

# 数 学

## 快速对答案

一、选择题(每小题3分,共30分)

1~5 CBCAD 6~10 BCADD

二、填空题(每小题3分,共15分)

11. -2 12.  $y=x+1$ (答案不唯一) 13.  $\frac{1}{6}$  14.  $\frac{2}{3}\pi$  15. 2 或  $3-\sqrt{3}$

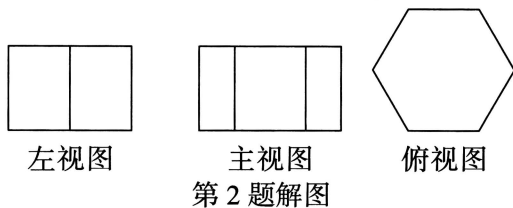
三、解答题 16~23 题请看“详解详析”P16~P19

## 详解详析

一、选择题(每小题3分,共30分)

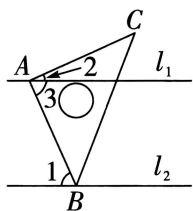
1. C 【解析】负数的绝对值是它的相反数,正数的绝对值是它本身,0的绝对值是0,故本题正确答案选C.

2. B 【解析】该茶叶盒的三视图如解图所示,故正确答案选B.



3. C 【解析】 $\because 6 \text{ 万亿} = 6 \times 10^4 \times 10^8 = 6 \times 10^{12}$ ,  $\therefore n = 12$ .

4. A 【解析】如解图,  $\because l_1 \parallel l_2$ ,  $\therefore \angle 1 = \angle 3 = 66^\circ$ ,  $\therefore \angle 2 + \angle 3 = 90^\circ$ ,  $\therefore \angle 2 = 90^\circ - \angle 3 = 24^\circ$ , 故正确答案选A.



5. D 【解析】A.  $3a-a=2a \neq 3$ , A选项错误; B.  $(x+2y)(x-2y) = x^2 - 4y^2 \neq x^2 - 2y^2$ , B选项错误; C.  $(a^3)^2 = a^6 \neq a^5$ , C选项错误; D.  $\sqrt{12} - \sqrt{3} = \sqrt{3}$ , D选项正确,故正确答案选D.

6. B 【解析】两张纸条对边平行,四边形ABCD是平行四边形,  $\therefore AD=BC, AB=CD$ , 但转动的过程中,长度在改变,  $\therefore$  四边形的周长和面积都会发生变化, 故①错误,②正确,③正确,④错误.

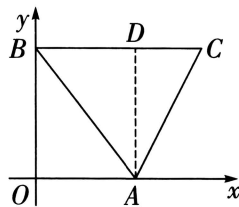
7. C 【解析】学生甲最终的综合成绩为  $94 \times \frac{5}{5+2+3} +$

$$80 \times \frac{2}{5+2+3} + 90 \times \frac{3}{5+2+3} = 90 \text{ (分)}.$$

8. A 【解析】根据新定义的运算可知  $x \ast 3 = -m$ , 即  $x^2 + 3x + m = 0$ ,  $\therefore$  方程有两个不相等的实数根,  $\therefore \Delta = 3^2 - 4m > 0$ , 即  $m < \frac{9}{4}$ , 结合选项可知, 正确答案选A.

**命题立意** 本题是一个即时学习问题, 给出一个新定义, 结合新定义的运算方法考查一元二次方程根的判别式与根的关系, 学生在解答时先要理解新的运算法则, 在考查学生基础知识的同时, 又考查了学生的阅读理解能力和现场学习能力.

9. D 【解析】如解图, 过点A作  $AD \perp BC$  于点D, 设  $BD=a$ , 在  $\text{Rt} \triangle ABD$  中,  $AD^2 = AB^2 - BD^2 = 5^2 - a^2$ ,  $\because BC=5$ ,  $\therefore CD=BC-BD=5-a$ , 在  $\text{Rt} \triangle ACD$  中,  $AD^2 = AC^2 - CD^2 = (2\sqrt{5})^2 - (5-a)^2$ ,  $\therefore 5^2 - a^2 = (2\sqrt{5})^2 - (5-a)^2$ , 解得  $a=3$ ,  $\therefore BD=3, AD=4$ ,  $\because BC \parallel x$  轴,  $AD \perp BC$ ,  $\angle AOB = 90^\circ$ ,  $\therefore \angle AOB = \angle OAD = \angle ADB = 90^\circ$ ,  $\therefore$  四边形OADB为矩形,  $\therefore OA=BD=3, OB=AD=4$ , 当点A与点O重合时, 点B的坐标为  $(-3, 4)$ , 故选D.



10. D 【解析】根据图象可知电流I随电阻R的增大而减小, 故选项A正确, 不符合题意;  $\because$  电流I与总电阻R成反比,  $\therefore$  设电流强度I与总电阻R的表达式为  $I = \frac{U}{R}$  ( $U \neq 0$ ), 将点  $(6, 1)$  代入表达式可

得  $U=6$ ,  $\therefore$  电流强度  $I$  与总电阻  $R$  的表达式为  $I=\frac{6}{R}$ , 将  $R=8$  代入, 解得  $I=0.75$ , 故选项 B 正确, 不符合题意;  $\therefore I=\frac{6}{R}$ ,  $\therefore$  当  $I=0.3$  A 时,  $R=20\ \Omega$ ,  $\therefore$  灯泡的电阻为  $4\ \Omega$ ,  $\therefore$  滑动变阻器的阻值为  $16\ \Omega$ , 故选项 C 正确, 不符合题意; 将  $I=0.2$  代入  $I=\frac{6}{R}$ , 得  $R=30\ \Omega$ , 故选项 D 错误, 符合题意.

**✓ 新考法解读** 本题以“欧姆定律”为背景, 考查学生观察函数图象的能力以及从函数图象中获取关键信息的能力, 要关注数学知识与其他学科实际问题之间的结合, 让学生在背景中理解数量关系和变化规律, 体现了对学生学科素养的考查, 前瞻了课程改革的新动向.

## 二、填空题(每小题 3 分, 共 15 分)

11.  $-2$  【解析】 $(\sqrt{2}-1)^0 + \sqrt[3]{-27} = 1 - 3 = -2$ .

12.  $y=x+1$  (答案不唯一) 【解析】设一次函数的解析式为  $y=kx+b$ ,  $\therefore y$  随  $x$  的增大而增大,  $\therefore k>0$ ,  $\therefore$  图象经过第二象限,  $\therefore b>0$ , 则本题只要保证  $k>0$ ,  $b>0$  即可.

**命题立意** 本题以结论开放的形式考查一次函数的图象与性质, 引导学生发散思维, 积极思考, 培养学生的创新意识和创新能力. 试题命题符合教育部《关于加强初中毕业水平考试命题工作的意见》中强调的“提高开放性试题的比例”要求, 具有一定的趋势.

13.  $\frac{1}{6}$  【解析】列表如下:

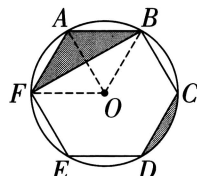
	A	a	B	b
A	—	(a, A)	(B, A)	(b, A)
a	(A, a)	—	(B, a)	(b, a)
B	(A, B)	(a, B)	—	(b, B)
b	(A, b)	(a, b)	(B, b)	—

由列表可得, 共有 12 种等可能的情况, 其中两瓶溶液恰好都变蓝的情况有  $(B, b)$ ,  $(b, B)$  两种,

$$\therefore P(\text{两瓶溶液恰好都变蓝}) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}.$$

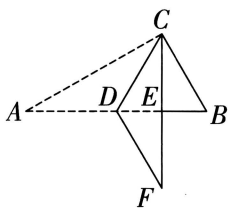
14.  $\frac{2}{3}\pi$  【解析】如解图, 连接  $AO, BO, FO$ , 由正六边形性质可知,  $AB=CD=AF=DE=2$ , 且  $\angle AOB = \angle AOF = 60^\circ$ ,  $\therefore AO=BO=FO$ ,  $\therefore \triangle AOB$  和  $\triangle AOF$  为等边三角形,  $\therefore$  四边形  $ABOF$  为菱形,  $\therefore S_{\triangle AFB} = S_{\triangle AOB}$ , 又  $\because AB=CD$ ,  $\therefore$  弓形  $AB$  的面积和弓形  $CD$

的面积相等,  $\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形}AOB} = \frac{60}{360}\pi \times 2^2 = \frac{2}{3}\pi$ .

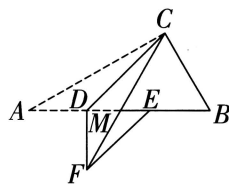


第 14 题解图

15.  $2$  或  $3-\sqrt{3}$  【解析】在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\because \angle B=60^\circ$ ,  $\therefore AB=2BC=4$ , 当  $\triangle DEF$  为直角三角形, 分两种情况: ①如解图①, 当  $\angle FED=90^\circ$  时, 此时  $CF$  经过点  $E$ ,  $CE \perp AB$ ,  $\because \angle A=30^\circ$ ,  $\therefore \angle ACE=60^\circ$ ,  $\therefore \angle ACD=\angle FCD$ ,  $\therefore \angle ACD=\angle FCD=30^\circ$ ,  $\therefore \angle CDB=60^\circ$ ,  $\therefore \triangle CDB$  为等边三角形,  $\therefore CD=CB=BD=2$ ,  $\therefore AD=AB-BD=2$ . ②如解图②, 当  $\angle FDE=90^\circ$  时, 设  $CF$  交  $AB$  于点  $M$ , 由折叠性质得,  $\angle DFM = \angle A = 30^\circ$ ,  $\because \angle FDE=90^\circ$ ,  $\therefore \angle FMD=60^\circ$ ,  $\therefore \angle CMB=60^\circ$ ,  $\therefore \triangle CMB$  为等边三角形,  $\therefore MB=CM=BC=2$ , 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $AC=BC \cdot \tan B = 2 \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ ,  $\therefore CF=AC=2\sqrt{3}$ ,  $\therefore FM=CF-CM=2\sqrt{3}-2$ , 又  $\because$  在  $\text{Rt}\triangle FDM$  中,  $\angle DFM=30^\circ$ ,  $\therefore DM=\frac{1}{2}FM=\sqrt{3}-1$ ,  $\therefore AD=AB-BM-DM=4-2-\sqrt{3}+1=3-\sqrt{3}$ .



图①



图②

第 15 题解图

**【难点点拨】** 本题的关键点在于判断当  $\triangle DEF$  为直角三角形时, 点  $D$  的位置, 可根据直角出现的位置进行分类讨论, 根据折叠方式可分为当  $\angle FED=90^\circ$ ,  $\angle FDE=90^\circ$  的两种情况.

**【方法指导】** “折叠问题”的实质是图形的轴对称变换, 具有以下性质:

1. 翻折前的部分与翻折后的部分是全等图形;
2. 对应点之间的连线被折痕垂直平分;
3. 对应点与折痕上任意一点连接所得的两条线段相等;
4. 对应线段所在的直线与折痕的夹角相等.

解题过程中要充分运用以上性质,借助辅助线构造直角三角形,结合相似三角形、锐角三角函数等知识来解决有关折叠问题.

### 三、解答题(本大题共 8 个小题,共 75 分)

#### 16. 解:(1)任务一:

①不等式两边加(或减)同一个数(或式子),不等号的方向不变(或不等式的基本性质 1); ..... (1 分)

②四;不等式的两边乘(或除以)同一个负数,不等号的方向未改变. .... (2 分)

任务二:

$$\text{解不等式 } 5 - \frac{1}{2}x \geq \frac{3x-6}{2},$$

去分母,得  $10-x \geq 3x-6$ ,

移项,得  $-x-3x \geq -6-10$ ,

合并同类项,得  $-4x \geq -16$ ,

系数化为 1,得  $x \leq 4$ ;

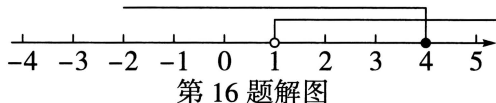
解不等式  $3+x > 4$ ,

移项,得  $x > 4-3$ ,

合并同类项,得  $x > 1$ ;

$\therefore$  原不等式组的解集为  $1 < x \leq 4$ . .... (4 分)

将不等式组的解集表示在数轴上如解图所示;



第 16 题解图

..... (5 分)

$$(2) \text{原式} = \frac{x-3-1}{x-3} \cdot \frac{x^2-9}{x^2-4x} \dots\dots\dots (3 \text{ 分})$$

$$= \frac{x-4}{x-3} \cdot \frac{(x+3)(x-3)}{x(x-4)}$$

$$= \frac{x+3}{x} \dots\dots\dots (5 \text{ 分})$$

#### 17. 解:(1)50;15; ..... (2 分)

【解法提示】根据信息可知,被调查学生人数 =  $\frac{5}{10\%} = 50$  人,  $m = 50 \times 30\% = 15$ .

(2)9.35; ..... (4 分)

【解法提示】将 50 名学生的经典书籍阅读时间按从小到大的顺序排列,第 25 个,第 26 个数分别为 9.3,9.4, $\therefore$  这次阅读时间的中位数为  $\frac{1}{2} \times (9.3 + 9.4) = 9.35$ .

$$(3) 3000 \times (30\% + 12\%) = 1260 (\text{人}),$$

答:经典书籍阅读时间不低于 9.5 小时的人数约为 1260 人; ..... (7 分)

(4)经典书籍阅读时间不低于 9 小时的人数占被

调查人数的 74%,说明该校学生阅读经典书籍的情况较好.(注:答案不唯一,合理即可).....

..... (9 分)

#### 18. 解:如解图,连接 EF 交 CD 于点 G,

可知四边形 ABFE 为矩形,

$$\therefore EF=AB, EG=AD, GF=BD;$$

$$\text{在 Rt} \triangle CEG \text{ 中}, EG = \frac{CG}{\tan 78^\circ},$$

$$\text{在 Rt} \triangle CFG \text{ 中}, GF = \frac{CG}{\tan 60^\circ}, \dots\dots\dots (4 \text{ 分})$$

$$\text{又} \because EF=AB=45.5,$$

$$\therefore EG+GF=45.5,$$

$$\text{即} \frac{CG}{\tan 78^\circ} + \frac{CG}{\tan 60^\circ} = 45.5, \dots\dots\dots (7 \text{ 分})$$

代入数据可得

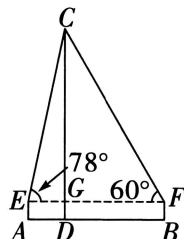
$$\frac{CG}{4.70} + \frac{CG}{1.73} = 45.5,$$

$$\text{解得 } CG \approx 57.5,$$

$$\therefore CD=CG+GD=57.5+1.5=59.$$

答:老子铜像(含底座)CD 的高度约为 59 m. ...

..... (9 分)



第 18 题解图

#### 19. 解:(1)设新鲜羊肚菌的收购单价为 a 元/千克,干羊肚菌的收购单价为 b 元/千克.

$$\text{根据题意,得} \begin{cases} 1000a+300b=152000, \\ 800a+500b=184000, \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} a=80 \\ b=240 \end{cases}$$

答:新鲜羊肚菌的收购单价为 80 元/千克,干羊肚菌的收购单价为 240 元/千克; ..... (5 分)

(2)设收购新鲜羊肚菌 x 千克,则收购干羊肚菌 (1500-x) 千克,

$$\text{根据题意,得 } 1500-x \leq \frac{1}{3}x,$$

$$\text{解得 } x \geq 1125, \dots\dots\dots (6 \text{ 分})$$

设利润为 w 元,

$$\text{则 } w = (100-80)x + (280-240)(1500-x) = -20x + 60000,$$

$$\therefore -20 < 0,$$

$\therefore w$  随 x 的增大而减小,

又  $\because x \geq 1125$ ,  
 $\therefore$  当  $x = 1125$  时,  $w$  有最大值,  $w_{\text{最大}} = 37500$ ,  
 则  $1500 - x = 1500 - 1125 = 375$ ,  
 答: 应收购新鲜羊肚菌 1125 千克, 干羊肚菌 375 千克才能使利润最大, 最大利润是 37500 元. ...  
 ..... (9 分)

20. 解: (1) 点  $D$  在反比例函数  $y = \frac{k}{x} (k < 0)$  的图象上.

理由如下:

如图解, 连接  $BD$  交  $AC$  于点  $E$ ,

设点  $A$  的坐标为  $(n, 2m)$ , 则  $k = 2mn$ ,

$\therefore$  四边形  $ABCD$  为菱形,

$\therefore AC$  和  $BD$  互相垂直平分,

$\therefore AC \perp x$  轴于点  $C$ ,

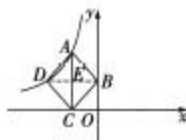
$\therefore$  点  $D$  的坐标为  $(2n, m)$ ,

将点  $D$  在坐标代入反比例函数表达式中, 满足  $y$

$$= \frac{2mn}{x},$$

$\therefore$  点  $D$  在反比例函数  $y = \frac{k}{x} (k < 0)$  的图象上; ...

..... (4 分)



第 20 题解图

(2) 如图解,  $\because$  四边形  $ABCD$  为菱形,

$\therefore AC$  和  $BD$  互相垂直平分,  $BE = DE, AE = CE$ ,

$$\therefore S_{\text{菱形}ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD = 4,$$

$$\therefore AC \cdot BD = 8, \text{ 则 } BE \cdot AC = 4,$$

$\therefore AC \perp x$  轴于点  $C$ ,

$$\therefore |k| = 4,$$

$$\therefore k < 0,$$

$$\therefore k = -4. \quad \text{..... (9 分)}$$

21. (1) 证明: 如图解, 连接  $OE, OF$ , 过点  $O$  作  $OH \perp EF$  于点  $H$ ,

$\therefore AB, CD$  分别与  $\odot O$  相切于点  $E, F$ ,

$$\therefore \angle OEG = \angle OFG = 90^\circ, \quad \text{..... (2 分)}$$

$$\therefore OE = OF,$$

$$\therefore \angle OEF = \angle OFE,$$

$$\therefore \angle FEG = \angle EFG,$$

又  $\because \odot O$  的半径为 1,  $EF = \sqrt{3}, OH \perp EF$ ,

$$\therefore EH = \frac{1}{2} EF = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore \text{在 Rt} \triangle OEH \text{ 中}, \cos \angle OEH = \frac{EH}{OE} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore \angle OEH = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle FEG = \angle OEG - \angle OEH = 60^\circ,$$

$$\therefore \triangle EFG \text{ 为等边三角形}; \quad \text{..... (4 分)}$$



第 21 题解图

(2) 解:  $\because BC \parallel EF$ ,

$$\therefore \triangle EFG \sim \triangle BCG. \quad \text{..... (5 分)}$$

由 (1) 知  $\triangle EFG$  为等边三角形,

$\therefore \triangle BCG$  是等边三角形,

$$\therefore GC = GB,$$

$$\text{在 } \triangle ACG \text{ 与 } \triangle DBG \text{ 中}, \begin{cases} \angle A = \angle D \\ \angle AGC = \angle DGB \\ GC = GB \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ACG \cong \triangle DBG (\text{AAS}), \quad \text{..... (7 分)}$$

$$\therefore AG = DG,$$

$$\therefore AB = CD,$$

$$\therefore EF = GF = \sqrt{3}, CG = 2GF,$$

$$\therefore CG = 2\sqrt{3},$$

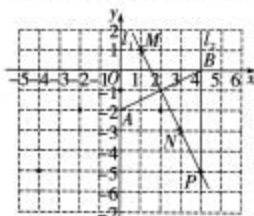
$\therefore F$  为  $CD$  的中点,

$$\therefore CD = 2CF = 2(CG + GF) = 2 \times (2\sqrt{3} + \sqrt{3}) = 6\sqrt{3},$$

$$\therefore AB = CD = 6\sqrt{3}. \quad \text{..... (9 分)}$$

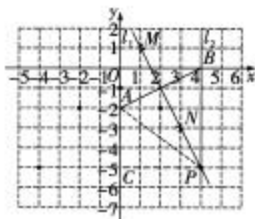
**命题立意** 本题从传统体育运动“抖空竹”的过程中抽象出数学问题, 重点考查数学建模和数学运算的核心素养, 同时检测学生在以真实问题为载体时进行主题活动和项目学习式的活动时发现、提出问题、分析问题和解决问题的能力, 较好地体现了数学的应用价值和育人的作用.

22. 解: (1) 作图如图解①, ..... (2 分)



第 22 题解图①

(2)如解图②,连接PA,过点P作 $PC \perp y$ 轴于点C,



第22题解图②

根据作图步骤可知直线 $l_1$ 垂直平分 $AB$ ,

$\therefore$ 点P的坐标为 $(x, y)$ ,

$\therefore PA=PB=-y$ ,

在 $Rt\triangle ACP$ 中,

$\therefore OA=2, AC=-y-2, PC=x$ ,

$\therefore (-y-2)^2+x^2=(-y)^2$ , ..... (5分)

整理得 $y=-\frac{x^2}{4}-1$ ,

$\therefore$ 点P形成抛物线的表达式为 $y=-\frac{x^2}{4}-1$ ; ..... (6分)

(3)由(2)可知,抛物线的表达式为 $y=-\frac{x^2}{4}-1$ ,

当宽为2米的货车从隧道正中间通过,此时能求出最大高度,

即 $x=1$ 时, $y=-\frac{5}{4}, (-\frac{5}{4})+(-\frac{1}{4})=-\frac{3}{2}$ .

把 $x=0$ 代入解析式中,得 $y=-1$ ,

$\therefore$ 抛物线顶点坐标为 $(0, -1)$ ,

$\therefore$ 抛物线形隧道高3米,

$\therefore$ 最大高度为 $3+1-\frac{3}{2}=\frac{5}{2}$ ,

$\therefore$ 宽为2米的货车通过隧道的最大高度应为 $\frac{5}{2}$ 米, ..... (10分)

**【方法指导】**此类问题一般涉及抛球、投篮、隧道、拱桥、喷泉水柱等.解决此类问题的关键是理解题目中的条件所表示的几何意义.

(1)判断抛球是否过网即判断此点的坐标是否在抛物线上方;

(2)判断投篮是否能投中即判断篮球是否在球的运动轨迹所在的抛物线上;

(3)判断货车是否能通过隧道即判断两端点的坐标是否在抛物线的下方;

(4)判断船是否能通过拱桥即判断船的高度是否

比桥的最高点到水面的距离小;

(5)判断人是否会被喷泉淋湿即判断人所处位置的水的高度是否比人的身高大.

**✓新考法解读** 本题以操作探究,结合尺规作图,让学生通过提取、理解和操作过程中的相关信息,结合几何图形建立函数关系,并利用二次函数的性质解决实际问题,不仅体现了数学的应用价值和育人作用,还使考试内容与学生的生活经验、社会经验、社会实践活动相结合,真正考查学生理解和运用所学知识 with 技能的能力.教育部2019年11月发布的《关于加强初中毕业学业水平考试命题工作的意见》和《义务教育数学课程标准(2022年版)》中均指出:情境创设的真实性.

23. **【阅读经典】**①; ..... (1分)

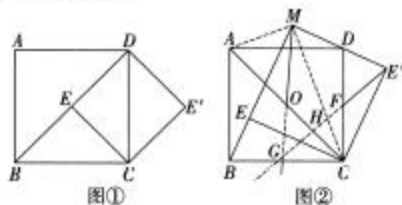
**【动手操作】**49; ..... (2分)

**【解法提示】**根据题意可得,四边形ABCD为正方形, $\therefore AB=12-5=7$ , $\therefore S_{\text{正方形ABCD}}=49$ .

**【问题探究】**

(1)正方形; ..... (4分)

**【解法提示】**如解图①, $\therefore \triangle BCE$ 满足 $BE^2+CE^2=BC^2$ , $\therefore \angle BEC=90^\circ$ , $\therefore$ 四边形ABCD为正方形,点E为对角线BD的中点, $\therefore \triangle BEC$ 为等腰直角三角形, $BE=DE$ , $\therefore DE=CE$ , $\angle BEC=90^\circ$ , $\therefore \triangle DCE'$ 由 $\triangle BCE$ 绕点C顺时针旋转 $90^\circ$ 得到, $\therefore CE=CE'$ , $BE=DE'$ , $\therefore CE=CE'=DE=DE'$ , $\therefore$ 四边形DECE'为菱形, $\therefore \angle BEC=90^\circ$ , $\therefore \angle CED=90^\circ$ , $\therefore$ 四边形DECE'为正方形.



第23题解图

**【问题解决】**

(2)① $OM=\sqrt{2}FE'$ ,且直线OM和直线FE'的夹角(锐角)为 $45^\circ$ ; ..... (5分)

理由如下:

如解图②,连接AM和CM,延长MO和E'F的延长线交于点G,E'F的延长线交MC于点H.

$\therefore \triangle DCE'$ 由 $\triangle BCE$ 绕点C顺时针旋转 $90^\circ$ 得到, $\angle BEC=90^\circ$ ,

$\therefore \angle ECE' = 90^\circ, \angle MEC = \angle ME'C = 90^\circ,$   
 $\therefore$  四边形  $EC'E'M$  为矩形,  
 又  $\because CE = CE',$   
 $\therefore$  矩形  $EC'E'M$  为正方形.  
 $\because CM$  为正方形  $EC'E'M$  的对角线,  
 $\therefore \angle ECM = \angle E'CM = 45^\circ,$   
 $\therefore \angle ACM + \angle DCM = 45^\circ, \angle DCE' + \angle DCM = 45^\circ,$   
 $\therefore \angle ACM = \angle DCE' = 45^\circ - \angle DCM,$   
 又  $\because$  在正方形  $ABCD$  中,  $AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = \sqrt{2}CD,$   
 在正方形  $EC'E'M$  中,  $CM = \sqrt{2}CE',$   
 $\therefore \frac{CM}{CE'} = \frac{AC}{CD} = \sqrt{2},$   
 $\therefore \angle ACM = \angle DCE',$   
 $\therefore \triangle AMC \sim \triangle DE'C,$   
 $\therefore \angle AMC = \angle DE'C = 90^\circ,$   
 $\therefore \triangle AMC$  为直角三角形,  
 又  $\because$  点  $O$  是  $AC$  的中点,  
 $\therefore OM = \frac{1}{2}AC,$  同理  $E'F = \frac{1}{2}CD,$   
 $\because AC = \sqrt{2}CD,$   
 $\therefore OM = \sqrt{2}E'F, \dots\dots\dots (7 \text{ 分})$   
 在  $Rt\triangle AMC$  中, 点  $O$  为  $AC$  的中点,  
 $\therefore OM = OC,$   
 同理  $FE' = CF,$   
 $\therefore \angle OCM = \angle OMC, \angle FCE' = \angle FE'C,$   
 $\therefore \angle OCM = \angle FCE',$   
 $\therefore \angle OMC = \angle FE'C,$   
 又  $\because \angle MHG = \angle E'HC$   
 $\therefore \triangle MHG \sim \triangle E'HC,$   
 $\therefore \angle MGH = \angle E'CH = 45^\circ,$   
 $\therefore$  直线  $OM$  与直线  $E'F$  的夹角(锐角)为  $45^\circ; \dots\dots\dots (8 \text{ 分})$

**【难点点拨】**第(2)①问的难点在于将线段  $OM$  与  $E'F$  放在合适的特殊图形中进行线段转化, 连接  $AM, CM$  后, 根据正方形的边与对角线的数量关系证得  $\triangle AMC \sim \triangle DCE'$ , 再根据直角三角形斜边上的中线长等于斜边的一半求出线段关系. 角度关系要将  $OM$  与  $E'F$  的夹角放在  $\triangle MGH$  中, 依据两角对应相等, 得出  $\triangle MHG \sim \triangle E'HC$ , 求解角度.

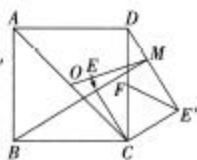
②4 或 3.  $\dots\dots\dots (10 \text{ 分})$

**【解法提示】**①如解图③, 当点  $M$  在  $AD$  上方时,  $\because$

$DM = 1,$  设  $DE' = x, \therefore CE' = ME' = x + 1, \because \triangle CDE'$  为直角三角形,  $CD = 5, \therefore CD^2 = DE'^2 + CE'^2,$  即  $5^2 = x^2 + (x + 1)^2,$  解得  $x = 3$  (负值已舍去),  $\therefore BE = DE' = 3;$  ②如解图④, 当点  $M$  在  $AD$  下方时,  $DM = 1,$  设  $ME' = CE' = x,$  则  $DE' = x + 1,$  又  $\because \triangle CDE'$  为直角三角形,  $CD = AB = 5, \therefore CD^2 = DE'^2 + CE'^2,$  即  $5^2 = (x + 1)^2 + x^2,$  解得  $x = 3$  (负值已舍去),  $\therefore BE = DE' = 3 + 1 = 4, \therefore BE$  的长为 3 或 4.



图③



图④

第 23 题解图

**【难点点拨】**第(2)②问的关键点在于  $DM = 1$ , 但是点  $M$  的位置不确定, 需要将点  $M$  分为在  $AD$  的上方和  $AD$  的下方进行分类讨论, 再根据四边形  $CEME'$  为正方形,  $\triangle CE'D$  为直角三角形求解.

**命题立意.** 本题以“阅读经典——动手操作——问题探究——问题解决”为线索, 考查学生探究证明的能力. **【阅读经典】**【动手操作】通过“赵爽弦图”吸引学生的阅读兴趣, 引出正方形的图形背景并进行计算; **【问题探究】**在“赵爽弦图”的背景上提出了以正方形一边为斜边的直角三角形的旋转问题; **【问题解决】**在【问题探究】的基础上结合中点问题, 考查学生综合运用正方形、矩形的性质与判定、相似三角形的性质与判定、勾股定理等知识解决问题的能力, 引导学生在发现问题和解决问题的过程中能用数学方法解决问题, 同时, 检测学生在进行项目学习或探究性学习的过程中综合运用数学知识分析问题, 解决问题的核心素养, 提高应用意识和创新意识.