

# 青川县2023年春中小学期末学业水平检测八年级

## 数 学 试 题

(满分150分, 时间120分钟)

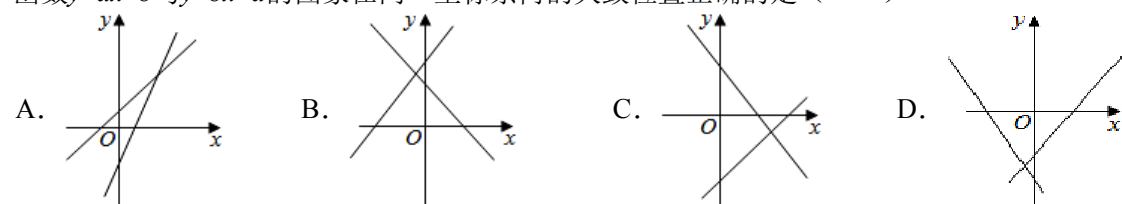
### 第 I 卷 选择题 (共30分)

#### 一、选择题 (本大题共10小题, 每小题3分, 共30分)

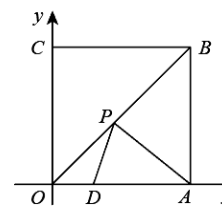
- 式子  $\frac{\sqrt{a+1}}{a-2}$  有意义, 则实数  $a$  的取值范围是 ( )  
A.  $a \geq -1$  B.  $a \neq 2$  C.  $a \geq -1$  且  $a \neq 2$  D.  $a > 2$
- 已知三角形的三边长为  $a$ 、 $b$ 、 $c$ , 如果  $(a-5)^2 + |b-12| + \sqrt{c-13} = 0$ , 则  $\triangle ABC$  是 ( )  
A. 以  $a$  为斜边的直角三角形 B. 以  $b$  为斜边的直角三角形  
C. 以  $c$  为斜边的直角三角形 D. 不是直角三角形
- 已知实数  $a$  在数轴上的位置如图所示, 则化简  $|1-a| + \sqrt{a^2}$  的结果为 ( )  
A. 1 B. -1 C.  $1-2a$  D.  $2a-1$
- 有甲、乙两班, 甲班有  $m$  个人, 乙班有  $n$  个人. 在一次考试中甲班平均分是  $a$  分, 乙班平均分是  $b$  分. 则甲、乙两班在这次考试中的总平均分是 ( )  
A.  $\frac{a+b}{2}$  B.  $\frac{m+n}{2}$  C.  $\frac{am+bn}{a+b}$  D.  $\frac{am+bn}{m+n}$
- 有下面的判断: ①若  $\triangle ABC$  中,  $a^2 + b^2 \neq c^2$ , 则  $\triangle ABC$  不是直角三角形;  
②若  $\triangle ABC$  是直角三角形,  $\angle C = 90^\circ$ , 则  $a^2 + b^2 = c^2$ ;  
③若  $\triangle ABC$  中,  $a^2 - b^2 = c^2$ , 则  $\triangle ABC$  是直角三角形;  
④若  $\triangle ABC$  是直角三角形,  $a$  是斜边, 则  $(a+b)(a-b) = c^2$ .

其中判断正确的有 ( )

- 4个 B. 3个 C. 2个 D. 1个
- 如图, 在  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle B = 90^\circ$ ,  $\angle A = 30^\circ$ ,  $DE$  垂直平分斜边  $AC$ , 交  $AB$  于  $D$ ,  $E$  是垂足, 连接  $CD$ . 若  $BD = 2$ , 则  $AC$  的长是 ( )  
A. 4 B. 8 C.  $4\sqrt{3}$  D.  $2\sqrt{3}$
- 如图, 在菱形  $ABCD$  中,  $\angle A = 60^\circ$ ,  $AD = 4$ , 点  $P$  是  $AB$  边上的一个动点, 点  $E$ 、 $F$  分别是  $DP$ 、 $BP$  的中点, 则线段  $EF$  的长为 ( )  
A. 2 B. 4 C.  $2\sqrt{2}$  D.  $2\sqrt{3}$
- 如果直线  $y = kx + 4$  与两个坐标轴所围成的三角形面积是 4, 则  $k$  的值为 ( )  
A. 2 B. 2或-2 C. 4 D. 4或-4
- 函数  $y = ax + b$  与  $y = bx + a$  的图象在同一坐标系内的大致位置正确的是 ( )



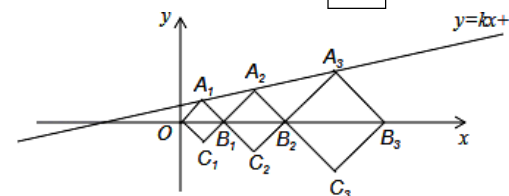
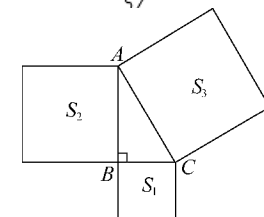
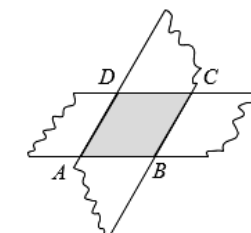
- 如图所示, 四边形  $OABC$  是正方形, 边长为 6, 点  $A$ 、 $C$  分别在  $x$  轴、 $y$  轴的正半轴上, 点  $D$  在  $OA$  上, 且  $D$  点的坐标为  $(2, 0)$ ,  $P$  是  $OB$  上一动点, 则  $PA + PD$  的最小值为 ( )  
A. 5 B.  $2\sqrt{10}$  C. 4 D. 6



### 第 II 卷 非选择题 (共120分)

#### 二、填空题 (本大题共6小题, 每小题4分, 共24分)

- 二次根式  $\sqrt{3-x}$  在实数范围内有意义, 则  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
- 若函数  $y = (m-2)x^{|m|-1}$  是一次函数, 则  $m$  的值是\_\_\_\_\_.
- 一名学生军训时射靶10次, 命中的环数分别为4, 7, 8, 6, 8, 6, 5, 9, 10, 7. 则这名学生射击环数的方差是\_\_\_\_\_.
- 如图, 剪两张等宽对边平行的纸条, 随意交叉叠放在一起, 转动其中的一张, 重合的部分构成了一个四边形, 这个四边形是\_\_\_\_\_.
- 如图,  $\triangle ABC$  中,  $\angle ABC = 90^\circ$ , 分别以  $\triangle ABC$  的三边为边向外作正方形,  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$  分别表示这三个正方形的面积, 已知  $S_1 = 81$ ,  $S_3 = 225$ , 则  $S_2 =$ \_\_\_\_\_.
- 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 正方形  $A_1B_1C_1O$ 、 $A_2B_2C_2B_1$ 、 $A_3B_3C_3B_2$ , ..., 按图所示的方式放置. 点  $A_1$ 、 $A_2$ 、 $A_3$ , ... 和点  $B_1$ 、 $B_2$ 、 $B_3$ , ... 分别在直线  $y = kx + b$  和  $x$  轴上. 已知  $C_1(1, -1)$ ,  $C_2(\frac{7}{2}, -\frac{3}{2})$ , 则点  $A_3$  的坐标是\_\_\_\_\_.



#### 三、解答题 (本大题共10小题, 共96分)

- (6分) 计算:  $4\sqrt{2}(\sqrt{\frac{1}{8}} - \sqrt{6}) - \sqrt{48} \div \sqrt{3} + (\sqrt{3} + 2)^2$ .

#### 18. (8分) 阅读下面的文字后, 回答问题:

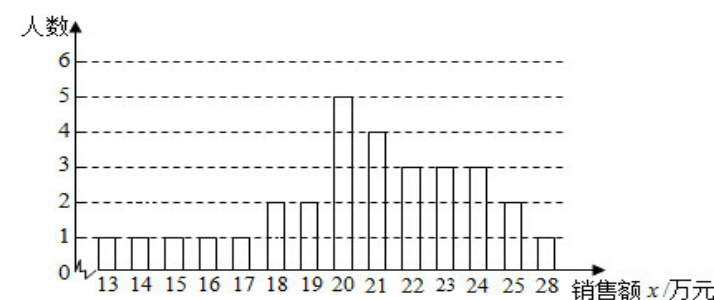
甲、乙两人同时解答题目: “化简并求值:  $a + \sqrt{1-6a+9a^2}$ , 其中  $a=5$ .” 甲、乙两人的解答不同;

甲的解答是:  $a + \sqrt{1-6a+9a^2} = a + \sqrt{(1-3a)^2} = a + 1-3a = 1-2a = -9$ ;

乙的解答是:  $a + \sqrt{1-6a+9a^2} = a + \sqrt{(1-3a)^2} = a + 3a-1 = 4a-1 = 19$ .

- \_\_\_\_\_的解答是错误的.
- 错误的解答在于未能正确运用二次根式的性质: \_\_\_\_\_.
- 模仿上题解答: 化简并求值:  $|1-a| + \sqrt{1-8a+16a^2}$ , 其中  $a=2$ .

#### 19. (9分) 某商场统计了每个营业员在某月的销售额, 绘制了如下统计图.



解答下列问题：

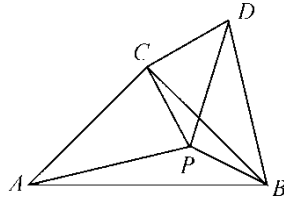
- (1) 设营业员的月销售额为  $x$  (单位：万元). 商场规定：当  $x < 15$  时为不称职，当  $15 \leq x < 20$  时为基本称职，当  $20 \leq x < 25$  时为称职，当  $x \geq 25$  时为优秀. 试求出不称职、基本称职、称职、优秀四个层次营业员人数所占百分比，并画出相应的扇形图.
- (2) 根据(1)中规定，所有称职和优秀的营业员月销售额的中位数、众数和平均数分别是多少？
- (3) 为了调动营业员的积极性，决定制定一个月销售额奖励标准，凡达到或超过这个标准的营业员将受到奖励. 如果要使得称职和优秀的所有营业员的半数左右能获奖，奖励标准应定为多少元？并简述其理由.

20. (9分) 已知一次函数  $y = kx + b$ . 当  $x = -4$  时， $y = 0$ ；当  $x = 4$  时， $y = 4$ .

- (1) 求这个一次函数的表达式；
- (2) 求这个一次函数的图像与两条坐标轴围成的三角形的面积.

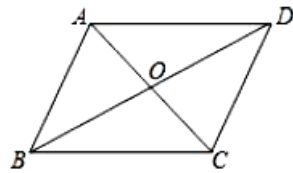
21. (9分) 如图，在  $\triangle ABC$  中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = BC$ ， $P$  是  $\triangle ABC$  内的一点， $PA = 3$ ， $PB = 1$ ， $CD = PC = 2$ ， $CD \perp PC$ .

- (1) 找出图中一对全等三角形，并证明；
- (2) 求  $\angle BPC$  的度数.



22. (9分) 如图，在四边形  $ABCD$  中， $AB \parallel CD$ ， $AC$ 、 $BD$  相交于点  $O$ ，且  $O$  是  $BD$  的中点.

- (1) 求证：四边形  $ABCD$  是平行四边形；
- (2) 若  $AC \perp BD$ ， $AB = 8$ ，求四边形  $ABCD$  的周长.



23. (10分) 某超市计划购进甲、乙两种商品，两种商品的进价、售价如下表：

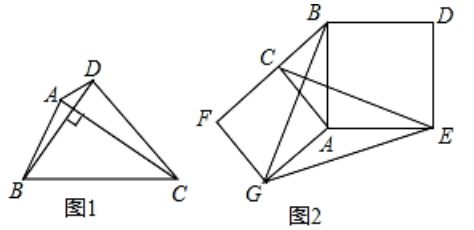
若用 360 元购进甲种商品的件数与用 180 元购进乙种商品的件数相同.

- (1) 求甲、乙两种商品的进价是多少元？
- (2) 若超市销售甲、乙两种商品共 50 件，其中销售甲种商品为  $a$  件 ( $a \geq 30$ )，设销售完 50 件甲、乙两种商品的总利润为  $w$  元，求  $w$  与  $a$  之间的函数关系式，并求出  $w$  的最小值.

| 商 品      | 甲      | 乙   |
|----------|--------|-----|
| 进价 (元/件) | $x+60$ | $x$ |
| 售价 (元/件) | 200    | 100 |

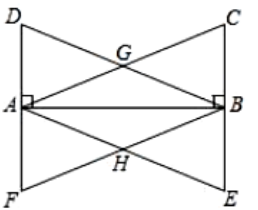
24. (10分) 概念理解：对角线互相垂直的四边形叫做垂美四边形

- (1) 性质探究：如图1，四边形  $ABCD$  是垂美四边形，直接写出  $AB^2$ 、 $CD^2$ 、 $AD^2$ 、 $BC^2$  的数量关系：\_\_\_\_\_.
- (2) 解决问题：如图2，分别以  $\text{Rt}\triangle ACB$  的直角边  $AC$  和斜边  $AB$  为边向外作正方形  $ACFG$  和正方形  $ABDE$ ，连结  $CE$ 、 $BG$ 、 $GE$ . 若  $AC = 4$ ， $AB = 5$ ，求  $GE$  的长 (可直接利用(1)中性质)



25. (12分) 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  与  $\text{Rt}\triangle ABD$  中， $\angle ABC = \angle BAD = 90^\circ$ ， $AC = BD$ ， $AC$ 、 $BD$  相交于点  $G$ ，过点  $A$  作  $AE \parallel DB$  交  $CB$  的延长线于点  $E$ ，过点  $B$  作  $BF \parallel CA$  交  $DA$  的延长线于点  $F$ ， $AE$ 、 $BF$  相交于点  $H$ .

- (1) 证明： $\triangle ABD \cong \triangle BAC$ .
- (2) 证明：四边形  $AHBG$  是菱形.
- (3) 若  $AB = BC$ ，证明四边形  $AHBG$  是正方形.



26. (14分)

如图，直线  $l_1: y = \frac{3}{4}x$  与直线  $l_2$  交于点  $A(4, m)$ ，

直线  $l_2$  与  $x$  轴交于点  $B(8, 0)$ ，点  $C$  从点  $O$  出发沿  $OB$  向终点  $B$  运动，速度为每秒 1 个单位，同时点  $D$  从点  $B$  出发以同样的速度沿  $BO$  向终点  $O$  运动，作  $CM \perp x$  轴，交折线  $OA-AB$  于点  $M$ ，作  $DN \perp x$  轴，交折线  $BA-AO$  于点  $N$ ，设运动时间为  $t$ .

- (1) 求直线  $l_2$  的表达式；
- (2) 在点  $C$ ，点  $D$  运动过程中.
- ① 当点  $M$ ， $N$  分别在  $OA$ ， $AB$  上时，求证四边形  $CMND$  是矩形.
- ② 在点  $C$ ，点  $D$  的整个运动过程中，当四边形  $CMND$  是正方形时，请你直接写出  $t$  的值.
- (3) 点  $P$  是平面内一点，在点  $C$  的运动过程中，问是否存在以点  $P$ ， $O$ ， $A$ ， $C$  为顶点的四边形是菱形，若存在，请直接写出点  $P$  的坐标，若不存在，请说明理由.

