

# 2022--2023 学年度下学期期末考试

## 初三数学试题

### 注意事项:

1. 答卷前请考生务必在试卷的规定位置将自己的姓名、准考证号等内容填写准确。
2. 本试题分第I卷(选择题)和第II卷(非选择题)两部分,共150分,考试时间为120分钟。
3. 选择题每小题选出答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑;非选择题用0.5mm黑色签字笔直接答在答题卡相应区域,不能答在试卷上;解答题作图需用黑色签字笔,不能用铅笔。
4. 考试结束后,由监考教师把答题卡收回。

### 第I卷(选择题 40分)

一、选择题(本题共10小题,每小题选对得4分,选错、不选或选出的答案超过一个均记零分,共40分)

1.  $\sqrt{9}$  化简的结果是

- A. -3                      B. 3                      C.  $\pm 3$                       D.  $\sqrt{3}$

2. 图1是伸缩折叠不锈钢晾衣架的实物图,图2是它的侧面示意图, $AD$ 与 $CB$ 相交于点 $O$ , $AB \parallel CD$ ,根据图2中的数据可得 $x$ 的值为

- A. 0.8                      B. 0.96  
C. 1                      D. 1.08

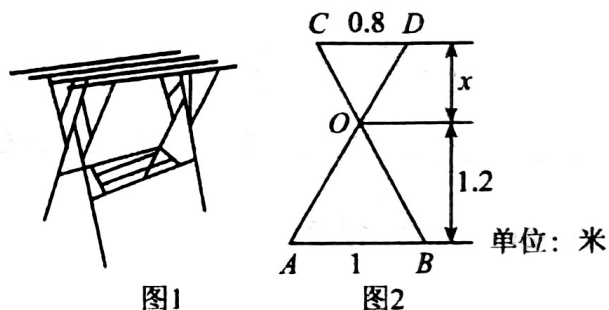


图1

图2

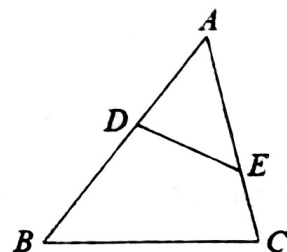
第2题图

3. 下列计算中,正确的是

- A.  $\sqrt{4} + \sqrt{9} = \sqrt{13}$                       B.  $\sqrt{27} \div \sqrt{3} = 9$   
C.  $\sqrt{5} \times \sqrt{2} = \sqrt{10}$                       D.  $3\sqrt{2} - \sqrt{2} = 3$

4. 如图,  $\triangle ADE \sim \triangle ACB$ ,  $DE = 5$ ,  $S_{\triangle ADE} : S_{\text{四边形} BCED} = 9 : 16$ , 则  $BC$  为

- A. 8                      B.  $\frac{20}{3}$                       C.  $\frac{25}{3}$                       D. 10



第5题图

5. 一元二次方程  $x^2 + x - 1 = 0$  的根的情况为

- A. 有两个不相等的实数根                      B. 有两个相等的实数根  
C. 只有一个实数根                      D. 没有实数根

6. 某商店将一批夏装降价处理, 经过两次降价后, 由每件 100 元降至 81 元, 求平均每次降价的百分率. 设平均每次降价的百分率为  $x$ , 可列方程 ( ).

- A.  $100(1-x)^2 = 81$                       B.  $81(1+x)^2 = 100$   
C.  $100(1+x) = 81 \times 2$                       D.  $2 \times 100(1-x) = 8$

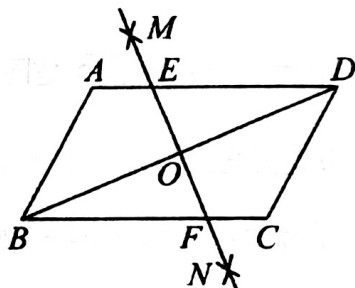
7. 观察下表, 一元二次方程  $x^2 - x - 1.1 = 0$  的解的范围是

$x$	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9
$x^2 - x - 1.1$	-0.99	-0.86	-0.71	-0.54	-0.35	-0.14	0.09	0.34	0.61

- A.  $1.4 < x < 1.5$       B.  $1.5 < x < 1.6$       C.  $1.6 < x < 1.7$       D.  $1.7 < x < 1.8$

8. 如图, 在  $\square ABCD$  中, 分别以  $B, D$  为圆心, 大于  $\frac{1}{2}BD$  的长为半径画弧, 两弧相交于点  $M, N$ , 过  $M, N$  两点作直线交  $BD$  于点  $O$ , 交  $AD, BC$  于点  $E, F$ , 下列结论不正确的是

- A.  $AE = CF$   
B.  $DE = BF$   
C.  $OE = OF$   
D.  $DE = DC$

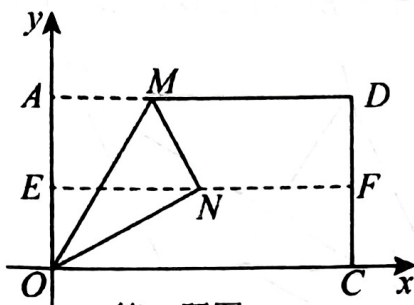


第 8 题图

9. 如图, 矩形  $AOCD$  的顶点  $O(0,0)$ ,  $A(0,4)$ , 顶点  $C$  在  $x$  轴的正半轴上. 作如下操作:

①对折矩形  $AOCD$ , 使得  $AD$  与  $OC$  重合, 得到折痕  $EF$ , 把纸片展平; ②再一次折叠纸片, 使点  $A$  落在  $EF$  上, 并使折痕经过点  $O$ , 得折痕  $OM$ , 同时, 得到了线段  $ON$ . 则点  $N$  的坐标是

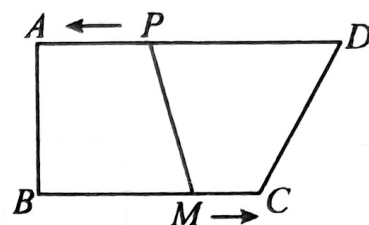
- A.  $(4,2)$   
B.  $(\sqrt{3},2)$   
C.  $(2\sqrt{3},\sqrt{3})$   
D.  $(2\sqrt{3},2)$



第 9 题图

10. 如图, 在四边形  $ABCD$  中,  $\angle A = \angle B = 90^\circ$ ,  $AD = 8\text{cm}$ ,  $BC = 6\text{cm}$ , 点  $P$  从点  $D$  出发, 以  $1\text{cm/s}$  的速度向点  $A$  运动, 点  $M$  从点  $B$  同时出发, 以相同的速度向点  $C$  运动, 当其中一个动点到达端点时, 两个动点同时停止运动. 设点  $P$  的运动时间为  $t$  (单位:  $\text{s}$ ), 下列结论正确的是

- A. 当  $t = 3\text{s}$  时, 四边形  $ABMP$  为矩形
- B. 当  $t = 4\text{s}$  时, 四边形  $CDPM$  为平行四边形
- C. 当  $CD = PM$  时,  $t = 3\text{s}$
- D. 当  $CD = PM$  时,  $t = 3\text{s}$  或  $5\text{s}$



第 10 题图

## 第 II 卷 (非选择题 110 分)

二、填空题 (本大题共 6 小题, 只要求填写最后结果, 每小题填对得 4 分, 共 24 分)

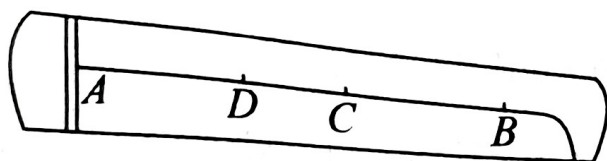
11. 若  $4x = 3y$ , 则  $x : y = \underline{\hspace{2cm}}$ .

12. 若代数式  $\sqrt{x-3}$  有意义, 则  $x$  的取值范围是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

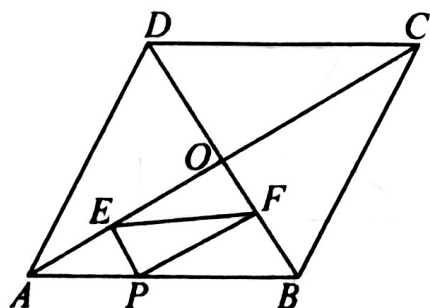
13. 若最简根式  $\sqrt{2}$  与  $\sqrt{5m-3}$  是同类二次根式, 则  $m = \underline{\hspace{2cm}}$ .

14. 若  $a, b$  是方程  $x^2 + 2x - 2 = 0$  的两个实数根, 则代数式  $a^2 + 3a + b$  的值为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

15. 如图, 乐器上的一根弦  $AB = 80\text{cm}$ , 两个端点  $A, B$  固定在乐器板面上, 支撑点  $C$  是靠近点  $B$  的黄金分割点, 支撑点  $D$  是靠近点  $A$  的黄金分割点,  $C, D$  之间的距离为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .



16. 如图, 菱形  $ABCD$  的对角线  $AC, BD$  相交于点  $O$ , 点  $P$  为  $AB$  边上一动点 (不与点  $A, B$  重合),  $PE \perp OA$  于点  $E$ ,  $PF \perp OB$  于点  $F$ , 若  $AC = 10$ ,  $BD = 5$ , 则  $EF$  的最小值为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .



三、解答题(本大题共 10 小题，共 86 分，解答要写出必要的文字说明、证明过程或推演步骤)

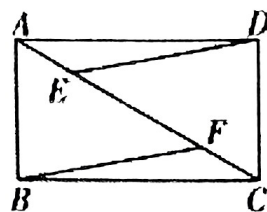
17. (本题满分 6 分) 计算:  $\sqrt{8} + |\sqrt{2} - 2| + (-\frac{1}{2})^{-1}$ .

18. (本题满分 6 分) 解方程:  $x^2 - 4x - 3 = 0$

19. (本题满分 6 分)

如图，在矩形  $ABCD$  中，点  $E, F$  在对角线  $AC$  上，且  $AE = CF$ ，连接  $DE, BF$ 。

求证:  $\angle ABF = \angle CDE$ .



第 19 题图

20. (本题满分 8 分)

在平面直角坐标系内， $\triangle ABC$  的位置如图所示。

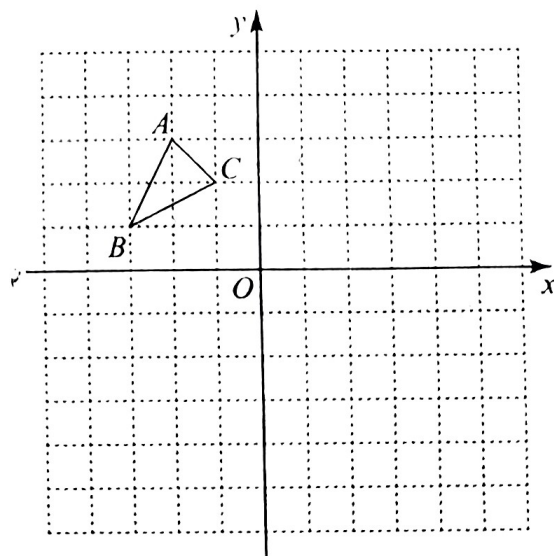
(1) 将  $\triangle ABC$  绕点  $O$  顺时针旋转  $90^\circ$  得到  $\triangle A_1B_1C_1$ ，

作出  $\triangle A_1B_1C_1$ 。

(2) 以原点  $O$  为位似中心，在第四象限内作出

$\triangle ABC$  的位似图形  $\triangle A_2B_2C_2$ ，且  $\triangle A_2B_2C_2$  与

$\triangle ABC$  的相似比为  $2:1$ 。



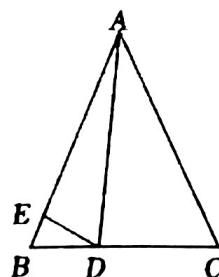
第 20 题图

21. (本题满分 8 分)

如图，已知等腰  $\triangle ABC$ ， $AB = AC$ ，点  $D, E$  分别在  $BC, AB$  上，且  $\angle BDE = \angle CAD$ 。

(1) 求证:  $\triangle BDE \sim \triangle CAD$ ;

(2) 如果  $BE = 3, BD = 4, DC = 9$ ，求  $AB$  的长。



第 21 题图



22. (本题满分 8 分)

一款服装每件进价为 80 元，销售价为 120 元时，每天可售出 20 件，为了扩大销售量，增加利润，经市场调查发现，如果每件服装降价 1 元，那么平均每天可多售出 2 件。

(1) 设每件衣服降价  $x$  元，则每天销售量增加\_\_\_\_\_件，每件商品盈利\_\_\_\_\_元 (用含  $x$  的代数式表示)；

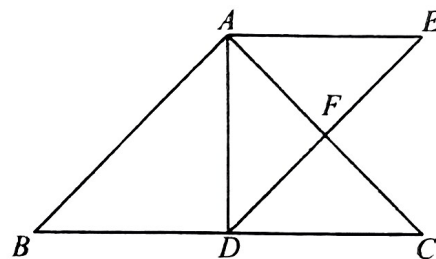
(2) 在让利于顾客的情况下，每件服装降价多少元时，商家平均每天能盈利 1200 元；

23. (本题满分 10 分)

如图，已知  $\triangle ABC$  和  $\triangle ADE$ ， $AB = AC$ ， $AD = AE$ ，点  $D$  在  $BC$  边上， $\angle BAD = \angle CAE$

(1) 求证： $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ ；

(2) 如果  $AE \parallel BC$ ， $DA = DC$ ，连接  $CE$ 。求证：四边形  $ADCE$  是菱形。



第 23 题图

24. (本题满分 10 分)

在解决问题“已知  $a = \frac{1}{2+\sqrt{3}}$ ，求  $2a^2 - 8a + 1$  的值”时，小明是这样分析与解答的：

$$\because a = \frac{1}{2+\sqrt{3}} = \frac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} = 2-\sqrt{3}$$

$$\therefore a-2 = -\sqrt{3}, \therefore (a-2)^2 = 3, a^2 - 4a + 4 = 3$$

$$\therefore a^2 - 4a = -1, \therefore 2a^2 - 8a + 1 = 2(a^2 - 4a) + 1 = 2 \times (-1) + 1 = -1.$$

请你根据小明的分析过程，解决如下问题：

(1) 化简：  $\frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$ ；

(2) 若  $a = \frac{1}{\sqrt{2}+1}$ ，求  $2a^2 + 4a - 1$  的值。

25. (本题满分 12 分)

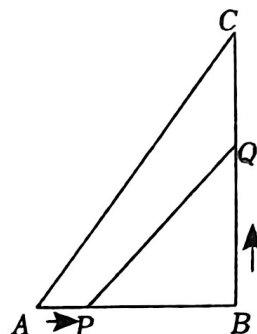
如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle B = 90^\circ$ ,  $AB = 6\text{cm}$ ,  $BC = 8\text{cm}$  点  $P$  从  $A$  开始沿边  $AB$  向点  $B$  以  $1\text{cm/s}$  的速度移动, 与此同时, 点  $Q$  从点  $B$  开始沿边  $BC$  向点  $C$  以  $2\text{cm/s}$  的速度移动. 点  $P$ ,  $Q$  同时出发, 当点  $Q$  运动到点  $C$  时, 两点停止运动, 设运动时间为  $t$  秒.

(1) 填空:  $BQ =$  \_\_\_\_\_  $\text{cm}$ ,  $PB =$  \_\_\_\_\_  $\text{cm}$ ; (用含  $t$  的代数式表示)

(2) 当  $t$  为几秒时,  $PQ$  的长度等于  $4\sqrt{2}\text{cm}$ ?

(3) 是否存在某一时刻  $t$ , 使四边形  $APQC$  的面积等于  $\triangle ABC$  面积的  $\frac{2}{3}$ ?

如果存在, 求出  $t$  的值, 如果不存在, 请说明理由,



第 25 题图

26. (本题满分 12 分)

原题再现: 小百合特别喜欢探究数学问题, 一天万老师给她这样一个几何问题:

$\triangle ABC$  和  $\triangle BDE$  都是等边三角形, 将  $\triangle BDE$  绕着点  $B$  旋转到图 1 位置, 求证:  $AE = CD$ . 小百合很快就通过  $\triangle ABE \cong \triangle CBD$ , 论证了  $AE = CD$ .

(1) 请你帮助小百合写出证明过程;

迁移应用

小百合想, 把等边  $\triangle ABC$  和等边  $\triangle BDE$  都换成等腰直角三角形, 将  $\triangle BDE$  绕着点  $B$  旋转到图 2 位置, 其中  $\angle ACB = \angle EDB = 90^\circ$ , 那么  $AE$  和  $CD$  有什么数量关系呢?

(2) 请你帮助小百合写出结论, 并给出证明;

(3) 如图 3, 如果把等腰直角三角形换成正方形, 将正方形  $AFEG$  绕点  $A$  旋转  $\alpha^\circ$ , 若  $AB = 6\sqrt{2}$ ,  $AG = 4$ , 在旋转过程中, 当  $C, G, E$  三点共线时, 请直接写出  $DG$  的长度.

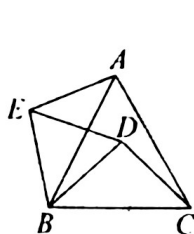


图1

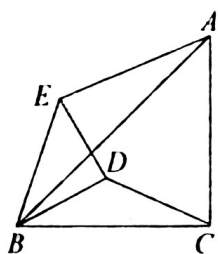


图2

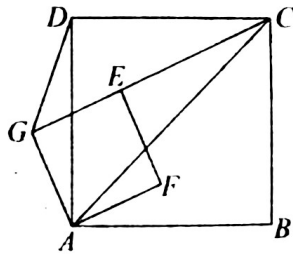


图3

第 26 题图