

二〇二二学年第一学期九年级期末测评数学卷

参考答案及评分标准

一、选择题（每小题 4 分，共 40 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	B	A	D	A	C	B	A	C	D

第 10 题详细解答：由题意知 $EF=FG=EH=GH=1$, $AE=FB=DH=2$, $\therefore S_1 =$

$$S_3 = S_2 + S_4 = 2S_4, \therefore \frac{2(1+PE)}{2} = 3PE \quad \therefore PE = 0.5 = GQ$$

$$\because \triangle PHT \sim \triangle QGT, \therefore \frac{GT}{HT} = \frac{GQ}{PH} = \frac{0.5}{0.5+1} = \frac{1}{3} \quad \therefore GT = \frac{1}{4}GH = 0.25$$

$$\therefore TQ = \sqrt{0.5^2 + 0.25^2} = \frac{\sqrt{5}}{4} \quad GH = \frac{1}{4}$$

二、填空题（每小题 5 分，共 30 分）

11. 120

12. $\frac{24}{25}$

13. $y = 2(x-4)^2 + 5$

14. $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$

15. $\sqrt{5}$ 或 5

16. 116

（阅卷说明：第 15 题 1 个答案得 3 分，2 个答案得 5 分，错解不得分。）

第 16 题详细解答：取 GF 的中点 O ，连接 OM , OD , DM .

\because 四边形 $DEFG$ 是矩形, $\therefore \angle DGO = 90^\circ$, $DG = EF = 4$,

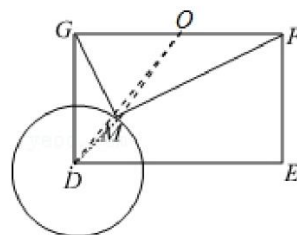
$$FG = DE = 6, \quad \therefore MG^2 + MF^2 = 2GO^2 + 2OM^2,$$

$\because OG = OF = 3$, $\therefore OM$ 的值最大时, $MG^2 + MF^2$ 的值最大,

$$\because DM = 2, OD = \sqrt{DG^2 + OG^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$

$$\therefore OM \leq OD + DM = 5 + 2 = 7, \therefore OM \text{ 的最大值为 } 7,$$

$$\therefore MG^2 + MF^2 \text{ 的最大值} = 2 \times 3^2 + 2 \times 7^2 = 116$$



三、解答题（本大题有 8 小题，共 80 分）

17. (1) $3\tan 30^\circ + 6\cos^2 45^\circ - 2\sin 60^\circ = 3 \times \frac{\sqrt{3}}{3} + 6 \times \frac{1}{2} - 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

$= 3 \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

(2) 设 $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = k, \therefore x = 2k, y = 3k \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

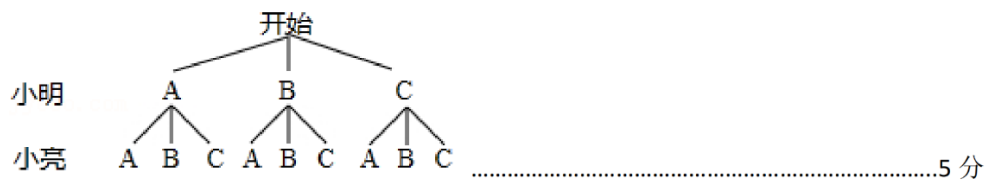
原式 $= \frac{5 \times 2k - 2 \times 3k}{2k + 2 \times 3k} \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

$= \frac{4k}{8k} = \frac{1}{2} \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$

18. 解：（1） \because 共有三张卡片，分别是 A, B, C 三个标号，

\therefore 班长在这三种卡片中随机抽到标号为 B 的概率为 $\frac{1}{3}$2 分

（2）画树状图如下：



\therefore 小明和小亮两位同学抽到的卡片是不同“抗疫”英雄标号的概率为 $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$8 分

19. 解：（1）如图 1 中，线段 OD 即为所求2 分

$$\frac{OD}{BC} = \frac{1}{2} \text{.....3 分}$$

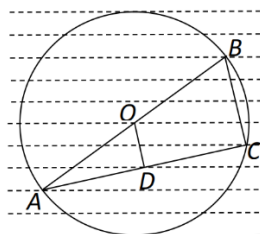


图 1

（2）如图 2 中，线段 AE 即为所求..... 5 分

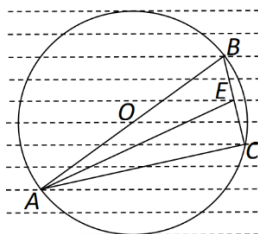


图 2

（3）如图 2 中，线段 BF 即为所求8 分

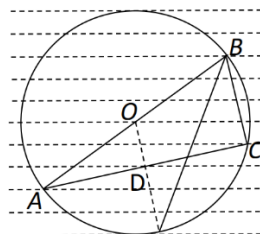


图 3

20. 解：（1）由题意得： $BC=60 \times 10=600$ （m）1 分

$\angle BCE=45^\circ$ ， $\angle BAE=60^\circ$ ，

在 $Rt\triangle CBE$ 中， $BE=BC \cdot \sin 45^\circ = 600 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 300\sqrt{2}$ （m）4 分

（2） $CE=BE=300\sqrt{2}$ （m）5 分

在 $Rt\triangle BAE$ 中， $AE=\frac{BE}{\tan 60^\circ}=\frac{300\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=100\sqrt{6}$ （m）7 分

$\therefore AC=CE-AE=(300\sqrt{2}-100\sqrt{6})$ m9 分

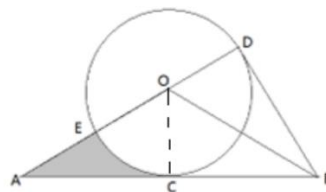
\therefore 安保人员与假人之间 AC 的距离为 $(300\sqrt{2}-100\sqrt{6})$ m.10 分

21. （1） BD 与 $\odot O$ 相切.

理由：连结 OC ， $\because AB$ 切 $\odot O$ 于点 $C \therefore OC \perp AB$ 1 分

$\because OD=OC, OB=OB, BD=BC \therefore \triangle ODB \cong \triangle OCB$ 3 分

$\therefore \angle ODB = \angle OCB = 90^\circ \therefore BD$ 与 $\odot O$ 相切5 分



（2） $\because \angle ODB = 90^\circ, OA=OB, \triangle ODB \cong \triangle OCB$

$\therefore \angle A = \angle OBA = \angle OBD = 30^\circ$ 6 分

$\because \angle OCA = 90^\circ, OC=2 \therefore AC=2\sqrt{3} \quad \angle AOC=60^\circ$

$\therefore S_{\triangle OAC} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ 7 分

$S_{\text{扇形}OCE} = \frac{60\pi \times 4}{360} = \frac{2\pi}{3}$ 8 分

$\therefore S_{\text{阴影}} = 2\sqrt{3} - \frac{2\pi}{3}$ 10 分

22. 解：（1）设 y 与 x 的函数解析式为 $y=kx+b$,

将 $(12, 28)$ 、 $(15, 25)$ 代入，得： $\begin{cases} 12k+b=28 \\ 15k+b=25 \end{cases}$ ，解得： $\begin{cases} k=-1 \\ b=40 \end{cases}$ 3 分

所以 y 与 x 的函数解析式为 $y=-x+40$ ($10 \leq x \leq 30$)；5 分

（2）根据题意知， $W=(x-10)y=(x-10)(-x+40)=-x^2+50x-400$

$=-(x-25)^2+225$ ，8 分

$\because a=-1 < 0, \therefore$ 当 $x=25$ 时， W 取得最大值，最大值为 225，9 分

答：每件销售价为 25 元时，每天的销售利润最大，最大利润是 225 元.10 分

23. (1) 填空: $b = -1$ 1 分

该抛物线的“倍系直线”的函数表达式为 $y = \frac{1}{2}x + 1$ 2 分

点 C 的坐标为 $(8, 5)$ 4 分

(2) $\because BD \parallel AO$ $B(0, -3)$, 抛物线的对称轴是 $x = 2 \therefore D(4, -3)$ 5 分

$\because DM \parallel y$ 轴, $\therefore x_M = 4$, 把 $x = 4$ 代入 $y = \frac{1}{2}x + 1$ 中, 得 $y = 3, \therefore M(4, 3)$ 6 分

$\because A(-2, 0) \therefore \tan \angle MAO = \frac{3-1}{6-2}, \tan \angle DAO = \frac{3-1}{6-2}$ 7 分

$\therefore \tan \angle MAO = \tan \angle DAO \therefore \angle MAO = \angle DAO$ 8 分

$\therefore AO$ 平分 $\angle CAD$

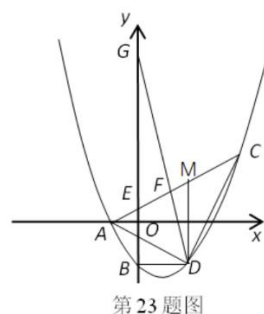
(3) $\because E(0, -1), M(4, 3) \therefore C(8, 5) \therefore EM = CM$

$\therefore \frac{FE}{FM} = \frac{2}{1}, \therefore \frac{CM}{FM} = \frac{3}{1}$ 9 分

$\because DM \parallel GE \therefore \triangle GEF \sim \triangle DMF \therefore \frac{S_{\triangle GEF}}{S_{\triangle DMF}} = \frac{4}{1}$ 10 分

$\therefore \frac{CM}{FM} = \frac{3}{1} \therefore \frac{S_{\triangle CDM}}{S_{\triangle DMF}} = \frac{3}{1}$ 11 分

$\therefore \frac{S_{\triangle GEF}}{S_{\triangle CDF}} = 1$ 12 分



第 23 题图

24. (1) 若 $AC = BD = 4$, 则 $\angle BDC = 45^\circ$ 度, 四边形 ABCD 的面积为 8 4 分

(2) 延长 BM 交 $\odot O$ 于点 E, 连结 DE

$\because \angle A = \angle E, \angle AMB = \angle EMD \therefore \triangle AMB \sim \triangle EMD$

$\therefore \frac{AM}{EM} = \frac{BM}{DM} \therefore BM \cdot EM = AM \cdot DM$ 5 分

$\because OM \perp BM \therefore BM = EM$ 6 分

$\therefore BM^2 = AM \cdot DM$ 7 分

(3) 解: ① 设 $AE = x, \because \angle AEB = \angle DEC = 90^\circ, \angle BAC = \angle BDC,$

$\therefore \triangle ABE \sim \triangle DCE. \therefore \frac{AE}{DE} = \frac{BE}{CE} = \frac{AB}{CD} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$DE = \sqrt{3}AE = \sqrt{3}x. \because BD = 4, \therefore BE = 4 - \sqrt{3}x.$

$\therefore x^2 + (4 - \sqrt{3}x)^2 = (2\sqrt{3})^2.$ 解得: $x = \sqrt{3} \pm \sqrt{2}.$

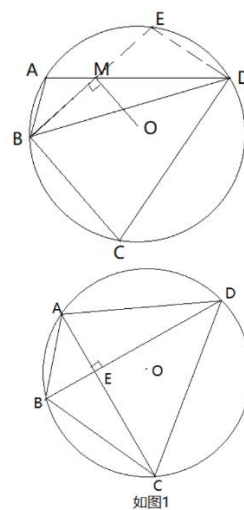
\because 当 $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ 时, $DE = \sqrt{3}x = 3 + \sqrt{6} > 4$ (舍去)

$\therefore x = \sqrt{3} - \sqrt{2}. \therefore BE = 4 - \sqrt{3}(\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 1 + \sqrt{6}.$

$\therefore CE = \sqrt{3}BE = \sqrt{3} + 3\sqrt{2}$

$\therefore AC = AE + CE = 3\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{3} - \sqrt{2} = 2\sqrt{3} + 2\sqrt{2};$ 11 分

② $\tan \angle ABP = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 14 分



如图1

思路：设 AB 的长度为 a ， $AE=x$ ， $\because \triangle ABE \sim \triangle DCE$ 。

$$\therefore DE = \sqrt{3}AE = \sqrt{3}x. \quad \therefore BE = 4 - \sqrt{3}x.$$

$$\therefore x^2 + (4 - \sqrt{3}x)^2 = a^2 \quad x^2 - 8\sqrt{3}x + 16 - a^2 = 0$$

$$\therefore \Delta = (-8\sqrt{3})^2 - 16(16 - a^2) \geq 0, \quad \therefore a^2 \geq 4. \quad \because a > 0,$$

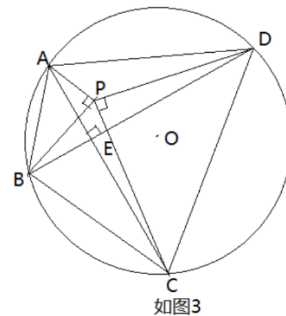
$\therefore a \geq 2$ ， $\therefore a$ 有最小值 2。即 AB 的长度最小值为 2。

$$\therefore x^2 + (4 - \sqrt{3}x)^2 = 2^2 \quad \text{解得：} x = \sqrt{3}, \quad \therefore DE = 3 \quad \therefore BE = 1 \quad \therefore CE = \sqrt{3}BE = \sqrt{3}$$

$$\therefore AC = AE + CE = 2\sqrt{3}. \quad \because \angle APB = \angle CPD = 90^\circ, \quad \therefore \angle APC = \angle BPD$$

$$\because \angle APB = \angle AEB = 90^\circ, \quad \therefore \angle PAC = \angle PBD \quad \therefore \triangle APC \sim \triangle BPD,$$

$$\therefore \tan \angle ABP = \frac{AP}{BP} = \frac{AC}{BD} = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$



如图3