

2023—2024 学年度第一学期初三数学试卷

注意事项:

1. 试卷分为第 I 卷和第 II 卷两部分, 共 6 页. 全卷满分 150 分, 考试时间 120 分钟.
2. 第 I 卷每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑, 如需要改动, 先用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案, 答案写在本试卷上无效.
3. 答第 II 卷时, 用 0.5 毫米黑色墨水签字笔, 将答案写在答题卡上指定的位置. 答案写在试卷上或答题卡上规定的区域以外无效.
4. 作图要用 2B 铅笔, 加黑加粗, 描写清楚.
5. 答题前, 请你务必将自己的姓名、准考证号, 用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔, 填写在答题卡上.

第 I 卷 (选择题共 24 分)

一、选择题 (本大题共 8 题, 每题 3 分, 请将答案涂到答题卡上)

1. 下列实数中, 最大的数是

- A. 2 B. 1 C. 0 D. -1

2. 近年来, 我国新能源汽车产业快速发展, 生产和销售稳定增长. 下列新能源汽车标志图案中, 既是轴对称图形又是中心对称图形的是



3. “斑叶兰”的一粒种子重约 0.000 000 5 克, 将 0.000 000 5 用科学记数法表示为

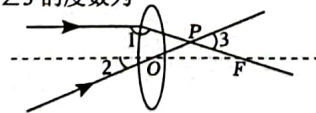
- A. 5×10^{-7} B. 5×10^{-6} C. 5×10^7 D. 0.5×10^{-6}

4. 下列计算正确的是

- A. $a + 2a^2 = 3a^2$ B. $a^{10} \div a^2 = a^5$ C. $a^4 \cdot a^2 = a^8$ D. $(a^3)^2 = a^6$

5. 如图, 一束平行于主光轴的光线经凸透镜折射后, 其折射光线与一束经过光心 O 的光线相交于点 P , 点 F 为焦点. 若 $\angle 1 = 155^\circ$, $\angle 2 = 30^\circ$, 则 $\angle 3$ 的度数为

- A. 45° B. 50°
C. 55° D. 60°



(第 5 题图)

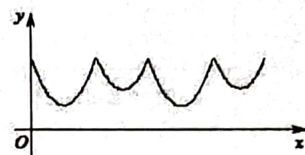
6. 用配方法解方程 $x^2 - 6x - 8 = 0$ 时, 配方结果正确的是

- A. $(x-3)^2 = 1$ B. $(x-3)^2 = 14$ C. $(x-6)^2 = 44$ D. $(x-3)^2 = 17$

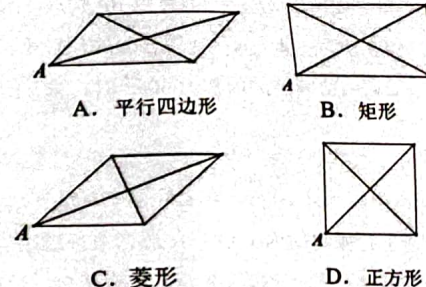
7. 若 k 为任意整数, 则 $(2k+3)^2 - 4k^2$ 的值总能

- A. 被 2 整除 B. 被 3 整除 C. 被 5 整除 D. 被 7 整除

8. 点 P 从某四边形的一个顶点 A 出发, 沿着该四边形的边逆时针匀速运动一周. 设点 P 运动的时间为 x , 点 P 与该四边形对角线交点的距离为 y , 表示 y 与 x 的函数关系的大致图象如图所示, 则该四边形可能是



(第 8 题图)



第 II 卷 (非选择题共 126 分)

二、填空题 (本大题共 8 题, 每题 3 分, 请将答案写在答题卡上)

9. 正六边形的每个外角为 $\underline{\hspace{1cm}}$ $^\circ$.

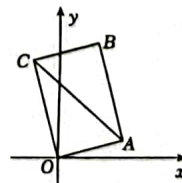
10. 袋子里有 5 只红球, 3 只白球, 每只球除颜色以外都相同, 从中任意摸出 1 只球, 是红球的可能性 $\underline{\hspace{1cm}}$ (选填“大于”“小于”或“等于”) 是白球的可能性.

11. 方程 $\frac{x-1}{x+1} = 2$ 的解为 $\underline{\hspace{1cm}}$.

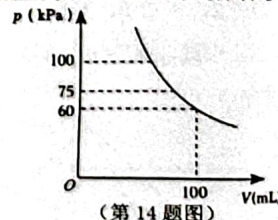
12. 若 a, b 为两个连续整数, 且 $a < \sqrt{19} < b$, 则 $a+b = \underline{\hspace{1cm}}$.

13. 如图, 在矩形 $OABC$ 中, 点 B 的坐标为 $(5, 12)$, 则 AC 的长是 $\underline{\hspace{1cm}}$.

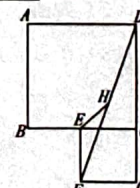
14. 在温度不变的条件下, 通过一次又一次地对汽缸顶部的活塞加压, 加压后气体对汽缸壁所产生的压强 p (kPa) 与汽缸内气体的体积 V (mL) 成反比例, p 关于 V 的函数图象如图所示. 若压强由 75 kPa 加压到 100 kPa, 则气体体积压缩了 $\underline{\hspace{1cm}}$ mL.



(第 13 题图)



(第 14 题图)



(第 16 题图)

15. 已知实数 m 满足 $m^2 - m - 1 = 0$, 则 $2m^3 - 3m^2 - m + 2024 = \underline{\hspace{1cm}}$.

16. 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 2, 点 E 在边 BC 上运动 (不与点 C 重合), 以线段 EC 为边在 BC 的下方作正方形 $ECGF$, 取 DF 的中点 H , 连接 EH , 则 EH 的最小值为 $\underline{\hspace{1cm}}$.

三、解答题（本大题共 11 小题，共 102 分. 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

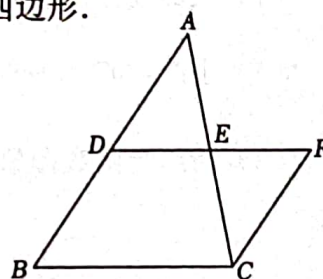
17. （本小题满分 10 分）计算与解不等式组：

(1) 计算： $|\sqrt{3}-1| - (-\sqrt{3})^2 - 12 \times \left(-\frac{1}{3}\right)$ ； (2) 解不等式组 $\begin{cases} 2x+1 \leq 4-x \\ x-1 < \frac{3x}{2} \end{cases}$.

18. （本小题满分 8 分）先化简，再求值： $\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) \div \frac{a^2 - b^2}{ab}$ ，其中 $a = \sqrt{2} + 1$ ， $b = \sqrt{2} - 1$.

19. （本小题满分 8 分）如图， $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 分别为 AB 、 AC 的中点，延长 DE 到点 F ，使得 $EF = DE$ ，连接 CF .

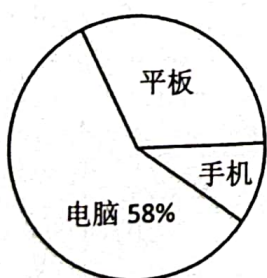
求证：(1) $\triangle CEF \cong \triangle AED$ ；(2) 四边形 $DBCF$ 是平行四边形.



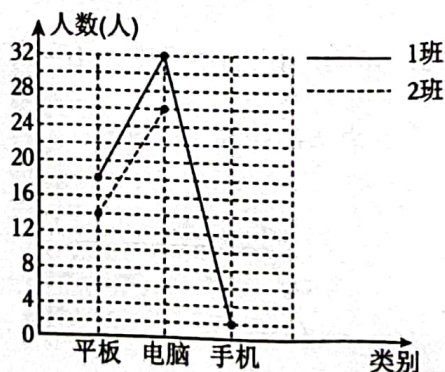
(第 19 题图)

20. （本小题满分 8 分）为了解某校九年级学生“线上学习”使用电子设备的种类情况，小明对该校九年级 1 班和 2 班全体同学使用平板、电脑、手机 3 种设备的情况进行了问卷调查（每个学生仅使用 1 种），根据调查结果绘制成如下两幅不完整的统计图. 根据图中信息解答问题.

学生使用设备情况扇形统计图



学生使用设备情况折线统计图



(1) 这两个班的学生总数为 40 人；

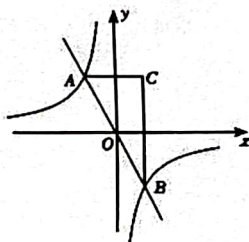
(2) 扇形统计图中“手机”对应的扇形圆心角的度数为 72°，并补全折线统计图；

(3) 若该校九年级学生共有 1000 人，估计该校九年级学生中使用平板学习的人数.

21. (本小题满分8分) 在数学著作《九章算术》中有这样一个问题：“今有牛五，羊二，值金十九两；牛二羊五，值金十六两，问牛羊各值金几何？”译文：“五头牛和两只羊共值金19两，两头牛和五只羊共值金16两，问牛和羊各值金多少两？”请你解决这个问题。

22. (本小题满分8分) 如图，反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 与正比例函数 $y = mx (m \neq 0)$ 的图象交于点 $A(-1, 2)$ 和点 B ，点 C 是点 A 关于 y 轴的对称点，连接 AC, BC 。

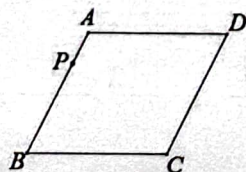
- (1) 求该反比例函数的表达式；
- (2) 求 $\triangle ABC$ 的面积；
- (3) 请结合函数图象，直接写出不等式 $\frac{k}{x} < mx$ 的解集。



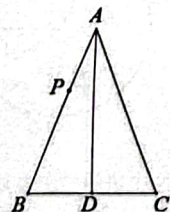
(第22题图)

23. (本小题满分8分) 请仅用无刻度直尺完成以下作图：

- (1) 如图1，在平行四边形 $ABCD$ 中，点 P 是 AB 上一点，在 CD 上找一点 Q ，使得 $CQ = AP$ 。
- (2) 如图2，如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $AD \perp BC$ 于 D ， P 为 AB 上任意一点，在 AC 上找一点 E ，使得 $AE = AP$ 。



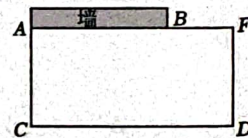
(图1)



(图2)

24. (本小题满分8分) 学校课外兴趣活动小组准备利用长为 $8m$ 的墙 AB 和一段长为 $26m$ 的篱笆围建一个矩形苗圃园，设平行于墙一边 CD 长为 xm 。如图，如果矩形苗圃园的一边由墙 AB 和一节篱笆 BF 构成，另三边由篱笆 $ACDF$ 围成。

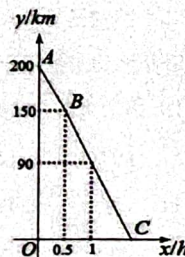
- (1) $AC = \underline{\hspace{1cm}} m$ ；(用含 x 的代数式表示)
- (2) 当苗圃园的面积为 $60m^2$ 时，求 x 的值。



(第24题图)

25. (本小题满分10分) 李老师驱车从淮安回南京，上午8:00进入淮安高速入口，设在高速上行驶时间为 $x(h)$ ，离南京高速出口的路程为 $y(km)$ ，图中的折线 $AB-BC$ 表示 y 与 x 之间的函数关系，结合图象，解决下列问题：

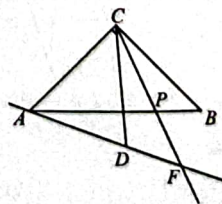
- (1) 求线段 BC 对应的函数表达式及点 C 的坐标；
- (2) 李老师说：“我在高速公路上，有一段连续 $0.5h$ 恰好走了 $58km$ 。”你认为有可能吗？若有，请求出这 $0.5h$ 的起止时间；若没有，请说明理由。



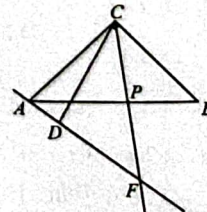
(第25题图)

26. (本小题满分12分) 如图，在等腰直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，点 P 在边 AB 上运动（不与点 A 、点 B 重合），点 B 关于射线 CP 的对称点为点 D ，直线 AD 与射线 CP 交于点 F 。

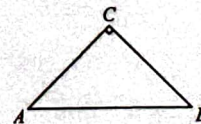
- (1) 如图1，若 $\angle BCP = 20^\circ$ ，则 $\angle ACD = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $\angle AFC = \underline{\hspace{1cm}}$ ；
- (2) 如图2，若 $AF = 3$ ， $DF = 2$ ，求边 BC 的长；
- (3) 在点 P 的运动过程中，设线段 $AF = m$ ，线段 $DF = n$ ，直接写出线段 CF 的长。(用含 m, n 的代数式来表示)



(图1)



(图2)



(备用图)

27. (本小题满分 14 分) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 正方形 $OABC$ 的顶点 B 在第一象限, 点 A 的坐标为 $(a, 0)$. 点 P 是正方形 $OABC$ 四条边上一动点 (不与点 O 重合), 将点 P 绕点 O 顺时针旋转 45° 得到点 P' , 称点 P' 为正方形 $OABC$ 的“伴随点”.

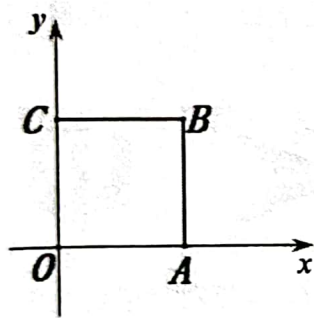
(1) 如图 1, 若 $a=2$, 点 P 在边 BC 上运动,

①当点 P 运动到点 B 时, 正方形 $OABC$ 的“伴随点” P' 的坐标为 ▲ ;

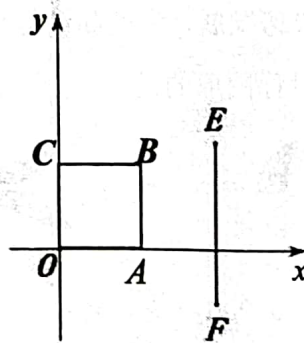
②当点 P' 恰好落在边 AB 时, 求此时点 P 的坐标;

(2) 如图 2, 线段 EF 的端点坐标分别为 $E(3, 2)$ 、 $F(3, -1)$, 若线段 EF 上存在正方形 $OABC$ 的两个“伴随点”, 求 a 的取值范围;

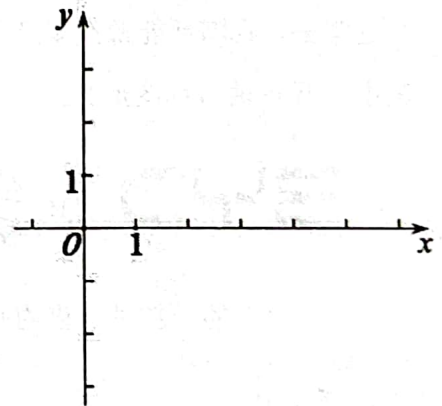
(3) 若正方形 $OABC$ 的所有“伴随点”中有 6 个整点 (横、纵坐标都是整数), 直接写出 a 的取值范围.



(图 1)



(图 2)



(备用图)