

初三定时作业四

一、选择题：1-5CCABD 6-10CDCCD

7.

【详解】解：∵ ABC 对的圆周角是 $\angle D$ ，对的圆心角是 $\angle AOC$ ，

$$\therefore \angle D = \frac{1}{2} \angle AOC,$$

$$\because \angle AOC = \angle ABC,$$

$$\therefore \angle D = \frac{1}{2} \angle ABC,$$

∵ 四边形 $ABCD$ 是 $\odot O$ 的内接四边形，

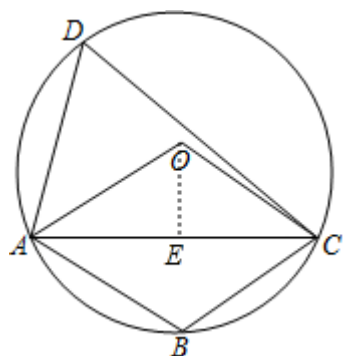
$$\therefore \angle ABC + \angle D = 180^\circ,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \angle ABC + \angle ABC = 180^\circ,$$

解得： $\angle ABC = 120^\circ$ ，

$$\therefore \angle AOC = \angle ABC = 120^\circ,$$

过 O 作 $OE \perp AC$ 于 E ，则 $\angle OEA = 90^\circ$ ，



$$\because OE \text{ 过 } O, AC = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore AE = CE = \frac{1}{2} AC = \sqrt{3},$$

$$\therefore OA = OC, OE \perp AC, \angle AOC = 120^\circ,$$

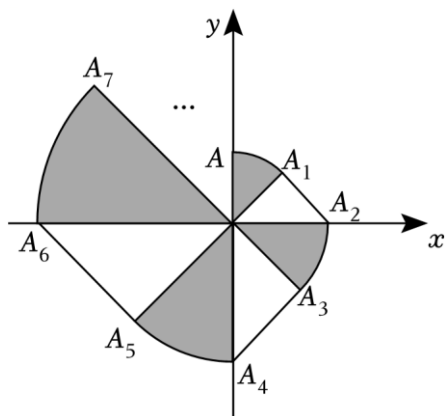
$$\therefore \angle OAE = 30^\circ,$$

$$\therefore OE = AE \times \tan 30^\circ = \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 1,$$

$$\therefore OA = 2OE = 2,$$

$$\therefore \text{弧 } ABC \text{ 的长度是 } \frac{120\pi \times 2}{180} = \frac{4\pi}{3},$$

- 9.如图,在平面直角坐标系中,点A在y轴的正半轴上, $OA=1$,将OA绕点O顺时针旋转 45° 到 OA_1 ,扫过的面积记为 S_1 , $A_1A_2 \perp OA_1$ 交x轴于点 A_2 ;将 OA_2 绕点O顺时针旋转 45° 到 OA_3 ,扫过的面积记为 S_2 , $A_3A_4 \perp OA_3$ 交y轴于点 A_4 ;将 OA_4 绕点O顺时针旋转 45° 到 OA_5 ,扫过的面积记为 S_3 , $A_5A_6 \perp OA_5$ 交x轴于点 A_6 ;...;按此规律,则 S_{2022} 的值为



【解答】解:由题意 $\triangle A_1OA_2$ 、 $\triangle A_3OA_4$ 、 $\triangle A_5OA_6$ 、...、都是等腰直角三角形,

$$\therefore OA_2 = \sqrt{2}, OA_4 = 2, OA_6 = 2\sqrt{2}, \dots,$$

$$\therefore S_1 = \frac{45\pi \times 1^2}{360} = \frac{1}{8}\pi, S_2 = \frac{45\pi \times (\sqrt{2})^2}{360} = \frac{1}{4}\pi, S_3 = \frac{45\pi \times 2^2}{360} = \frac{1}{2}\pi, S_4 = \frac{45\pi \times (2\sqrt{2})^2}{360},$$

...;

$$\therefore S_n = 2^{n-4}\pi,$$

$$\therefore S_{2022} = 2^{2018}\pi,$$

故答案为: $2^{2018}\pi$,

- 10.【解答】解: (1) $2x^2 - 2\sqrt{5}x + 2 = 0$,

$$\text{化简得 } x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0,$$

$$a=1, b=-\sqrt{5}, c=1,$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 5 - 4 = 1,$$

$$\therefore x = \frac{\sqrt{5} \pm 1}{2},$$

$$\therefore x_1 = \frac{\sqrt{5}+1}{2}, x_2 = \frac{\sqrt{5}-1}{2},$$

$$\therefore \frac{\sqrt{5}+1}{2} - \frac{\sqrt{5}-1}{2} = 1,$$

$$\therefore 2x^2 - 2\sqrt{5}x + 2 = 0 \text{ 是“邻根方程”};$$

(2) 解方程得: $(x-m)(x+2)=0$,

$$\therefore x_1=m, x_2=-2,$$

\therefore 方程 $x^2 - (m-2)x - 2m=0$ (m 是常数) 是“邻根方程”,

$$\therefore m=-2+1 \text{ 或 } m=-2-1,$$

$$\therefore m=-1 \text{ 或 } -3;$$

(3) 解方程 $ax^2+bx+2=0$ 得:

$$x_1=\frac{-b+\sqrt{b^2-8a}}{2a}, x_2=\frac{-b-\sqrt{b^2-8a}}{2a},$$

\therefore 关于 x 的方程 $ax^2+bx+2=0$ (a, b 是常数, $a<0$) 是“邻根方程”,

$$\therefore \frac{-b+\sqrt{b^2-8a}}{2a}+1=\frac{-b-\sqrt{b^2-8a}}{2a},$$

$$\therefore \sqrt{b^2-8a}=-a,$$

等号两边平方得: $b^2-8a=a^2$,

$$\therefore b^2=a^2+8a\geq 0,$$

$$\therefore a\geq 0 \text{ 或 } a\leq -8,$$

$$\therefore a<0, t=2-b^2,$$

$$\therefore t=2-(a^2+8a)=- (a+4)^2+18,$$

\therefore 当 $a=-8$ 时, t 有最大值 2.

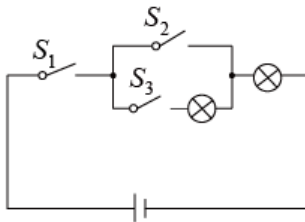
二、填空题

11. 8.4×10^{-6}

12. $x\geq 2$ 且 $x\neq 3$

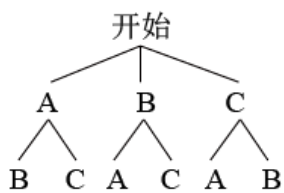
13. 6

14. $\frac{1}{3}$



【详解】解: 把开关 S_1 , S_2 , S_3 分别记为 A 、 B 、 C ,

画树状图如图：

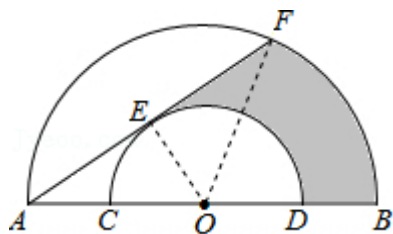


共有 6 种等可能的结果，能让两个小灯泡同时发光的结果有 2 种，

∴ 能让两个小灯泡同时发光的概率为 $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

15. $\frac{4}{3}\pi + 2\sqrt{3}$

【解答】解：连接 OE 、 OF ，如图，



∵ 弦 AF 切小半圆于点 E ，

∴ $OE \perp AF$ ，

在 $\text{Rt}\triangle OEF$ 中， $OF=4$ ， $OE=2$ ，

$$\therefore EF = \sqrt{OF^2 - OE^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore \sin \angle OFE = \frac{OE}{OF} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \angle OFE = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle FOE = 60^\circ,$$

$$\therefore OA = OF,$$

$$\therefore \angle OAF = \angle OFE = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BOF = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle DOE = 120^\circ,$$

图中阴影部分的面积 = $S_{\text{扇形} BOF} + S_{\triangle OEF} - S_{\text{扇形} DOE}$

$$= \frac{60\pi \times 4^2}{360} + \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 2 - \frac{120\pi \times 2^2}{360}$$

$$= \frac{4}{3}\pi + 2\sqrt{3},$$

故答案为： $\frac{4}{3}\pi + 2\sqrt{3}$.

16. 3

$$\text{解: } \frac{ax-6}{x-3} + \frac{12-3x}{3-x} = 2,$$

去分母得:

$$ax - 6 - 12 + 3x = 2(x - 3),$$

去括号得:

$$ax - 18 + 3x = 2x - 6,$$

移项, 合并同类项得:

$$(a+1)x = 12,$$

$$\therefore x = \frac{12}{a+1}.$$

\because 分式方程有可能产生增根 3,

$$\therefore \frac{12}{a+1} \neq 3,$$

$$\therefore a \neq 3.$$

\because 关于 x 的分式方程 $\frac{ax-6}{x-3} + \frac{12-3x}{3-x} = 2$ 有正整数解,

$$\therefore a = 11, 5, 2, 1, 0.$$

\because 关于 y 的不等式组 $\begin{cases} \frac{5-2y}{5} \geq -1 \\ 1+y-a > 0 \end{cases}$ 至少有两个整数解,

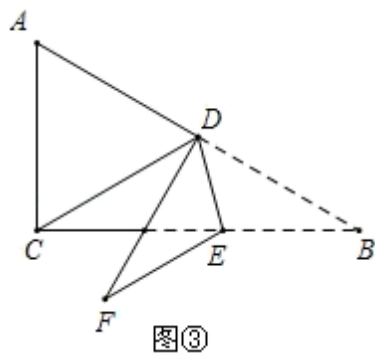
$$\therefore a < 5.$$

综上, 整数 $a = 2, 1, 0$.

\therefore 满足条件的整数 a 的和为 $2+1+0=3$,

17. $\angle BDE = 45^\circ$ 或 $\angle BDE = 135^\circ$

解: 如图③, 点 F 与点 D 在直线 CE 异侧,



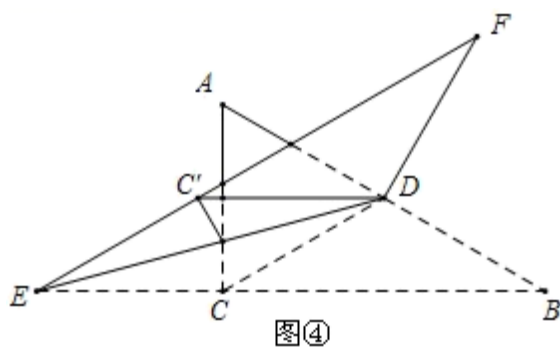
$\because DF \perp AB$,

$\therefore \angle BDF = 90^\circ$;

由折叠得, $\angle BDE = \angle FDE$,

$\therefore \angle BDE = \angle FDE = \frac{1}{2} \angle BDF = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ$;

如图④, 点 F 与点 D 在直线 CE 同侧,



$\because DF \perp AB$,

$\therefore \angle BDF = 90^\circ$,

$\therefore \angle BDE + \angle FDE = 360^\circ - 90^\circ = 270^\circ$,

由折叠得, $\angle BDE = \angle FDE$,

$\therefore \angle BDE + \angle BDE = 270^\circ$,

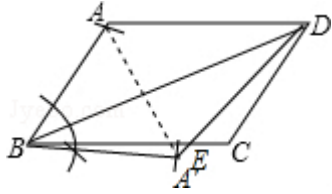
$\therefore \angle BDE = 135^\circ$.

综上所述, $\angle BDE = 45^\circ$ 或 $\angle BDE = 135^\circ$.

19. (1) 2 (2) $2a-6$

20. (1) 31 (2) 77.5 (3) 24 (4) 270

21.



解：(1) 如图：①作 $\angle A'BD = \angle ABD$ ，
②以 B 为圆心，AB 长为半径画弧，交 BA' 于点 A' ，
③连接 BA' ， DA' ，
则 $\triangle A'BD$ 即为所求；（作图方法不唯一，合理即可）

(2) \because 四边形 ABCD 是平行四边形，
 $\therefore AB=CD$ ， $\angle BAD=\angle C$ ，
由折叠的性质可得： $\angle BA'D=\angle BAD$ ， $A'B=AB$ ，
 $\therefore \angle BA'D=\angle C$ ， $A'B=CD$ ，
在 $\triangle BA'E$ 和 $\triangle DCE$ 中，
$$\begin{cases} \angle BA'E=\angle C \\ \angle BEA'=\angle DEC, \\ A'B=CD \end{cases}$$

 $\therefore \triangle BA'E \cong \triangle DCE$ (AAS) .

点评：此题考查了平行四边形的性质、折叠的性质以及全等三角形的判定与性质．此题难度适中，注意掌握折叠前后图形的对应关系，注意掌握数形结合思想的应用．

22.(1) 设 A 种垃圾桶每组的单价为 x 元，则 B 种垃圾桶每组的单价为 $(x+150)$ 元，

$$\frac{18000}{x} = 2 \times \frac{13500}{x+150}$$

解得： $x=300$ ．

经检验， $x=300$ 是原方程的解，且符合题意

$$x+150=300+150=450$$

答：A 种垃圾桶每组的单价为 300 元，B 种垃圾桶每组的单价为 450 元．

(2) 设购买 B 种垃圾桶 y 组，则购买 A 种垃圾桶 $(20-y)$ 组，

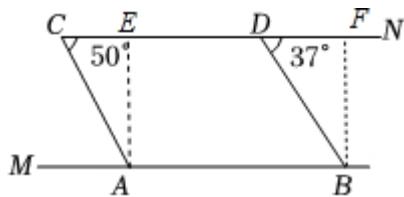
$$\text{依题意得：} 300(20-y) + 450y \leq 8000, \text{解得：} y \leq \frac{40}{3}$$

又因为 y 为正整数

$\therefore y$ 的最大值为 13

答：最多可以购买 B 种垃圾桶 13 组

23. 解：(1) 过点 A 作 $AE \perp CD$ 于点 E，过点 B 作 $BF \perp CD$ 于点 F．



$\because AB \parallel CD$,

$\therefore \angle AEF = \angle EFB = \angle ABF = 90^\circ$,

在 $\text{Rt}\triangle AEC$ 中, $\angle C = 50^\circ$, $\sin \angle ECA = \frac{AE}{AC} \approx 0.77$,

$\therefore AE \approx 0.77 \times 2 = 1.54$ (千米),

答: 无人机距离地面的飞行高度约是 1.54 千米;

(2) 在 $\text{Rt}\triangle ACE$ 中, $CE = AC \cdot \cos 50^\circ \approx 2 \times 0.64 = 1.28$ (千米),

$\because CD \parallel AB$,

$\therefore \angle AED = \angle EFB = \angle EAB = 90^\circ$,

\therefore 四边形 $AEFB$ 是矩形.

$\therefore AE = BF = 1.54$ 千米, $EF = AB$,

在 $\text{Rt}\triangle DFB$ 中, $\tan \angle FDB = \frac{BF}{DF}$, $0.75 = \frac{1.54}{DF}$,

解得 $DF \approx 2.1$ (千米),

$\therefore EF = CD + DF - CE = 6.4 + 2.1 - 1.28 \approx 7.2$ (千米),

$\therefore AB = EF = 7.2$ (千米),

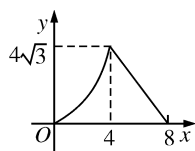
答: 该机场东西两建筑物 AB 的距离约为 7.2 千米.

24.

(1)

综上所述,

$$y = \begin{cases} \frac{\sqrt{3}}{4}x^2 (0 \leq x \leq 4) \\ -\sqrt{3}x + 8\sqrt{3} (4 < x \leq 8) \end{cases}.$$



(2)

(3) 当 $0 \leq x \leq 4$ 时, y 随 x 的增大而增大, 当 $4 < x \leq 8$ 时, y 随 x 的增大而减小.

(4) $\sqrt[3]{16} < x < 4 + 2\sqrt{3}$ 时, $y_1 > y_2$. 图略.

25.

【详解】解：（1）直线 $y = -5x + 5$ ， $x = 0$ 时， $y = 5$

$\therefore C(0, 5)$

$y = -5x + 5 = 0$ 时，解得： $x = 1$

$\therefore A(1, 0)$

\because 抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 经过 A、C 两点

$$\therefore \begin{cases} 1 + b + c = 0 \\ 0 + 0 + c = 5 \end{cases} \text{ 解得: } \begin{cases} b = -6 \\ c = 5 \end{cases}$$

\therefore 抛物线解析式为 $y = x^2 - 6x + 5$

当 $y = x^2 - 6x + 5 = 0$ 时，解得： $x_1 = 1$ ， $x_2 = 5$

$\therefore B(5, 0)$

（2）如图 1，过点 M 作 $MH \perp x$ 轴于点 H

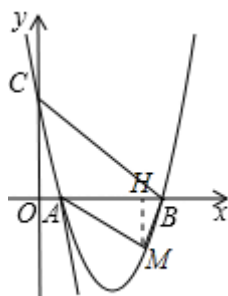


图1

$\because A(1, 0)$ ， $B(5, 0)$ ， $C(0, 5)$

$\therefore AB = 5 - 1 = 4$ ， $OC = 5$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot OC = \frac{1}{2} \times 4 \times 5 = 10$$

\because 点 M 为 x 轴下方抛物线上的点

\therefore 设 $M(m, m^2 - 6m + 5)$ ($1 < m < 5$)

$$\therefore MH = |m^2 - 6m + 5| = -m^2 + 6m - 5$$

$$\therefore S_{\triangle ABM} = \frac{1}{2} AB \cdot MH = \frac{1}{2} \times 4 (-m^2 + 6m - 5) = -2m^2 + 12m - 10 = -2(m - 3)^2 + 8$$

$$\therefore S_{\text{四边形 AMBC}} = S_{\triangle ABC} + S_{\triangle ABM} = 10 + [-2(m - 3)^2 + 8] = -2(m - 3)^2 + 18$$

\therefore 当 $m = 3$ ，即 $M(3, -4)$ 时，四边形 AMBC 面积最大，最大面积等于 18

（3）如图 2，在 x 轴上取点 D(4, 0)，连接 PD、CD

$$\therefore BD = 5 - 4 = 1$$

$$\because AB = 4, BP = 2$$

$$\therefore \frac{BD}{BP} = \frac{BP}{AB} = \frac{1}{2}$$

$$\because \angle PBD = \angle ABP$$

$$\therefore \triangle PBD \sim \triangle ABP$$

$$\therefore \frac{PD}{AP} = \frac{BP}{AB} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore PD = \frac{1}{2} AP$$

$$\therefore PC + \frac{1}{2} PA = PC + PD$$

$\therefore PG=CD$,
 $\therefore PD+GD=CD=EH+FG$,
 $\therefore FG+GD=EH+FG$,
 $\therefore GD=EH$,
 同理: $FG=AH$,
 又 $\because \angle AHE=\angle FGD$,
 $\therefore \triangle AHE \cong \triangle FGD$,
 $\therefore EA=FD$;

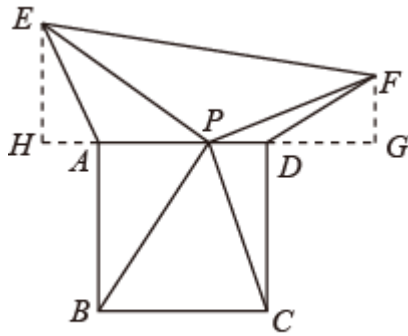


图1

(2) 过点 F 作 $FG \perp AD$ 交 AD 的延长线于点 G , 过点 E 作 $EH \perp DA$ 交 DA 的延长线于点 H ,
 由 (1) 得: $\triangle AHE \cong \triangle FGD$,
 $\therefore \angle HAE = \angle GFD$,
 $\because \angle GFD + \angle GDF = 90^\circ$,
 $\therefore \angle HAE + \angle GDF = 90^\circ$,
 $\because \angle HAE = \angle MAD$, $\angle GDF = \angle MDA$,
 $\therefore \angle MAD + \angle MDA = 90^\circ$,
 $\therefore \angle AMD = 90^\circ$,
 \because 点 N 是 EF 的中点,
 $\therefore MN = \frac{1}{2}EF$,
 $\because EH = DG = AP$, $AH = FG = PD$,
 $\therefore HG = AH + DG + AD = PD + AP + AD = 2AD = 8$, $EH + FG = AP + PD = AD = 4$,
 当点 P 与点 D 重合时, $FG = 0$, $EH = 4$, $HG = 8$,

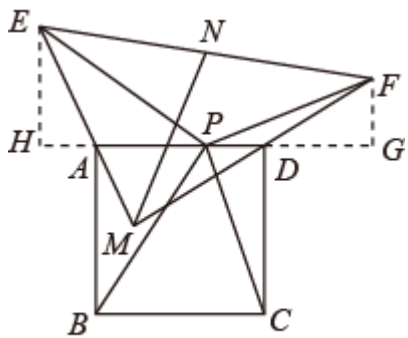
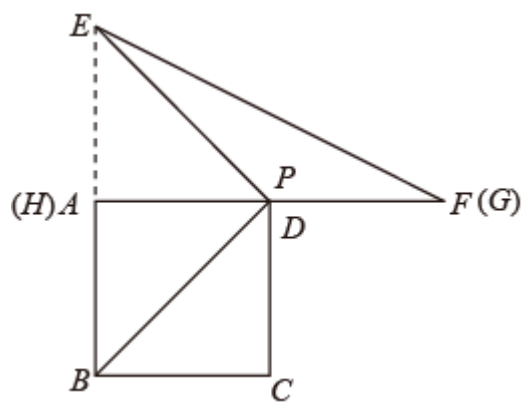
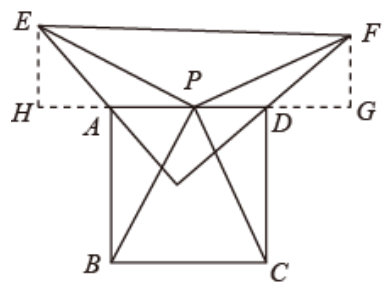


图2



此时 EF 最大值 $= \sqrt{4^2 + 8^2} = 4\sqrt{5}$,

当点 P 与 AD 的中点重合时, $FG=2$, $EH=2$, $HG=8$,



此时 EF 最小值 $= HG=8$,

$\therefore MN$ 的取值范围是: $4 \leq MN < 2\sqrt{5}$.