

高新区2022—2023学年度第一学期期末教学质量检测

数学(人教版)

注意事项:

1. 本试卷共6页,满分120分,考试时间120分钟。
2. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在本试卷相应的位置。
3. 答案全部在答题卡上完成,答在本试卷上无效。
4. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

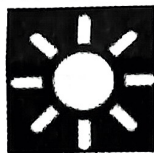
第I卷 选择题(共30分)

一、选择题(本大题共10个小题,每小题3分,共30分. 在每小题所给出的四个选项中,只有一项符合题目要求,请选出并在答题卡上将该项涂黑)

1. 已知 $\triangle ABC$ 是锐角三角形, $\cos A = \frac{1}{2}$,则 $\angle A$ 的度数是
A. 15° B. 30° C. 45° D. 60°
2. 下面的图形是天气预报中的图标,其中图标是中心对称图形的是



A. 大雪



B. 晴



C. 大雨



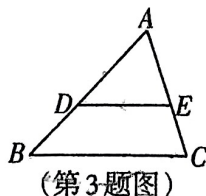
D. 浮尘

3. 如图,在 $\triangle ABC$ 中,点 D 在 AB 上,点 E 在 AC 上, $DE \parallel BC$, $\frac{AD}{DB} = \frac{3}{2}$,

则下列说法中正确的是

A. $\frac{AE}{AC} = \frac{3}{5}$
C. $\frac{AB}{DB} = \frac{5}{3}$

B. $\frac{DE}{BC} = \frac{3}{4}$
D. $\frac{BD}{CE} = \frac{3}{2}$



(第3题图)

4. 下列表格是 y 关于 x 的部分对应值,根据对应值可知, y 与 x 之间的关系符合的函数解析式是

x	...	-16	-10	-2	-1	4	8	...
y	...	0.5	0.8	4	8	-2	-1	...

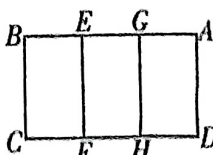
A. $y = -5x + 1$

B. $y = -\frac{8}{x}$

C. $y = \frac{8}{x}$

D. $y = -3x^2 + 4x - 2$

5. 在数学课上,老师让同学们在坐标纸中画函数的图象,探究图象的变化规律,小明的两个同桌都没有带坐标纸,于是,小明把他带的大矩形坐标纸 $ABCD$ 分成如图所示的三等份,分割线分别是 EF 和 GH ,小明发现分成的三等份的小矩形坐标纸片与大矩形 $ABCD$ 相似,则 $AB:AD$ 是



(第5题图)

A. $3:1$

B. $5:3$

C. $\sqrt{3}:1$

D. $\sqrt{6}:2$

6. 在一个不透明的盒子中装有 a 个小球, 它们除颜色不同外, 其余都相同, 其中有 20 个白球, 每次试验前, 将盒子中的小球摇匀后, 随机摸出一个球记下颜色, 放回盒中, 摇匀, 再摸球, 如此反复进行, 下表是摸球试验的一组统计数据:

摸球次数(n)	50	100	150	200	250	500	1000
摸到白球次数(m)	28	60	78	104	123	255	501
白球频率($\frac{m}{n}$)	0.56	0.60	0.52	0.52	0.49	0.51	0.50

由上表可以推算出 a 大约是

- A. 20 B. 30 C. 40 D. 50
7. 如图 1, 为了绿化荒山, 某地打算从位于山脚下的机井房沿着山坡铺设水管, 在山坡上修建一座扬水站, 对坡面的绿地进行喷灌. 如图 2 是经过测量后画出的示意图, 测得斜坡的坡角 $\angle BAC = 30^\circ$, 为使出水口的高度 $BC = 40$ m, 需要准备的水管 AB 的长度至少是

- A. $40\sqrt{2}$ m B. 60 m C. $40\sqrt{3}$ m D. 80 m



图 1

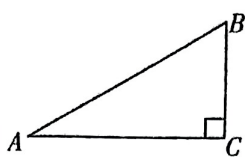
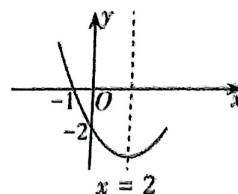


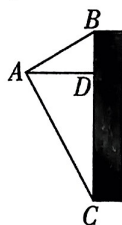
图 2



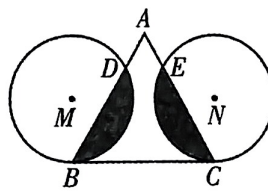
(第 8 题图)

8. 如图是二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的部分图象, 该抛物线的对称轴是直线 $x = 2$, 与 x 轴的一个交点是 $(-1, 0)$, 与 y 轴的交点是 $(0, -2)$, 根据图象可知, 下列说法错误的是

- A. 该抛物线的开口向上
 B. 当 $y > 0$ 时, $x < -1$
 C. 当 $x > 4$ 时, $y > -2$
 D. 方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的解是 $x_1 = -1$ 和 $x_2 = 5$
9. 热气球的探测器显示, 从热气球的点 A 处看一栋楼 BC 顶部 B 的仰角为 30° , 看这栋楼底部 C 的俯角为 60° , 热气球与楼的水平距离 AD 为 60 m, 则这栋楼 BC 的高度是
- A. $80\sqrt{3}$ m B. $(20\sqrt{3} + 60)$ m
 C. $(20 + 60\sqrt{3})$ m D. $(60\sqrt{3} - 20)$ m



(第 9 题图)



(第 10 题图)

10. 如图, $\triangle ABC$ 是一个边长为 8 cm 的等边三角形, 以 $\triangle ABC$ 的高为直径分别作 $\odot M$ 和 $\odot N$ 与 $\triangle ABC$ 的边 BC 分别相切于点 B 和 C , $\odot M$ 与 AB 相交于点 D , $\odot N$ 与 AC 边交于点 E , 则图中阴影部分的面积和为

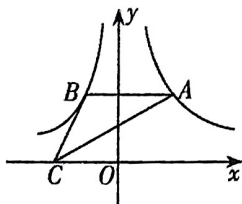
- A. $9\pi - 4\sqrt{3}$ B. $4\pi - 2\sqrt{3}$ C. $6\pi - 3\sqrt{3}$ D. $8\pi - 6\sqrt{3}$

第Ⅱ卷 非选择题(共90分)

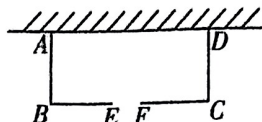
二、填空题(本大题共5个小题,每小题3分,共15分)

11. 已知四条线段 a, b, c, d 满足的关系式是 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{2}{7}$, 则 $\frac{a+2c}{b+2d}$ 的结果是 ▲.

12. 如图, 点 A 在反比例函数 $y = \frac{5}{x}$ 第一象限的图象上, 点 B 在反比例函数 $y = \frac{-3}{x}$ 第二象限的图象上, $AB \parallel x$ 轴, 点 C 在 x 轴上运动, 则 $\triangle ABC$ 的面积是 ▲.



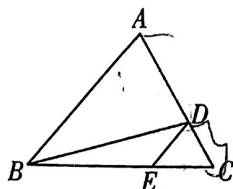
(第12题图)



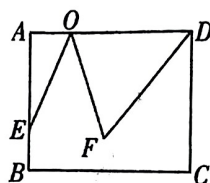
(第13题图)

13. 疫情期间, 每个社区都要做好防护. 某小区准备搭建一个面积为15平方米的矩形临时隔离点 $ABCD$, 如图所示, 矩形 $ABCD$ 的一边 AD 利用一段已有的围墙(可利用的围墙长度仅有7米), 另外三边用10米长的建筑材料围成, 为方便进出, 在与围墙平行的一边要开一扇宽度为1米的小门 EF , 求 AB 的长度为多少米. 设 AB 的长度为 x 米, 根据题意, 列出的方程是 ▲.

14. 如图, 点 D 是 $\triangle ABC$ 的边 AC 上一点, 过点 D 作 $DE \parallel AB$ 交 BC 于点 E , 连接 BD , $\frac{S_{\triangle CDE}}{S_{\triangle ABD}} = \frac{1}{6}$, 则 $\frac{AD}{AC}$ 的值是 ▲.



(第14题图)



(第15题图)

15. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB = 6$, $BC = 8$, E 为边 AB 上的动点, 点 O 为边 AD 上的一点, 且 $AO = 2$, 连接 OE , 将线段 OE 绕点 O 逆时针旋转 45° 到 OF 的位置, 连接 DF , 则 DF 的最小值为 ▲.

三、解答题(本大题共8个小题, 共75分. 解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

16. (本题共2个小题, 每小题5分, 共10分)

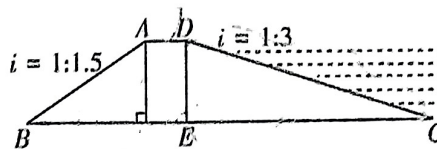
(1) 解方程: $2x^2 - 12x - 3 = 0$;

(2) 计算: $\frac{1 - \cos 30^\circ}{\sin 60^\circ} - \sqrt{18} \cos 45^\circ + \tan 30^\circ$

17. (本题7分)

如图,拦水大坝的横断面是梯形 $ABCD$,大坝上底 $AD = 3$ 米,高 $AF = DE = 6$ 米,背水坡 AB 的坡度 $i = 1:1.5$ 是指坡面 AB 的垂直高度 AF 与水平宽度 BF 的比,迎水坡 DC 的坡度 $i = 1:3$ 是指坡面 DC 的垂直高度 DE 与水平宽度 CE 的比.根据条件,解决下列问题:

- (1) 求迎水坡 DC 的长;
- (2) 求大坝的坝底 BC 的长.

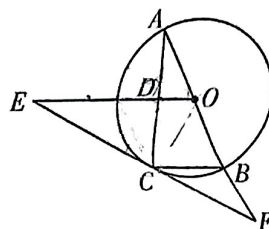


(第17题图)

18. (本题8分)

如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, AC 是 $\odot O$ 的弦,连接 BC ,点 D 是弦 AC 的中点,过点 C 作 $\odot O$ 的切线与射线 OD 交于点 E ,与直径 AB 的延长线交于点 F .

- (1) 求证: $\angle E = \angle A$;
- (2) 若 $AB = 6, \sin F = \frac{3}{5}$,求 OE 的长.



(第18题图)

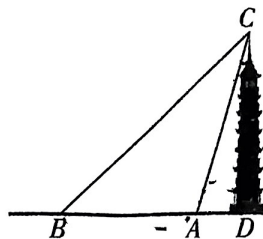
19. (本题9分)

喜迎党的二十大召开,学校推荐了三部影片:《1921》《建党伟业》《建军大业》.由于时间的限定,只能看一部影片.某班班长和副班长用抽卡片的方式决定本班观看哪部,三张卡片正面分别是上述影片剧名,除此之外完全相同.将这三张卡片背面朝上,班长随机抽出一张并放回,洗匀后,副班长再随机抽出一张.

- (1) 班长抽到《建党伟业》影片的概率是 ▲ ;
- (2) 用列表或画树状图的方式说明班长和副班长两人恰好抽到同一部影片的概率是多少.(注:为了方便解答把《1921》《建党伟业》《建军大业》分别用A,B,C表示)

20. (本题8分)

某数学兴趣小组的同学想测量一古塔 CD 的高度,在点 A 处仰望塔顶,测得塔顶 C 的仰角 $\angle CAD = 75^\circ$,由于 AD 的距离不能直接测量,因此后退 40 米到达点 B ,测得仰角 $\angle CBD = 45^\circ$,已知 A, B, D, C 四个点在同一平面内,测角仪的高度忽略不计,求古塔 CD 的高度.



(第20题图)

21. (本题9分)

山竹是人们非常喜欢吃的水果,为了让每个人都买得起、吃得起山竹,农科院研制的优质新品种广泛种植.某山竹种植基地 2020 年种植 80 亩,到 2022 年的种植面积达到 125 亩.

(1) 求该基地这两年新品种山竹种植面积的年平均增长率;

(2) 某超市调查发现,当该新品种山竹的售价为 10 元/千克时,每周能售出 400 千克,售价每上涨 1 元,每周销售量减少 20 千克,已知该超市这种山竹的进价为 8 元/千克,为了维护消费者利益,物价部门规定,这种山竹的售价不能超过 17 元.若使销售这种山竹每周获利 2240 元,求该山竹的售价应定为多少元.



(第21题图)

22. (本题12分)综合与探究

问题情境:

如图,在矩形 $ABCD$ 中,对角线 AC, BD 相交于点 O , AE 平分 $\angle BAC$, 交 BC 于点 E . 作 $DF \perp AE$ 于点 H , 分别交 AB, AC 于点 F, G . 判断 BF 与 OG 的数量关系, 并说明理由.

下面是小明的解答过程:

结论: $BF = 2OG$.

理由如下: $\because AE$ 平分 $\angle BAC$,

$$\therefore \angle BAE = \angle EAC.$$

$$\because DF \perp AE,$$

$$\therefore \angle AHF = \angle AHD = 90^\circ.$$

$$\because AH = AH,$$

$$\therefore \triangle AHF \cong \triangle AHG. (\text{依据 } 1)$$

$$\therefore \angle AFG = \angle AGF.$$

如图 1, 过点 O 作 $OL \parallel AB$, 交 DF 于点 L .

$$\therefore \angle AFG = \angle OLG.$$

$$\because \angle AGF = \angle OGL,$$

$$\therefore \angle OLG = \angle OGL.$$

$$\therefore OG = OL.$$

$$\because OL \parallel AB,$$

$$\therefore \angle DLO = \angle DFB, \angle DOL = \angle DBF.$$

$$\therefore \triangle DLO \sim \triangle DFB. (\text{依据 } 2)$$

$$\therefore \frac{OL}{BF} = \frac{DO}{DB}.$$

...

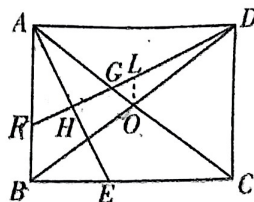


图 1

根据小明的解答,完成下列任务:

- (1) 请直接写出依据1和依据2;
- (2) 补全小明的证明过程;

探究拓展:

- (3) 如图2,记 $\triangle DGO$ 的面积为 S_1 , $\triangle DBF$ 的面积为 S_2 , 当 $\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{3}$ 时, 求 $\frac{AD}{AB}$ 的值;

探究延伸:

- (4) 如图3,连接 DE 交 AC 于点 M , 此时, $DE \perp AC$, 垂足为点 M , 若 $BE = 4$, 求 $\sin \angle DAC$ 的值.

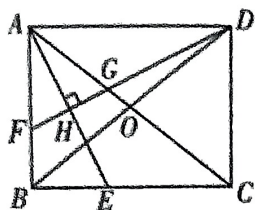


图2

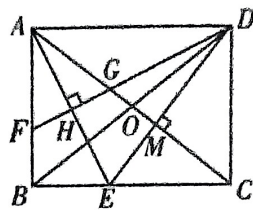


图3

(第22题图)

23. (本题12分)综合与实践

如图,平面直角坐标系中,抛物线 $y = x^2 + 2x - 3$ 与 x 轴交于 A 和 B 两点,点 A 在点 B 的左侧,与 y 轴交于点 C ,点 D 是抛物线的顶点,连接 AD 和 AC .

- (1) 求 A, B, C 和 D 四点的坐标;
- (2) 如图1,点 E 在线段 CO 上运动,连接 AE , 当 AC 平分 $\angle DAE$ 时,求点 E 的坐标;
- (3) 如图2,将 $\triangle AOC$ 沿射线 AC 平移得到 $\triangle A_1O_1C_1$, 连接 C_1B, BA_1 , 在平移过程中是否存在点 A_1 , 使 $\triangle A_1BC_1$ 是等腰三角形, 若存在, 请直接写出点 A_1 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

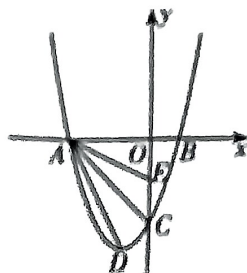


图1

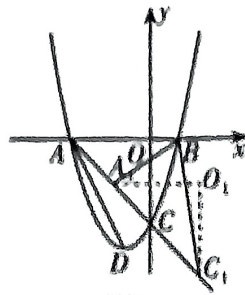


图2

(第23题图)