $y = -2x + a$  过点  $(2, 4)$  时的图象, 并求出  $a$  的值.

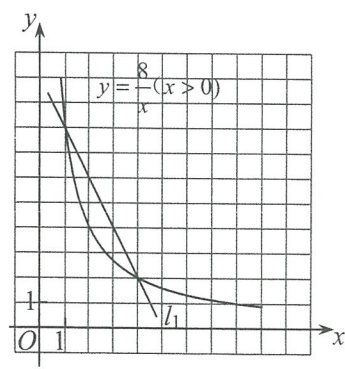
【拓展应用】

小颖从以上探究中发现“能否围成矩形地块问题”可以转化为“ $y = -2x + a$  与  $y = \frac{8}{x}$  图象在第一象限内交点的存在问题”.

(4) 若要围出满足条件的矩形地块, 且  $AB$  和  $BC$  的长均不小于  $1 \text{ m}$ , 请直接写出  $a$  的取值范围.



第 24 题 图 1



第 24 题 图 2

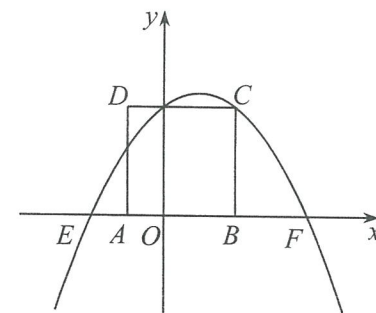
25. (本小题满分 12 分)

在平面直角坐标系  $xOy$  中, 正方形  $ABCD$  的顶点  $A, B$  在  $x$  轴上,  $C(2, 3)$ ,  $D(-1, 3)$ . 抛物线  $y = ax^2 - 2ax + c$  ( $a < 0$ ) 与  $x$  轴交于点  $E(-2, 0)$  和点  $F$ .

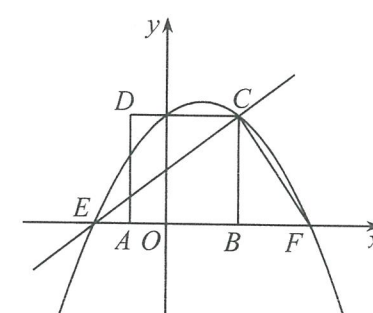
(1) 如图 1, 若抛物线过点  $C$ , 求抛物线的表达式和点  $F$  的坐标;

(2) 如图 2, 在 (1) 的条件下, 连接  $CF$ , 作直线  $CE$ , 平移线段  $CF$ , 使点  $C$  的对应点  $P$  落在直线  $CE$  上, 点  $F$  的对应点  $Q$  落在抛物线上, 求点  $Q$  的坐标;

(3) 若抛物线  $y = ax^2 - 2ax + c$  ( $a < 0$ ) 与正方形  $ABCD$  恰有两个交点, 求  $a$  的取值范围.



第 25 题 图 1



第 25 题 图 2

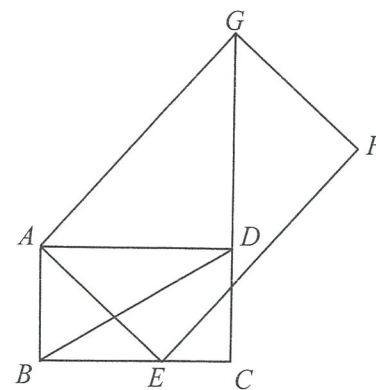
26. (本小题满分 12 分)

在矩形  $ABCD$  中,  $AB = 2$ ,  $AD = 2\sqrt{3}$ , 点  $E$  在边  $BC$  上, 将射线  $AE$  绕点  $A$  逆时针旋转  $90^\circ$ , 交  $CD$  延长线于点  $G$ , 以线段  $AE$ ,  $AG$  为邻边作矩形  $AEFG$ .

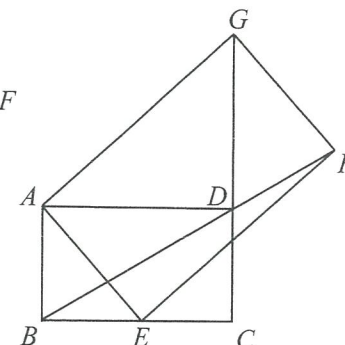
(1) 如图 1, 连接  $BD$ , 求  $\angle BDC$  的度数和  $\frac{DG}{BE}$  的值;

(2) 如图 2, 当点  $F$  在射线  $BD$  上时, 求线段  $BE$  的长;

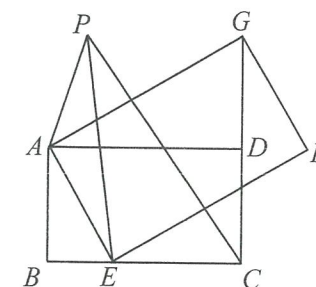
(3) 如图 3, 当  $EA = EC$  时, 在平面内有一动点  $P$ , 满足  $PE = EF$ , 连接  $PA$ ,  $PC$ , 求  $PA + PC$  的最小值.



第 26 题 图 1



第 26 题 图 2



第 26 题 图 3



济南市 2023 年九年级学业水平考试  
数学试题参考答案及评分意见

一、选择题：本题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	B	A	D	A	D	C	B	C	C

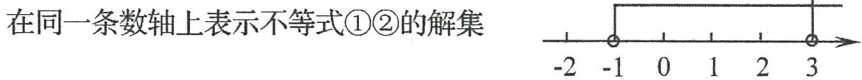
二、填空题：本题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分.

11.  $(m+4)(m-4)$
12. 12
13.  $a \leq 2$  的一个实数
14.  $\frac{6\pi}{5}$
15. 0.35
16.  $\sqrt{2}+\sqrt{6}$

三、解答题：本题共 10 小题，共 86 分.

17. 解：原式 =  $\sqrt{3} + 2 + 1 - \sqrt{3}$  ..... 4 分  
= 3 ..... 6 分

18. 解：解不等式①，得  $x > -1$  ..... 2 分  
解不等式②，得  $x < 3$  ..... 4 分



- 原不等式组的解集是  $-1 < x < 3$  ..... 5 分  
 $\therefore$  整数解为 0, 1, 2 ..... 6 分

19. 证明： $\because$  四边形  $ABCD$  是平行四边形 ..... 2 分  
 $\therefore AD = BC, AD \parallel BC$  ..... 2 分  
 $\therefore \angle EAO = \angle FCO, \angle OEA = \angle OFC$  ..... 3 分  
 $\because$  点  $O$  为对角线  $AC$  的中点  
 $\therefore AO = CO$   
 $\therefore \triangle AOE \cong \triangle COF$  ..... 4 分  
 $\therefore AE = CF$  ..... 5 分  
 $\therefore AD - AE = BC - CF$   
 $\therefore DE = BF$  ..... 6 分

20. 解：(1) 如答案图，作  $B'E \perp AD$ ，垂足为点  $E$  ..... 1 分

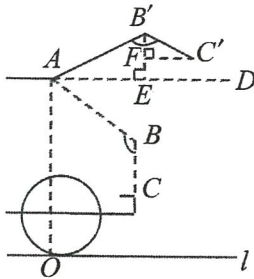
在  $Rt\triangle AB'E$  中  
 $\because \angle B'AD = 27^\circ, AB' = AB = 1$   
 $\therefore \sin 27^\circ = \frac{B'E}{AB'}$

$\therefore B'E = AB' \sin 27^\circ \approx 1 \times 0.454 = 0.454$  ..... 2 分  
 $\because$  平行线间的距离处处相等  
 $\therefore B'E + AO = 0.454 + 1.7 = 2.154 \approx 2.15$

答：车后盖最高点  $B'$  到地面的距离为 2.15m ..... 3 分

(2) 如答案图，没有危险，理由如下： ..... 4 分

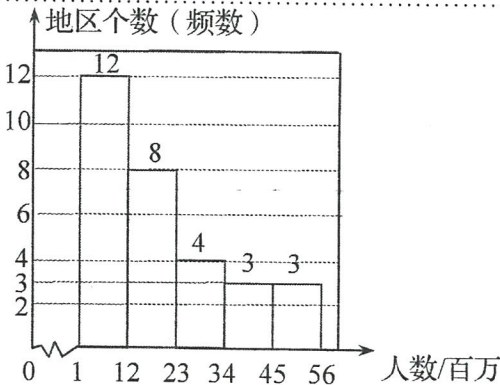
过  $C'$  作  $C'F \perp B'E$ ，垂足为点  $F$   
 $\because \angle B'AD = 27^\circ, \angle B'EA = 90^\circ$   
 $\therefore \angle AB'E = 63^\circ$   
 $\because \angle AB'C' = \angle ABC = 123^\circ$   
 $\therefore \angle C'B'F = \angle AB'C' - \angle AB'E = 60^\circ$  ..... 5 分  
在  $Rt\triangle B'FC'$  中， $B'C' = BC = 0.6$   
 $\therefore B'F = B'C' \cdot \cos 60^\circ = 0.3$  ..... 6 分  
 $\because$  平行线间的距离处处相等  
 $\therefore C'$  到地面的距离为  $2.15 - 0.3 = 1.85$  ..... 7 分  
 $\because 1.85 > 1.8$   
 $\therefore$  没有危险 ..... 8 分



第 20 题 答案图

21. 解：(1) 36 ..... 1 分

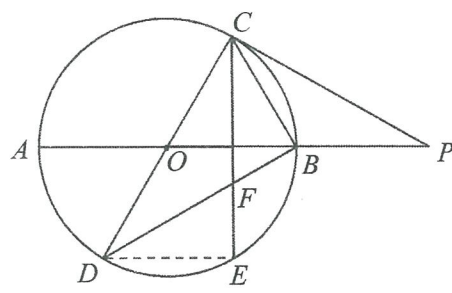
(2)



- (3) 15.5 ..... 3 分  
(4)  $\frac{5.5 \times 12 + 16 \times 8 + 32.5 \times 4 + 42 \times 3 + 50 \times 3}{30} = 20$  (百万) ..... 5 分

答：这 30 个地区“五一”假期的平均出游人数是 20 百万. .... 8 分

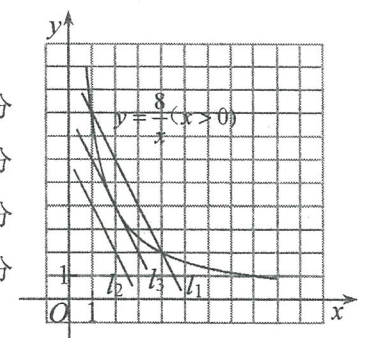
22. 解: (1)  $\because PC$  与  $\odot O$  相切于点  $C$   
 $\therefore OC \perp PC$  ..... 1 分  
 $\therefore \angle OCB + \angle BCP = 90^\circ$   
 $\because OB = OC$   
 $\therefore \angle OCB = \angle OBC$  ..... 2 分  
 $\because \angle ABC = 2\angle BCP$   
 $\therefore \angle OCB = 2\angle BCP$   
 $\therefore 3\angle BCP = 90^\circ$   
 $\therefore \angle BCP = 30^\circ$   
 $\therefore \angle OCB = 60^\circ$  ..... 3 分  
(2) 如答案图, 连接  $DE$  ..... 4 分  
 $\because CD$  是直径  
 $\therefore \angle DEC = 90^\circ$  ..... 5 分  
 $\because$  点  $E$  是  $\widehat{BD}$  的中点  
 $\therefore \widehat{DE} = \widehat{EB}$   
 $\therefore \angle DCE = \angle ECB = \angle FDE = \frac{1}{2} \angle DCB = 30^\circ$  ..... 6 分  
在  $Rt\triangle FDE$  中,  $EF = 3$ ,  $\angle FDE = 30^\circ$   
 $\therefore DE = \frac{EF}{\tan 30^\circ} = 3\sqrt{3}$  ..... 7 分  
在  $Rt\triangle DEC$  中,  $\angle DCE = 30^\circ$   
 $CD = 2DE = 6\sqrt{3}$   
 $\therefore \odot O$  的直径的长为  $6\sqrt{3}$  ..... 8 分



第 22 题答案图

23. 解: (1) 设 A 型编程机器人模型单价是  $x$  元, B 型编程机器人模型单价是  $(x - 200)$  元.  
 根据题意, 得 ..... 1 分  

$$\frac{2000}{x} = \frac{1200}{x - 200}$$
 ..... 3 分  
 解这个方程, 得  
 $x = 500$   
 经检验,  $x = 500$  是原方程的根. .... 4 分  
 $x - 200 = 300$   
 答: A 型编程机器人模型单价是 500 元, B 型编程机器人模型单价是 300 元. .... 5 分  
 (2) 设购买 A 型编程机器人模型  $m$  台, 购买 B 型编程机器人模型  $(40 - m)$  台,  
 购买 A 型和 B 型编程机器人模型共花费  $w$  元, 由题意得 ..... 6 分  
 $40 - m \leq 3m$  解得  $m \geq 10$  ..... 7 分  
 $w = 500 \times 0.8 \cdot m + 300 \times 0.8 \cdot (40 - m)$   
 $w = 160m + 9600$  ..... 8 分  
 $\because 160 > 0$   
 $\therefore w$  随  $m$  的减小而减小.  
 当  $m = 10$  时,  $w$  取得最小值 11200 ..... 9 分  
 $40 - m = 30$   
 答: 购买 A 型机器人模型 10 台和 B 型机器人模型 30 台时花费最少,  
 最少花费是 11200 元. .... 10 分  
 24. 解: (1)  $(4, 2)$ ; 4; 2 ..... 3 分  
 (2) 不能围出 ..... 4 分  
 $y = -2x + 6$  的图象, 如答案图中  $l_2$  所示 ..... 5 分  
 $\because l_2$  与函数  $y = \frac{8}{x}$  图象没有交点  
 $\therefore$  不能围出面积为  $8m^2$  的矩形 ..... 6 分  
 (3) 如答案图中直线  $l_3$  所示 ..... 7 分  
 将点  $(2, 4)$  代入  $y = -2x + a$ , 解得  $a = 8$  ..... 8 分  
 (4)  $8 \leq a \leq 17$  ..... 10 分



第 24 题答案图

25. 解: (1)  $\because$  抛物线  $y = ax^2 - 2ax + c$  过点  $C(2, 3)$ ,  $E(-2, 0)$

$$\text{得} \begin{cases} 4a - 4a + c = 3 \\ 4a + 4a + c = 0 \end{cases} \dots\dots\dots 2 \text{分}$$

$$\text{解得} \begin{cases} a = -\frac{3}{8} \\ c = 3 \end{cases}$$

$$\therefore \text{抛物线表达式为 } y = -\frac{3}{8}x^2 + \frac{3}{4}x + 3 \dots\dots\dots 3 \text{分}$$

$$\text{当 } y = 0 \text{ 时, } -\frac{3}{8}x^2 + \frac{3}{4}x + 3 = 0$$

$$\text{解得 } x_1 = -2 \text{ (舍去)}, x_2 = 4$$

$$\therefore F(4, 0) \dots\dots\dots 4 \text{分}$$

(2) 设直线  $CE$  的表达式为  $y = kx + b$

$\because$  直线过点  $C(2, 3)$ ,  $E(-2, 0)$

$$\text{得} \begin{cases} 2k + b = 3 \\ -2k + b = 0 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = \frac{3}{4} \\ b = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\therefore \text{直线 } CE \text{ 的表达式为 } y = \frac{3}{4}x + \frac{3}{2} \dots\dots\dots 5 \text{分}$$

如答案图 1, 设点  $Q(t, -\frac{3}{8}t^2 + \frac{3}{4}t + 3)$ , 则点  $Q$  向左平移 2 个单位, 向上平移 3 个单位得

到点  $P(t-2, -\frac{3}{8}t^2 + \frac{3}{4}t + 6)$   $\dots\dots\dots 6 \text{分}$

将  $P(t-2, -\frac{3}{8}t^2 + \frac{3}{4}t + 6)$  代入  $y = \frac{3}{4}x + \frac{3}{2}$

解得  $t_1 = -4$ ,  $t_2 = 4$  (舍去)

$\therefore Q$  点坐标为  $(-4, -6)$   $\dots\dots\dots 8 \text{分}$

(3) 将  $E(-2, 0)$  代入  $y = ax^2 - 2ax + c$  得  $c = -8a$

$$\therefore y = ax^2 - 2ax - 8a = a(x-1)^2 - 9a$$

$\therefore$  顶点坐标为  $(1, -9a)$

如答案图 2, ①当抛物线顶点在正方形内部时, 与正方形有两个交点

$$\therefore \begin{cases} -9a < 3 \\ -9a > 0 \end{cases}$$

$$\text{解得 } -\frac{1}{3} < a < 0; \dots\dots\dots 10 \text{分}$$

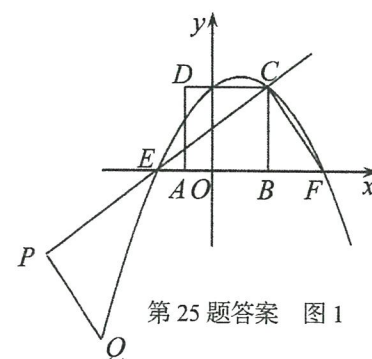
如答案图 3, ②当抛物线与直线  $BC$  交点在点  $C$  上方, 且与直线  $AD$  交点在点  $D$  下方时,

与正方形有两个交点

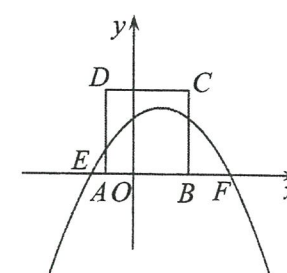
$$\begin{cases} a \times 2^2 - 2a \times 2 - 8a > 3 \\ a \times (-1)^2 - 2a \times (-1) - 8a < 3 \end{cases}$$

$$\text{解得 } -\frac{3}{5} < a < -\frac{3}{8}$$

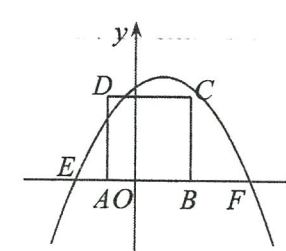
综上所述,  $a$  的取值范围为  $-\frac{1}{3} < a < 0$  或  $-\frac{3}{5} < a < -\frac{3}{8}$   $\dots\dots\dots 12 \text{分}$



第 25 题答案 图 1



第 25 题答案 图 2

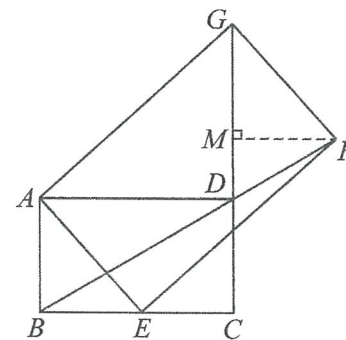


第 25 题答案 图 3

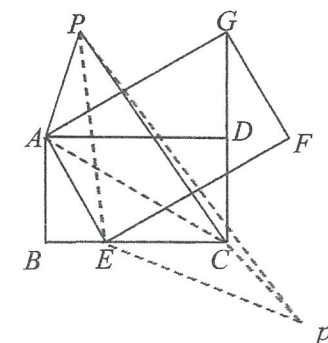


26. 解: (1)  $\because$  矩形  $ABCD$  中,  $AB=2$ ,  $AD=2\sqrt{3}$   
 $\therefore \angle C=90^\circ$ ,  $CD=AB=2$ ,  $BC=AD=2\sqrt{3}$   
 $\therefore \tan \angle BDC = \frac{BC}{DC} = \sqrt{3}$   
 $\therefore \angle BDC = 60^\circ$  ..... 1 分  
 由矩形  $ABCD$  和矩形  $AEFG$  可得,  $\angle ABE = \angle BAD = \angle EAG = \angle ADG = 90^\circ$   
 $\therefore \angle EAG - \angle EAD = \angle BAD - \angle EAD$ , 即  $\angle DAG = \angle BAE$  ..... 2 分  
 $\therefore \triangle ADG \sim \triangle ABE$  ..... 3 分  
 $\therefore \frac{DG}{BE} = \frac{AD}{AB} = \sqrt{3}$  ..... 4 分
- (2) 如答案图 1, 过点  $F$  作  $FM \perp CG$  于点  $M$   
 由矩形  $ABCD$  和矩形  $AEFG$  可得,  $\angle ABE = \angle AGF = \angle ADG = 90^\circ$   
 $AE = GF$ , ..... 5 分  
 $\therefore \angle BAE = \angle DAG = \angle CGF$ ,  $\angle ABE = \angle GMF = 90^\circ$   
 $\therefore \triangle ABE \cong \triangle GMF$   
 $\therefore BE = MF$ ,  $AB = GM = 2$  ..... 6 分  
 $\therefore \angle MDF = \angle BDC = 60^\circ$ ,  $FM \perp CG$   
 $\therefore \tan \angle MDF = \tan 60^\circ = \frac{MF}{MD} = \sqrt{3}$   
 $\therefore MF = \sqrt{3} MD$   
 设  $DM = x$ , 则  $BE = MF = \sqrt{3}x$  ..... 7 分  
 $\therefore DG = GM + MD = 2 + x$   
 $\therefore \frac{DG}{BE} = \sqrt{3}$   
 $\therefore \frac{2+x}{\sqrt{3}x} = \sqrt{3}$ , 解得  $x=1$   
 $\therefore BE = \sqrt{3}x = \sqrt{3}$  ..... 8 分

- (3) 如答案图 2, 连接  $AC$   
 $\because$  矩形  $ABCD$  中,  $AD=BC=2\sqrt{3}$ ,  $AB=2$   
 $\therefore$  则  $\angle ACB = 30^\circ$ ,  $AC = 2AB = 4$   
 $\because EA = EC$   
 $\therefore \angle EAC = \angle ACE = 30^\circ$ ,  $\angle AEC = 120^\circ$  ..... 9 分  
 $\therefore \angle ACG = \angle GAC = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$   
 $\therefore \triangle AGC$  是等边三角形,  $AG = AC = 4$   
 $\therefore PE = EF = AG = 4$  ..... 10 分  
 将  $\triangle AEP$  绕点  $E$  顺时针旋转  $120^\circ$ ,  $EA$  与  $EC$  重合, 得到  $\triangle CEP'$   
 $\therefore PA = P'C$ ,  $\angle PEP' = 120^\circ$ ,  $EP = EP' = 4$  ..... 11 分  
 $\therefore PP' = \sqrt{3}PE = 4\sqrt{3}$   
 $\therefore$  当点  $P, C, P'$  三点共线时,  $PA+PC$  的值最小, 此时为  $PA+PC = PP' = 4\sqrt{3}$  ..... 12 分



第 26 题答案 图 1



第 26 题答案 图 2