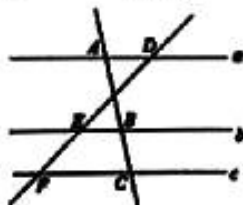


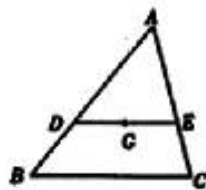
# 数学试卷

## 一、选择题（每题3分，共24分）

1. 二次根式 $\sqrt{x-5}$ 有意义，则 $x$ 的取值范围是（ ）  
A.  $x>5$     B.  $x<5$     C.  $x\leq 5$     D.  $x\geq 5$
2. 下列二次根式中与 $\sqrt{2}$ 是同类二次根式的是（ ）  
A.  $\sqrt{4}$     B.  $\sqrt{6}$     C.  $\sqrt{8}$     D.  $\sqrt{10}$
3. 用配方法解方程 $x^2 - 4x - 8 = 0$ ，下列配方正确的是（ ）  
A.  $(x+2)^2 = 8$     B.  $(x-2)^2 = 12$   
C.  $(x+2)^2 = 12$     D.  $(x-2)^2 = 8$
4. 二道区为发展教育事业，加强了对教育经费的投入，2021年投入3000万元，预计2023年投入5000万元. 设教育经费的年平均增长率为 $x$ ，根据题意，下面所列方程正确的是（ ）  
A.  $3000(1+x^2) = 5000$     B.  $3000x^2 = 5000$   
C.  $3000(1+x)^2 = 5000$     D.  $3000(1+x\%)^2 = 5000$
5. 如图，直线 $a \parallel b \parallel c$ ，直线 $AC$ 分别交 $a, b, c$ 于点 $A, B, C$ ，直线 $DF$ 分别交 $a, b, c$ 于点 $D, E, F$ . 若 $DE = 2EF$ ， $AB = 6$ ，则 $BC$ 的长为（ ）  
A. 2    B. 3    C. 4    D. 5



(第5题)

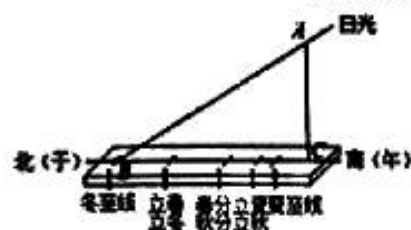


(第6题)

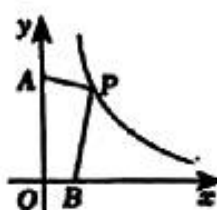
6. 如图，点 $G$ 为 $\triangle ABC$ 的重心，过点 $G$ 作 $DE \parallel BC$ ，分别交 $AB, AC$ 于点 $D, E$ ，则 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADE$ 的周长之比为（ ）  
A. 2:3    B. 3:2    C. 4:9    D. 9:4

7. 西周时期, 丞相周公旦设置过一种通过测定日影长度来确定时间的仪器, 称为圭表. 如图是一个根据北京的地理位置设计的圭表, 其中, 立柱  $AC$  高为  $a$ . 已知, 冬至时北京的正午日光入射角  $\angle ABC$  约为  $26.5^\circ$ , 则立柱根部与圭表的冬至线的距离 (即  $BC$  的长) 约为 ( )

A.  $a \sin 26.5^\circ$  B.  $\frac{a}{\cos 26.5^\circ}$  C.  $a \cos 26.5^\circ$  D.  $\frac{a}{\tan 26.5^\circ}$



(第7题)



(第8题)

8. 已知  $P$  是反比例函数  $y = \frac{24}{x}$  ( $x > 0$ ) 图象上一点, 点  $B$  的坐标为

$(2, 0)$ ,  $A$  是  $y$  轴正半轴上一点, 且  $AP \perp BP$ ,  $AP:BP = 2:3$ ,

那么点  $A$  的纵坐标为 ( )

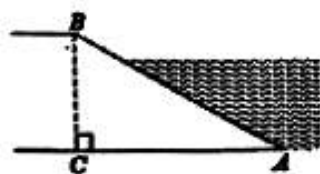
A.  $\frac{22}{3}$  B.  $\frac{24}{5}$  C. 6 D. 7

## 二、填空题 (每题3分, 共18分)

9. 计算:  $\sqrt{12} - \sqrt{3} =$  \_\_\_\_\_.

10. 关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 4x + 1 = -2k$  有两个不相等的实数根, 则  $k$  的取值范围为 \_\_\_\_\_.

11. 如图, 河坝横断面迎水坡  $AB$  的坡比为  $1:\sqrt{3}$ . 坝高  $BC$  为  $3m$ , 则  $AB$  的长度为 \_\_\_\_\_.



(第11题)

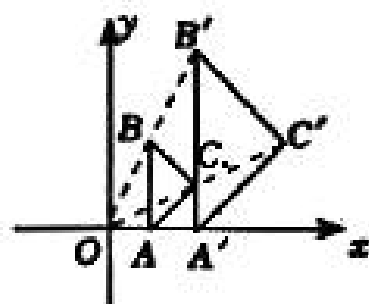


(第12题)

12. 如图, 在  $5 \times 4$  的正方形网格中, 每个小正方形的边长都是 1,  $\triangle ABC$  的顶点都在这些小正方形的顶点上, 则  $\sin \angle ABC$  的值为 \_\_\_\_\_.

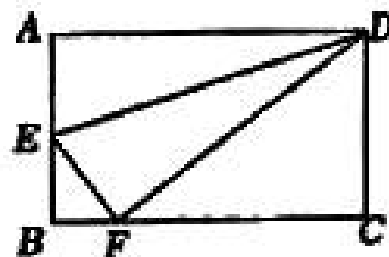
座位号

13. 如图，在平面直角坐标系中，等腰直角 $\triangle A'B'C'$ 是等腰直角 $\triangle ABC$ 以原点 $O$ 为位似中心的位似图形，且位似比为2:1，点 $A(2, 0)$ ， $B(2, 4)$ ， $C$ 在 $A'B'$ 上，则 $C'$ 点坐标为\_\_\_\_\_.



(第13题)

14. 如图，点 $E$ 在矩形 $ABCD$ 的 $AB$ 边上，将 $\triangle ADE$ 沿 $DE$ 翻折，点 $A$ 恰好落在 $BC$ 边上的点 $F$ 处，若 $CD=3BF$ ， $BE=3$ ，则 $AD$ 的长为\_\_\_\_\_.



(第14题)

三、解答题(本大题共10小题，共78分.)

15. (6分) 解方程： $x^2 - 4x - 1 = 0$ .

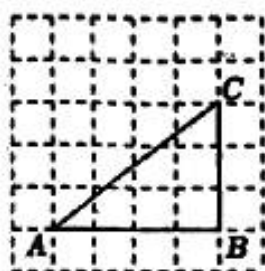
16. (6分) 计算： $\sqrt{2} \times \sqrt{2} - 4\sin 30^\circ + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$ .

18. (7分) 图①、图②均是  $6 \times 6$  的正方形网格，每个小正方形的边长均为 1，每个小正方形的顶点称为格点， $\triangle ABC$  的顶点均在格点上。只用无刻度的直尺，在给定的网格中，分别按下列要求画图，保留适当的作图痕迹。

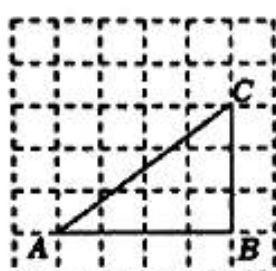
(1) 在图①中的线段  $AC$  上找一点  $D$ ，连接  $BD$ ，使  $S_{\triangle ABD} = S_{\triangle BCD}$ 。

(2) 在图②中的线段  $AC$  上找一点  $E$ ，连接  $BE$ ，使  $S_{\triangle ABE} = 3S_{\triangle BCE}$ 。

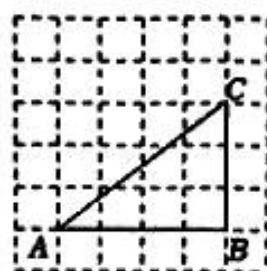
(3) 在图③中的线段  $AC$  上找一点  $F$ ，连接  $BF$ ，使  $S_{\triangle ABF} = \frac{12}{5}$ 。



图①



图②



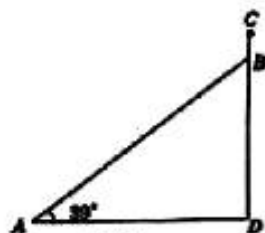
图③

(第 18 题)

19. (7分) 长泰大桥是长春市最高的双塔斜拉式高架桥，大桥属于双塔双索面混凝土特大斜拉桥桥型，图①是大桥的实物图，图②是大桥的示意图。假设你站在桥上点  $A$  处测得拉索  $AB$  与水平桥面的夹角是  $39^\circ$ ，点  $A$  处距离大桥立柱  $CD$  底端  $D$  的距离  $AD$  为 96 米，已知大桥立柱上  $B$  点距立柱顶端  $C$  点的距离  $BC$  为 5 米，求大桥立柱  $CD$  的高。(结果精确到 1 米) [参考数据:  $\sin 39^\circ \approx 0.63$ ,  $\cos 39^\circ \approx 0.78$ ,  $\tan 39^\circ \approx 0.81$ ]



图①



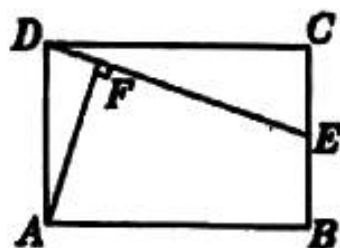
图②

(第 19 题)

20. (7分) 如图,  $E$  是矩形  $ABCD$  的边  $CB$  上的一点,  $AF \perp DE$  于点  $F$ ,  $AB=6$ ,  $AD=4$ ,  $CE=1$ .

(1) 求证:  $\triangle AFD \sim \triangle DCE$ .

(2) 计算点  $A$  到直线  $DE$  的距离为\_\_\_\_\_.

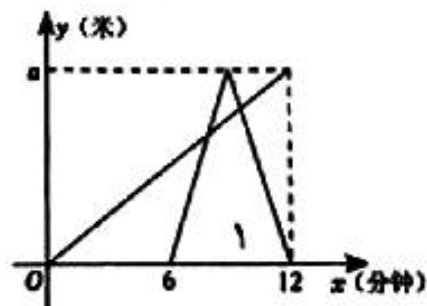


(第20题)

21. (8分) 小林同学从家出发, 步行到离家  $a$  米的劳动公园散步, 速度为 50 米/分钟; 6 分钟后哥哥也从家出发沿着同一路线骑自行车到公园, 哥哥到达公园后立即以原速原路返回家中, 哥哥返回家中时, 小林刚好到达公园, 两人离家的距离  $y$  (米) 与小林出发的时间  $x$  (分钟) 的函数关系如图所示.

(1) 求哥哥返回家的过程中  $y$  与  $x$  之间的函数关系式.

(2) 小林出发 \_\_\_\_\_ 分钟与哥哥第二次相遇.



(第21题)

22. (9分) 阅读材料：小明在学习二次根式后，发现一些含根号的式子可以写成另一个式子的平方，如  $3+2\sqrt{2}=(1+\sqrt{2})^2$ 。善于思考的小明进行了以下探索：设

$$a+b\sqrt{2}=(m+n\sqrt{2})^2 \text{ (其中 } a, b, m, n \text{ 均为整数),}$$

则有  $a+b\sqrt{2}=m^2+2n^2+2mn\sqrt{2}$ ， $\therefore a=m^2+2n^2$ ， $b=2mn$ 。这样小明就找到了一种把类似  $a+b\sqrt{2}$  的式子化为平方式的方法。请你仿照小明的方法探索并解决下列问题：

(1) 当  $a, b, m, n$  均为整数时，若  $a+b\sqrt{5}=(m+n\sqrt{5})^2$ ，用含  $m, n$  的式子分别表示  $a, b$ ，得： $a=$ \_\_\_\_\_， $b=$ \_\_\_\_\_。

(2) 利用所探索的结论，找一组正整数  $a, b, m, n$

填空：\_\_\_\_\_+\_\_\_\_\_  $\sqrt{5} = (\text{_____} + \text{_____} \sqrt{5})^2$ 。

(3) 若  $a+6\sqrt{5}=(m+n\sqrt{5})^2$ ，且  $a, m, n$  均为正整数，求  $a$  的值。

23. (10分)【教材呈现】如图是华师版九年级上册数学教材第77页的部分内容.

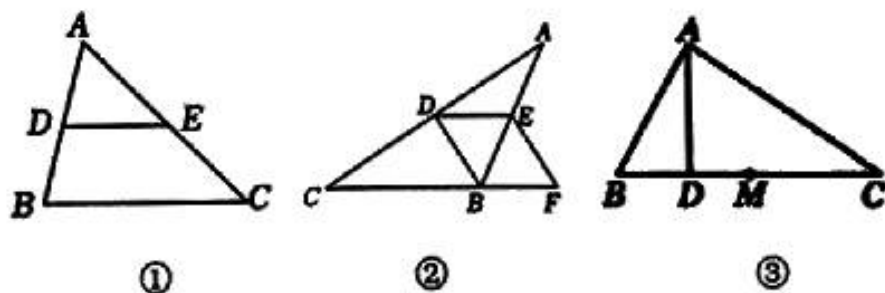
猜想: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 $D$ 、 $E$ 分别是 $AB$ 与 $AC$ 的中点. 根据画出的图形, 可以猜想:

$$DE \parallel BC, \text{ 且 } DE = \frac{1}{2}BC$$

对此, 我们可以用演绎推理给出证明.

(1)【定理证明】请根据教材内容, 结合图①, 写出证明过程.

(2)【定理应用】如图②, 在 $\triangle ABC$ 中,  $AB=BC$ ,  $BD$ 平分 $\angle ABC$ 交 $AC$ 于点 $D$ , 点 $E$ 为 $AB$ 的中点, 连接 $DE$ , 过点 $E$ 作 $EF \parallel BD$ 交 $CB$ 的延长线于点 $F$ . 求证: 四边形 $DEFB$ 是平行四边形.



(第23题)

(3)【拓展提升】如图③,  $\triangle ABC$ 中,  $\angle B=2\angle C$ ,  $AD \perp BC$ 于点 $D$ ,  $M$ 是 $BC$ 的中点,  $AB=10$ , 则 $MD=$ \_\_\_\_\_.

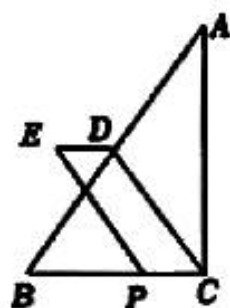
24. (12分) 如图①, 在 $\triangle ABC$ 中,  $\angle ACB=90^\circ$ ,  $AB=5$ ,  $AC=4$ , 点 $D$ 为边 $AB$ 的中点. 动点 $P$ 从点 $C$ 出发, 沿折线 $CB-BA$ 向终点 $A$ 运动, 点 $P$ 在 $CB$ 边上以每秒3个单位长度的速度运动, 在 $BA$ 边上以每秒5个单位长度的速度运动, 在点 $P$ 运动的过程中, 过点 $P$ 作 $CD$ 的平行线, 过点 $D$ 作 $PC$ 的平行线, 两条平行线相交于点 $E$ . 点 $P$ 不与点 $C$ 、点 $A$ 重合, 设点 $P$ 的运动时间为 $t$ 秒.

(1)  $CB=$ \_\_\_\_\_.

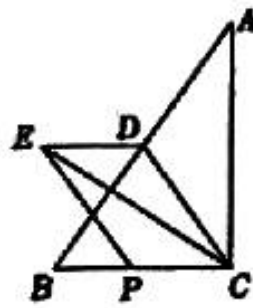
(2) 用含 $t$ 的代数式直接表示 $PB$ 的长.

(3) 当四边形 $CPED$ 是轴对称图形时, 求出 $t$ 的值.

(3) 连接 $CE$ , 如图②, 当 $CE$ 将 $\triangle ABC$ 的面积分成1:2两部分时, 直接写出 $t$ 的值.



图①



图②