

城北中学第一学期阶段考试九年级数学卷

一. 选择题 (共 6 小题)

1. 下列说法中正确的是 ()

- A. 有一个角是直角的四边形是矩形 B. 两条对角线相等的四边形是矩形
C. 两条对角线互相垂直的四边形是矩形 D. 有三个角是直角的四边形是矩形

2. 下列方程是一元二次方程的是 ()

A. $3x^2 - 3 = 2x + 1$

B. $\frac{1}{x^2} - 3x = 2$

C. $\sqrt{3x^2} - 7 = 2x$

D. $(2x - 7)(x + 2) = 2x^2$

3. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 3x + m = 0$ 有两个相等的实数根, 则实数 m 的值为 ()

A. -9

B. $-\frac{9}{4}$

C. $\frac{9}{4}$

D. 9

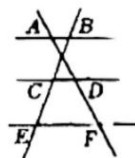
4. 不透明的袋子中装有 3 个红球、2 个白球, 除颜色外小球无其他差别. 从中随机摸出一个小球, 放回并摇匀, 再从中随机摸出一个小球, 那么两次都摸到红球的概率是 ()

A. $\frac{3}{5}$

B. $\frac{3}{25}$

C. $\frac{3}{10}$

D. $\frac{9}{25}$



5. 如图, $AB \parallel CD \parallel EF$, 那么下列结论正确的是 ()

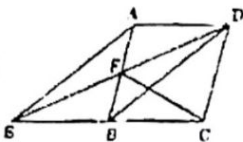
A. $\frac{CD}{EF} = \frac{BC}{BE}$

B. $\frac{EC}{BE} = \frac{DF}{AD}$

C. $\frac{AD}{DF} = \frac{BC}{CE}$

D. $\frac{CD}{EF} = \frac{AB}{EF}$

6. 如图, 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 连接 BD , $AE \parallel BD$, AE 与 CB 的延长线交于点 E , 连接 DE 交 AB 于 F , 连接 CF , 下列结论中: ① 四边形 $AEBD$ 是平行

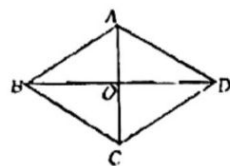


四边形; ② $BC = \frac{1}{2}EC$; ③ 若 $\angle ADF = \angle BCF$, 则 $\angle ABC = 90^\circ$; ④ $S_{\triangle ADF} = S_{\triangle BCF}$. 正确的结论

个数为 () A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

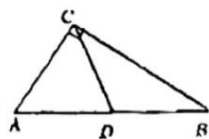
二. 填空题 (共 6 小题)

7. 方程 $(x - 1)(x + 1) = x - 1$ 的解是 _____.



8. 如图所示, 四边形 $ABCD$ 是边长为 2 的菱形, $AC = 2$, 则四边形 $ABCD$ 的面积为 _____.

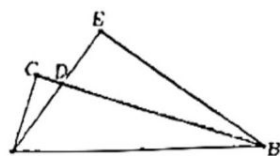
9. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, 点 D 是 AB 的中点, $AB = 8$, 则 $CD =$ _____.



10. 已知关于 x 方程 $x^2 - 3x + a = 0$ 有一个根为 -1 , 则方程的另一个根为 _____.

11. 在一个不透明的布袋中装有红球、白球共 50 个, 这些球除颜色外都相同. 小明从中随机摸出一个球记下颜色并放回, 通过大量重复试验, 发现摸到红球的频率稳定在 0.7, 则布袋中红球的个数大约是 _____.

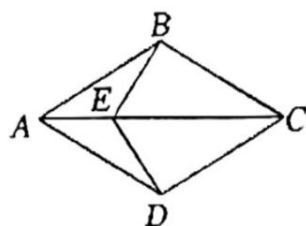
12. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 点 D 为 BC 上一点, 过点 B 作 AD 的垂线交 AD 的延长线于点 E , 若 $\angle ABD + \angle CDA = 90^\circ$, $4AD = 5DE$, $AC = 3\sqrt{10}$, 则线段 BD 的长为 _____.



三. 解答题 (共 11 小题)

13. (1) $\frac{1}{4}(x+1)^2 = 25$. (2) $(x-2)(x+2) = 2x-4$

14. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, E 是对角线 AC 上的一点. 连 BE , DE , $BE = DE$, $\angle BEC = \angle DEC$, 求证: 四边形 $ABCD$ 是菱形.



15. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + m^2 = 0$.

(1) 若该方程的一个根为 $x = \frac{1}{2}$, 求实数 m 的值; (2) 若该方程有实数根, 求实数 m 的取值范围.

16. 妈妈有白色、红色、灰色裙子各一条, 有白色、灰色帽子各一顶, 妈妈任意取出一条裙子和顶帽子, 请回答下列问题.

(1) 妈妈取出红色裙子的概率为 _____.

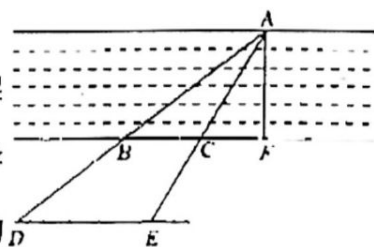
(2) 用画树状图或列表的方法求妈妈取出裙子和帽子恰好同色的概率.

17. 已知线段 a 、 b 、 c 满足 $\frac{a}{3} = \frac{b}{2} = \frac{c}{6}$, 且 $a+2b+c=26$.

(1) 求 a 、 b 、 c 的值; (2) 若线段 x 是线段 a 、 b 的比例中项, 求 x .

18. 为了加快城市发展, 保障市民出行方便, 某市在流经该市的河流上架起一座桥, 连通南北, 铺就城市繁荣之路. 小明和小颖想通过自己所学的

数学知识计算该桥 AF 的长. 如图, 该桥两侧河岸平行, 他们在河的对岸选定一个目标作为点 A , 再在河岸的这一边选出点 B 和点 C , 分别在 AB 、 AC 的延长线上取点 D 、 E , 使得 $DE \parallel BC$. 经测量, $BC = 120$ 米, $DE = 210$ 米, 且点 E 到河岸 BC 的距离为 60 米. 已知 $AF \perp BC$ 于点 F , 请你根据提供的数据, 帮助他们计算桥 AF 的长度.

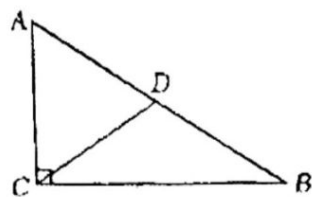


19. 下面是证明直角三角形性质时的两种添加辅助线的方法, 选择其中一种方法, 完成证明.

求证：直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半。

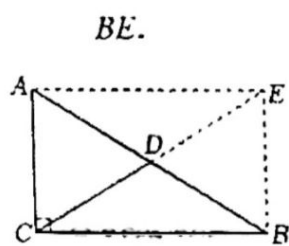
已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ，点 D 是 AB 的中点。

$$\text{求证：} CD = \frac{1}{2}AB$$



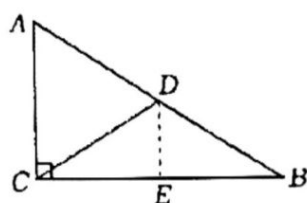
方法一

证明：如图，延长 CD 到点 E ，使得 $DE=CD$ ，连接 AE 、 BE 。

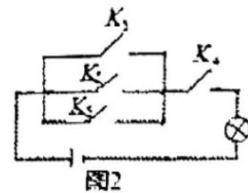
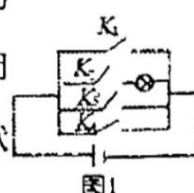


方法二

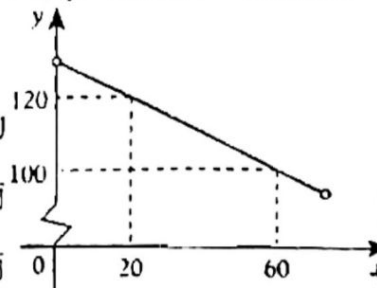
证明：如图，取 BC 的中点 E ，连接 DE 。



20. 小明学习电学知识后，用四个开关按键（每个开关键闭合的可能性相等）、一个电源和一个灯泡设计了一个电路图（1）若小明设计的电路图（四个开关按键都处于打开状态）如图所示，求任意闭合一个开关按键，灯泡能发光的概率；（2）若小明设计的电路图（四个开关按键都处于打开状态）如图所示，求同时闭合其中的两个开关按键，灯泡能发光的概率。（用列表或树状图法）



21. 某商场计划购进甲、乙两种商品共 80 件进行销售，已知甲种商品的进价为 120 元/件，乙种商品的进价为 80 元/件，甲种商品的销售单价为 150 元/件，乙种商品的销售单价 y （元/件）与购进乙种商品的数量 x （件）之间的函数关系如图所示。



- （1）求 y （元/件）关于 x （件）的函数关系式（不要求写出自变量 x 的取值范围）；（2）当购进乙种商品 30 件时，求销售完 80 件甲、乙两种商品获得的总利润；（3）实际经营时，因原材料价格上涨，甲、乙两种商品的进价均提高了 10%，为保证销售完后总利润不变，商场决定将这两种商品的销售单价均提高 m 元，且 m 不超过乙种商品原销售单价的 9%，求 m 的最大值。

22. 如果关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 有两个实数根, 且其中一个根为另一个根的 2 倍, 则称这样的方程为“倍根方程”, 研究发现了此类方程的一般性结论: 设其中一根为 t , 则另一个根为 $2t$, 因此 $ax^2+bx+c=a(x-t)(x-2t)=ax^2-3atx+2t^2a$, 所以有 $b^2-\frac{9}{2}ac=0$; 我们记“ $K=b^2-\frac{9}{2}ac$ ”

即 $K=0$ 时, 方程 $ax^2+bx+c=0$ 为倍根方程; 下面我们根据此结论来解决问题:

(1) 方程① $x^2-x-2=0$; 方程② $x^2-6x+8=0$ 这两个方程中, 是倍根方程的是_____ (填序号即可);

(2) 若 $(x-2)(mx+n)=0$ 是倍根方程, 求 $4m^2+5mn+n^2$ 的值;

(3) 关于 x 的一元二次方程 $x^2-\sqrt{m}x+\frac{2}{3}n=0$ ($m \geq 0$) 是倍根方程, 且点 $A(m, n)$ 在一次函数 $y=3x-8$ 的图象上, 求此倍根方程的表达式.

23. 小曼和他的同学组成了“爱琢磨”学习小组, 有一次, 他们碰到这样一道题: “已知正方形 $ABCD$, 点 E, F, G, H 分别在边 AB, BC, CD, DA 上, 若 $EG \perp FH$, 则 $EG=FH$.” 为了解决这个问题, 经过思考, 大家给出了以下两个方案:

方案一: 过点 A 作 $AM \parallel HF$ 交 BC 于点 M , 过点 B 作 $BN \parallel EG$ 交 CD 于点 N ;

方案二: 过点 A 作 $AM \parallel HF$ 交 BC 于点 M , 过点 A 作 $AN \parallel EG$ 交 CD 于点 N

(1) 对小曼遇到的问题, 请在甲、乙两个方案中任选一个加以证明 (如图 (1)).

(2) 如果把条件中的“正方形”改为“长方形”, 并设 $AB=2, BC=3$ (如图 (2)), 试探究 EG, FH 之间有怎样的数量关系, 并证明你的结论.

(3) 如果把条件中的“ $EG \perp FH$ ”改为“ EG 与 FH 的夹角为 45° ”, 并假设正方形 $ABCD$ 的边长为 1, FH 的长为 $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (如图 (3)), 试求 EG 的长度.

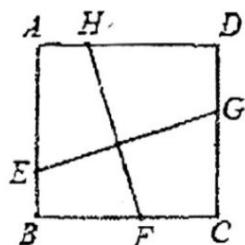


图 (1)

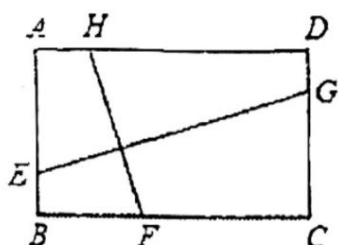


图 (2)

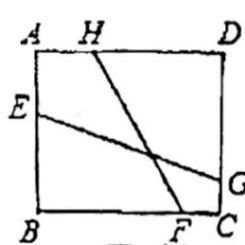


图 (3)