

## 数学试题参考答案及评分建议

一、选择题（每题 3 分，共 24 分）

1-4 CBAB

5—8 DACD

二、填空题（每题 3 分，共 30 分）

9. (答案不唯一)

10.  $70^\circ$ 11.  $a < 1$ 

12.3

13.50°

 $14.72^\circ$ 

15.10%

16.170

17.2

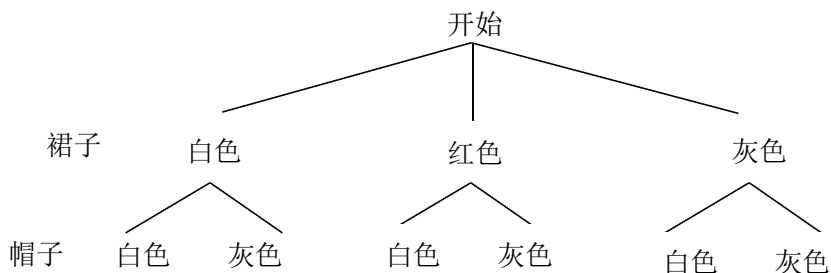
18.  $\sqrt{5}-1$

19. (1)  $x_1=3, x_2=-1$  .....6 分

(2)  $x_1=1, x_2=\frac{1}{3}$  .....6 分

20. (1)  $\frac{1}{3}$ ; ..... 3 分

(2) 树状图如图所示:



列表如下:

结果 \ 裙子 帽子	白裙	红裙	灰裙
白帽	(白帽, 白裙)	(白帽, 红裙)	(白帽, 灰裙)
灰帽	(灰帽, 白裙)	(灰帽, 红裙)	(灰帽, 灰裙)

取出裙子和帽子的结果如下：（白帽，白裙），（白帽，红裙），（白帽，灰裙），（灰帽，白裙），（灰帽，红裙），（灰帽，灰裙），共有 6 种等可能结果，其中同色的有（白帽，白裙），（灰帽，灰裙）共计 2 种，

$\therefore P(\text{同色}) = \frac{1}{3}$ . .....8分

21. (1) 9; .....2 分

(2)  $\frac{19}{8}, 2;$  .....8 分

(3) 3. ....10 分

22. 设这个两位数的十位数字是  $x$ , 则个位数字是  $x+3$ .

由题意得  $(3+x)^2=10x+3+x$  .....6 分

解得:  $x_1=2, x_2=3$ . ....8分

这个数为25或36.

答: 这个两位数为25或36. ....10分

23. (1) 连接  $OC$

$\because OA=OC$

$\therefore \angle OCA=\angle OAC$

$\because AC$  平分  $\angle PAE$

$\therefore \angle OAC=\angle CAP$

$\therefore \angle OCA=\angle CAP$  .....3 分

$\therefore OC \parallel BP$

$\because CD \perp PB$

$\therefore \angle CDB=90^\circ$

$\therefore \angle DCO=90^\circ$  即  $OC \perp CD$

$\therefore CD$  为  $\odot O$  的切线. ....5 分

(2)  $\because \angle E=30^\circ$

$\therefore \angle COA=2\angle E=60^\circ$

$\because OA=OC$

$\therefore \angle OCA=60^\circ$  .....7 分

$\because \angle OCD=90^\circ$

$\therefore \angle DCA=30^\circ$

在  $Rt\triangle CDA$  中,  $\angle DCA=30^\circ$ ,  $AC=5$ , 得  $CD=\frac{5\sqrt{3}}{2}$  .....10 分

24. (1) 将  $(8,10), (-2, \frac{5}{2})$  代入  $y=ax^2+c$ ,

得  $\begin{cases} 64a+c=10, \\ 4a+c=\frac{5}{2}, \end{cases}$  .....3 分

解得  $\begin{cases} a=\frac{1}{8}, \\ c=2. \end{cases}$  .....4 分

$\therefore$  二次函数的表达式为  $y=\frac{1}{8}x^2+2$ . ....5 分

(2) 设  $PF$  绕点  $P$  逆时针旋转  $90^\circ$  后得  $PE$ , 过点  $P$  作  $PA \perp y$  轴,  $PB \perp x$  轴, 垂足分别为  $A$ ,  $B$ , 则  $\angle APB = 90^\circ$

$$\because \angle FPE = 90^\circ$$

$$\therefore \angle FPA = \angle EPB$$

$$\text{又 } \angle PAF = \angle PBE = 90^\circ, PF = PE$$

$$\therefore \triangle FPA \cong \triangle EPB \quad \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$\therefore PA = PB$$

故可设点  $P(a, a)$ , 将  $P(a, a)$  代入  $y = \frac{1}{8}x^2 + 2$ , 解得  $a_1 = a_2 = 4$ ,

$$\therefore P \text{ 点坐标为 } (4, 4). \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

25. (1) 2; \dots\dots\dots 2 \text{ 分}

(2) 由 (1) 得  $AE = 2BE$ , 又由总长为 80 m 得,

$$3AE + 2BE + 2x = 80,$$

$$\therefore BE = 10 - \frac{1}{4}x \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\text{由题意得 } S_{\text{矩形}ABCD} = \frac{y}{3}$$

$$\text{又 } S_{\text{矩形}ABCD} = BC \cdot EB$$

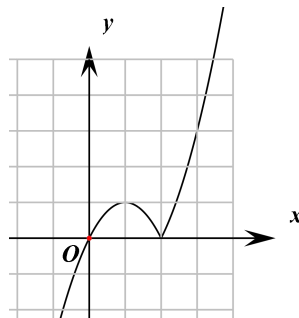
$$\therefore \frac{y}{3} = x(10 - \frac{1}{4}x)$$

$$\text{即 } y = 3x(10 - \frac{1}{4}x) = -\frac{3}{4}x^2 + 30x \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad y &= -\frac{3}{4}(x^2 - 40x) \\ &= -\frac{3}{4}[(x - 20)^2 - 400] \\ &= -\frac{3}{4}(x - 20)^2 + 300 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{当 } x = 20 \text{ 时 } y \text{ 有最大值, 且最大值为 } 300. \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

26. (1) 见图 \dots\dots\dots 4 \text{ 分}



(2) 由图像得:

当  $1 < x < 2$  时,  $y$  随  $x$  的增大而减小. \dots\dots\dots 8 \text{ 分}

(3)  $1 \leq a \leq \sqrt{2} + 1$  .....12 分

27.

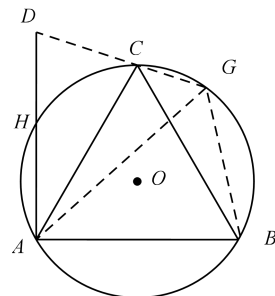
(1) 如图所示.....1 分

$\because \triangle ABC$  是等边三角形,

$\therefore AC=AB, \therefore \widehat{AC} = \widehat{AB},$

$\therefore \angle AGC = \angle AGB.$

即  $GA$  平分  $\angle BGD$ . .....3 分



(2)

①如图, 连接  $DF$ 、 $BF$ ,

$\because AD$  绕点  $A$  顺时针旋转  $60^\circ$  得到线段  $AF$ ,

$\therefore AD=AF, \angle DAF=60^\circ,$

又  $\because \triangle ACB$  是等边三角形,

$\therefore AC=AB, \angle CAB=60^\circ,$

$\therefore \angle DAC = \angle FAB,$

$\therefore \triangle DAC \cong \triangle FAB$  (SAS) .....5 分

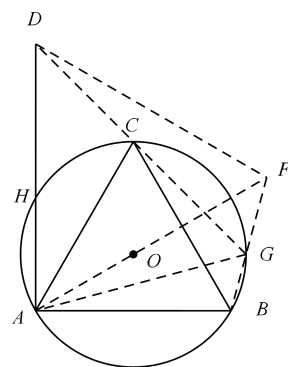
$\therefore \angle DCA = \angle FBA.$

又  $\because$  点  $A$ 、 $B$ 、 $G$ 、 $C$  在  $\odot O$  上,  $\therefore \angle DCA = \angle GBA,$

$\therefore \angle FBA = \angle GBA,$  .....7 分

又  $\because$  点  $F$ 、 $G$  在直线  $AB$  同侧,  $\therefore$  点  $F$  落在射线  $BG$  上. ....8 分

(其他合理解答参照给分)



②

**第一种情况:** 若点  $F$  落在线段  $BG$  上, 如图所示.

连接  $FC$ , 过点  $F$  作直线  $CG$  的垂线  $FN$ , 垂足为点  $N$ .

$\because AD$  绕点  $A$  顺时针旋转  $60^\circ$  得到线段  $AF$ , 且  $AD \perp AB$ ,

$\therefore \angle FAB=30^\circ,$

又  $\because \triangle ABC$  是等边三角形,

$\therefore AF$  是边  $BC$  的中垂线 (三线合一),  $\angle CAB=60^\circ,$

$\therefore FB=FC.$

又  $\because FB = \sqrt{3}FG$ , 令  $FG=2$ ,  $FB=2\sqrt{3}$ ,  $\therefore FC=2\sqrt{3}$ ,

又  $\because$  点  $A$ 、 $B$ 、 $G$ 、 $C$  在  $\odot O$  上, 且  $\angle CAB=60^\circ$ ,  $\therefore \angle CGB=120^\circ$ ,  $\therefore \angle FGN=60^\circ$ ,

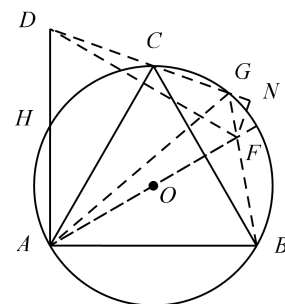
在  $\text{Rt}\triangle FGN$  中,  $\because FG=2$ ,  $\therefore GN=1$ ,  $FN=\sqrt{3}$ ; 在  $\text{Rt}\triangle FCN$  中,  $FC=2\sqrt{3}$ ,  $FN=\sqrt{3}$ ,

$\therefore CN=3$ ,

$\therefore CG=CN-GN=3-1=2$ , 有①知,  $CD=BF$ ,  $\therefore GD=GB$ . .....10 分

又  $\because \angle AGC = \angle AGB$ ,  $GA=GA$ ,

$\therefore \triangle DAG \cong \triangle BAG$  (SAS)  $\therefore AD=AB$ . .....11 分



**第二种情况：**

若点  $F$  落在  $BG$  的延长线上时，如图所示

连接  $FC$ ，过点  $F$  作直线  $CG$  的垂线  $FN$ ，垂足为点  $N$ 。

由上面可知， $FC=FB$ ，

$$\because FB = \sqrt{3}FG, \text{ 令 } FG=2, FB=2\sqrt{3}, \therefore FC=2\sqrt{3}.$$

又  $\because$  点  $A$ 、 $B$ 、 $G$ 、 $C$  在  $\odot O$  上，且  $\angle CAB=60^\circ$ ，

$$\therefore \angle CGB=120^\circ, \therefore \angle FGC=60^\circ,$$

在  $\text{Rt}\triangle FGN$  中， $\because FG=2, \therefore GN=1, FN=\sqrt{3}$ ，在  $\text{Rt}\triangle FCN$  中， $FC=2\sqrt{3}, FN=\sqrt{3}$ ，

$$\therefore CN=3,$$

根据勾股定理， $FC^2+FG^2=(2\sqrt{3})^2+2^2=16=GC^2, \therefore \angle CFB=90^\circ$ ， .....12 分

又  $\because AF$  是边  $BC$  的中垂线，且  $FC=FB$ ， $\therefore FA$  平分  $\angle CFB$ ，即  $\angle AFB=45^\circ$ 。

$$\therefore \triangle BMF \text{ 是等腰直角三角形, } BF=2\sqrt{3}, \therefore MB=\sqrt{6},$$

在  $\text{Rt}\triangle ABM$  中， $\angle BAM=30^\circ, \therefore AM=3\sqrt{2}, AB=2\sqrt{6}, \therefore AF=AM+FM=3\sqrt{2}+\sqrt{6}=AD$ ，

$$\therefore AD = \frac{\sqrt{3}+1}{2} AB \quad \dots\dots\dots 14 \text{ 分}$$

综上所述，当点  $F$  在  $BG$  上时， $AB=AD$ ；当点  $F$  在  $BG$  的延长线上时， $AD = \frac{\sqrt{3}+1}{2} AB$ 。

(其他合理证明或计算可参照给分)

