

初三定时作业四

数学试题

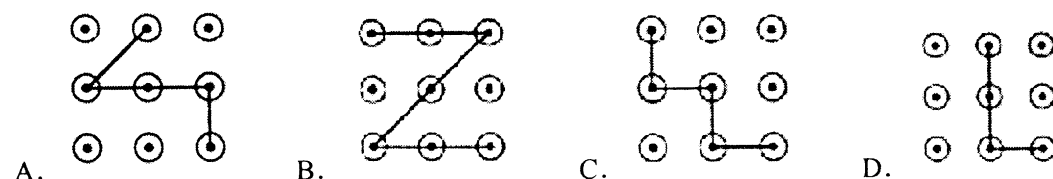
(全卷共三个大题, 满分 150 分, 考试时间 120 分钟)

一、选择题. (本大题 10 个小题, 每小题 4 分, 共 40 分) 在每个小题的下面, 都给出了代号为 A, B, C, D 四个答案, 其中只有一个是正确的, 请将正确答案的选项涂在答题卡对应的位置上.

1. $\sqrt{9}$ 的相反数是 ()

- A. 3 B. $\frac{1}{3}$ C. -3 D. $-\frac{1}{3}$

2. 下列手机手势解锁图案中, 是轴对称图形的是 ()



3. 下列运算结果正确的是 ()

- A. $a + 2a = 3a$ B. $a^5 \div a = a^5$ C. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ D. $(a^4)^3 = a^7$

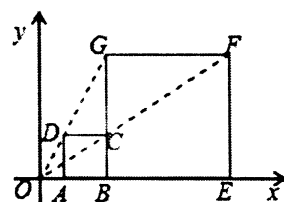
4. 下列所给的事件中, 是必然事件的是 ()

- A. 某校的 300 名学生中, 至少有 2 名学生的生日是同一天
B. 正方形的对角线互相垂直
C. 某抽奖活动的中奖概率是 $\frac{1}{10}$, 那么连续抽 10 次, 必然会中奖
D. 2024 年的元旦拔山会下雪

5. 正整数 a, b 分别满足 $\sqrt[3]{55} < a < \sqrt[3]{97}$ 、 $\sqrt{3} < b < \sqrt{7}$, 则 $b^a =$ ()

- A. 4 B. 8 C. 9 D. 16

6. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 正方形 $ABCD$ 和正方形 $BEFG$ 是以原点 O 为位似中心的位似图形, 且相似比是 $\frac{2}{3}$, 点 A, B, E 在 x 轴上, 若正方形 $BEFG$ 的边长为 12, 则点 C 的坐标为 ()



- A. (6,2) B. (4,4) C. (6,4) D. (8,4)

7. 如图, 四边形 $ABCD$ 内接于圆 O , $\angle AOC = \angle ABC$, $AC = 2\sqrt{3}$, 则弧 ABC 的长度是 ()

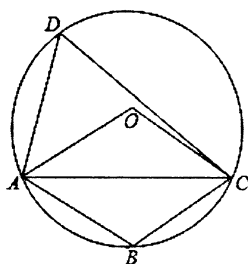
- A. $\frac{2\pi}{3}$ B. $\frac{8\pi}{3}$ C. 2π D. $\frac{4\pi}{3}$

8. 在一次自行车越野赛中, 出发 m h 后, 小明骑行了 25km, 小刚骑行了 18km, 此后两人分别以 a km/h, b km/h 匀速骑行, 他们骑行的时间 t (单位: h) 与骑行的路程 s (单位: km) 之间的函数关系如图, 观察图象, 下列说法:

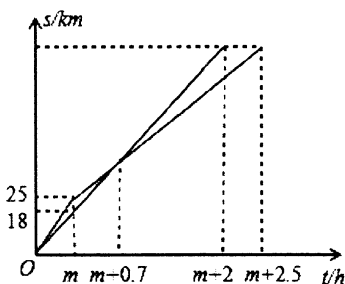
①出发 m h 内小明的速度比小刚快; ② $a=26$; ③小刚追上小明时离起点 43km; ④此次越野赛的全程为 90km,

其中正确的说法有 ()

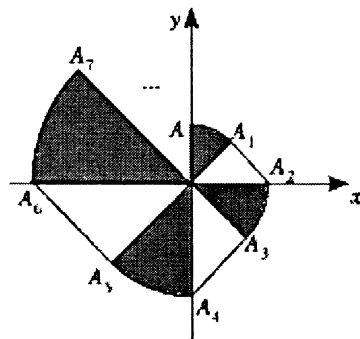
- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个



第 7 题图



第 8 题图



第 9 题图

9. 如图, 在平面直角坐标系中, 点 A 在 y 轴的正半轴上, $OA=1$, 将 OA 绕点 O 顺时针旋转 45° 到 OA_1 , 扫过的面积记为 S_1 , $A_1A_2 \perp OA_1$ 交 x 轴于点 A_2 ; 将 OA_2 绕点 O 顺时针旋转 45° 到 OA_3 , 扫过的面积记为 S_2 , $A_3A_4 \perp OA_3$ 交 y 轴于点 A_4 ; 将 OA_4 绕点 O 顺时针旋转 45° 到 OA_5 , 扫过的面积记为 S_3 , $A_5A_6 \perp OA_5$ 交 x 轴于点 A_6 ; \dots ; 按此规律, 则 S_{2022} 的值为 ()

- A. $2^{2020}\pi$ B. $2^{2019}\pi$ C. $2^{2018}\pi$ D. $2^{2022}\pi$

10. 综合与探究: 如果关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 有两个实数根, 且其中一个根比另一个根大 1, 那么称这样的方程是“邻根方程”. 例如: 一元二次方程 $x^2+x=0$ 的两个根是 $x_1=0$, $x_2=-1$, 则方程: $x^2+x=0$ 是“邻根方程”. 下列结论正确的个数为 ()

(1) 通过计算, 判断得出方程 $2x^2-2\sqrt{5}x+2=0$ 是“邻根方程”.

(2) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-(m-2)x-2m=0$ (m 是常数) 是“邻根方程”, 则 m 的值是 -1 或 -3.

(3) 若关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+2=0$ (a, b 是常数, 且 $a < 0$) 是“邻根方程”, 令 $t=2-b^2$, t 的最大值是 2.

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 4 分，共 32 分．请把最终结果直接填写在答题卡相应位置上）

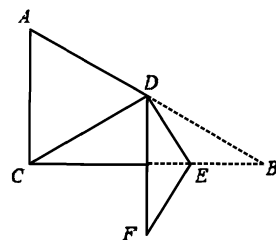
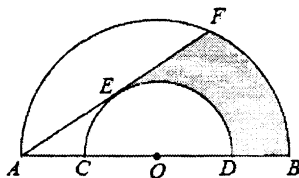
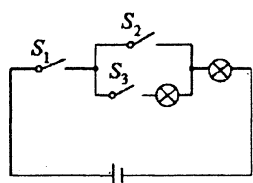
11. 《苔》中的诗句：“白日不到处，青春恰自来，苔花如米小，也学牡丹开．”若苔花的花粉直径约为 0.0000084 米，则数据 0.0000084 用科学记数法表示为_____．

12. 在函数 $y = \frac{1}{x-3} + \sqrt{x-2}$ 中，自变量 x 的取值范围是_____．

13. 在已知 a 是方程 $2x^2 - 7x - 1 = 0$ 的一个根，求代数式 $a(2a - 7) + 5 =$ _____．

14. 如图所示，电路连接完好，且各元件工作正常．随机闭合开关 S_1, S_2, S_3 中的两个，能让两个小灯泡同时发光的概率是_____．

15. 如图， AB 是半圆 O 的直径，以 O 为圆心， OC 长为半径的半圆交 AB 于 C, D 两点，弦 AF 切小半圆于点 E ．已知 $OA = 4, OC = 2$ ，则图中阴影部分的面积是_____．



图①

16. 如果关于 x 的分式方程 $\frac{ax-6}{x-3} + \frac{12-3x}{3-x} = 2$ 有正整数解，且关于 y 的不等式组 $\begin{cases} \frac{5-2y}{5} \geq -1 \\ 1+y-a > 0 \end{cases}$ 至少有两个整数解，则满足条件的整数 a 的和为_____．

17. 如图①，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle A = 60^\circ$ ， CD 是斜边 AB 上的中线，点 E 为射线 BC 上一点，将 $\triangle BDE$ 沿 DE 折叠，点 B 的对应点为点 F ．若 $DF \perp AB$ ，则 $\angle BDE$ 的度数为_____．

18. 对于一个三位数，若其各个数位上的数字都不为 0 且互不相等，并满足十位数字最大，个位数字最小，则称这样的三为“清南数”．将“清南数” m 任意两个数位上的数字取出两位数字取出组成两位数，则一共可以得到 6 个两位数．其中十位数字大于个位数字的两位数叫“乾数”，十位数字小于个位数字的两位数叫“坤数”．将所有“乾数”的和记为 $P(m)$ ，所有“坤数”的和记为 $Q(m)$ ，例如： $P(342) = 32 + 42 + 43 = 117$ ， $Q(342) = 23 + 24 + 34 = 81$ ．如果一个正整数 a 是另一个正整数 b 的平方，则称正整数 a 是完全平方数．若“清南数” n 满足 $P(n) - Q(n)$ 和 $\frac{P(n) + Q(n)}{11}$ 都是完全平方数，则满足条件的 n 最大值是_____．

三、解答题：（本大题共 8 个小题，19、20 每小题 8 分，21-25 题每小题 10 分，26 题 12 分，共 78 分）

19. 计算：(1) $2\sin 60^\circ + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} - |2 - \sqrt{3}| - \sqrt{12}$ (2) $\left(\frac{a^2 - 1}{a - 3} - a - 1\right) \div \frac{a + 1}{a^2 - 6a + 9}$

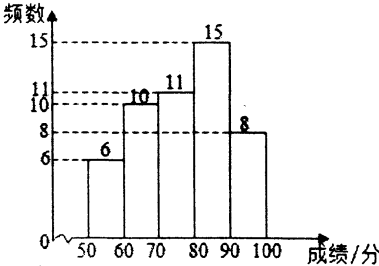
20. 为加强安全教育，某校开展了“防溺水”安全知识竞赛，想了解七年级学生对“防溺水”安全知识的掌握情况，现从七年级学生中随机抽取 50 名学生进行竞赛，并将他们的竞赛成绩（百分制）进行整理、描述和分析．部分信息如下：

a. 七年级参赛学生成绩频数分布直方图（数据分成五组： $50 \leq x < 60$ ， $60 \leq x < 70$ ， $70 \leq x < 80$ ， $80 \leq x < 90$ ， $90 \leq x \leq 100$ ）如图所示

b. 七年级参赛学生成绩在 $70 \leq x < 80$ 这一组的具体得分是：70 71 73 75 76 76 76 77 77 78 79

c. 七年级参赛学生成绩的平均数、中位数、众数如下：

年级	平均数	中位数	众数
七	76.9	m	80



d. 七年级参赛学生甲的竞赛成绩得分为 79 分．

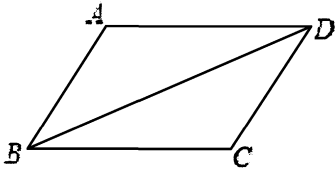
根据以上信息，回答下列问题：

- (1) 在这次测试中，七年级在 75 分以上（含 75 分）的有_____人；
- (2) 表中 m 的值为_____；
- (3) 在这次测试中，七年级参赛学生甲的竞赛成绩得分排名年级第_____名；
- (4) 该校七年级学生有 500 人，假设全部参加此次测试，请估计七年级成绩超过平均数 76.9 分的人数．

21. 已知四边形 $ABCD$ 是平行四边形（如图），把 $\triangle ABD$ 沿对角线 BD 翻折 180° 得到 $\triangle A'BD$.

(1) 利用尺规作出 $\triangle A'BD$.（要求保留作图痕迹，不写作法）；

(2) 设 DA' 与 BC 交于点 E ，求证： $\triangle BA'E \cong \triangle DCE$.



证明： \because 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

\therefore _____，

由折叠的性质可得： $\angle BA'D = \angle BAD$ ， $A'B = AB$ ，

\therefore _____，

在 $\triangle BA'E$ 和 $\triangle DCE$ 中，

$$\begin{cases} \angle BA'D = \angle C, \\ \text{_____}, \\ A'B = CD. \end{cases}$$

$\therefore \triangle BA'E \cong \triangle DCE$ (_____).

22. 为响应垃圾分类的要求，营造干净整洁的学习生活环境，创建和谐文明的校园环境．学校准备购买 A 、 B 两种分类垃圾桶，通过市场调研得知： A 种垃圾桶每组的单价比 B 种垃圾桶每组的单价少 150 元，且用 18000 元购买 A 种垃圾桶的组数量是用 13500 元购买 B 种垃圾桶的组数量的 2 倍．

(1)求 A 、 B 两种垃圾桶每组的单价分别是多少元；

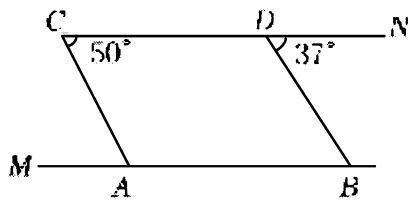
(2)该学校计划用不超过 8000 元的资金购买 A 、 B 两种垃圾桶共 20 组，则最多可以购买 B 种垃圾桶多少组？

23.为测量某机场东西两栋建筑物 A 、 B 之间的距离. 如图, 勘测无人机在点 C 处, 测得建筑物 A 的俯角为 50° , CA 的距离为 2 千米, 然后沿着平行于 AB 的方向飞行 6.4 千米到点 D 处, 测得建筑物 B 的俯角为 37° .

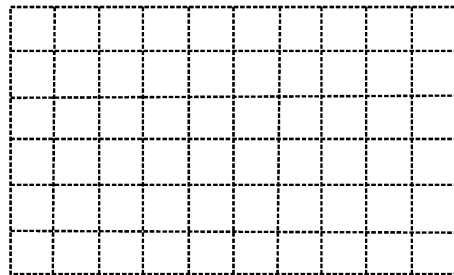
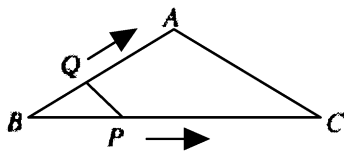
(参考数据: $\sin 37^\circ \approx 0.60$, $\cos 37^\circ \approx 0.80$, $\tan 37^\circ \approx 0.75$, $\sin 50^\circ \approx 0.77$, $\cos 50^\circ \approx 0.64$, $\tan 50^\circ \approx 1.20$).

(1) 无人机距离地面的飞行高度是多少千米？

(2) 求该机场东西两栋建筑物 A 、 B 之间的距离. (结果精确到 0.01 千米)



24. 如图, 在等腰三角形 ABC 中, $AB=AC=4$ cm, $\angle B=30^\circ$, 点 P 从点 B 出发, 以 $\sqrt{3}$ cm/s 的速度沿 BC 方向运动到点 C 停止, 同时点 Q 从点 B 出发, 以 1 cm/s 的速度沿 $BA \rightarrow AC$ 方向运动到点 C 停止, 若 $\triangle BPQ$ 的面积为 y_1 (单位: cm^2), 运动时间为 x (单位: s).



(1) 求 y_1 与 x 的函数关系式, 并写出 x 的取值范围;

(2) 建立平面直角坐标系, 在坐标系中画出 y_1 的函数图像;

(3) 观察函数图像, 请写出该函数的性质: _____;

(4) 在坐标系中画出 $y_2 = \frac{4\sqrt{3}}{x}$ 的函数图像, 并结合图像直接写出 $y_1 > y_2$ 时 x 的取值范围.

25.如图 1，在平面直角坐标系中，直线 $y = -5x + 5$ 与 x 轴， y 轴分别交于 A ， C 两点，抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 经过 A ， C 两点，与 x 轴的另一交点为 B 。

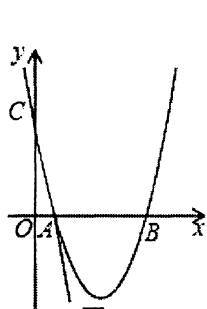


图1

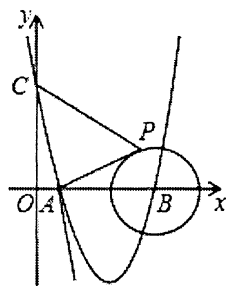


图2

- (1) 求抛物线解析式及 B 点坐标；
- (2) 若点 M 为 x 轴下方抛物线上一动点，连接 MA 、 MB 、 BC ，当点 M 运动到某一位置时，四边形 $AMBC$ 面积最大，求此时点 M 的坐标及四边形 $AMBC$ 的面积；
- (3) 如图 2，若 P 点是半径为 2 的 $\odot B$ 上一动点，连接 PC 、 PA ，当点 P 运动到某一位置时， $PC + \frac{1}{2}PA$ 的值最小，请求出这个最小值，并说明理由。

26.如图 1，正方形 $ABCD$ 的边长为 4，点 P 在边 AD 上（ P 不与 A ， D 重合），连接 PB 、 PC 。将线段 PB 绕点 P 顺时针旋转 90° 得到 PE ，将线段 PC 绕点 P 逆时针旋转 90° 得到 PF 。连接 EF 、 EA 、 FD 。

(1) 求证：

① $\triangle PDF$ 的面积 $S = \frac{1}{2}PD^2$ ；

② $EA = FD$ ；

(2) 如图 2， EA 、 FD 的延长线交于点 M ，取 EF 的中点 N ，连接 MN ，求 MN 的取值范围。

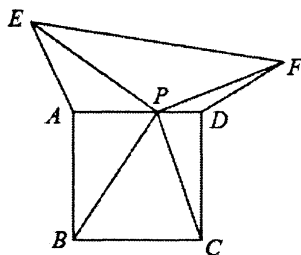


图1

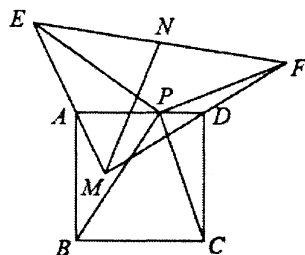


图2