

# 数学学科（八年级）

考生须知：

1. 本试卷共 27 道题，满分 120 分，考试时间为 120 分钟。
2. 答题前，考生先将自己的“姓名”、“准考证号码”在答题卡上填写清楚，将条形码准确粘贴在条形码区域内。
3. 考生作答时，请按照题号顺序在答题卡各题目的区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题纸上答题无效。
4. 选择题必须用 2B 铅笔在答题卡上填涂，非选择题用黑色字迹书写笔在答题卡上作答，否则无效。
5. 保持卡面清洁，不要折叠、不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

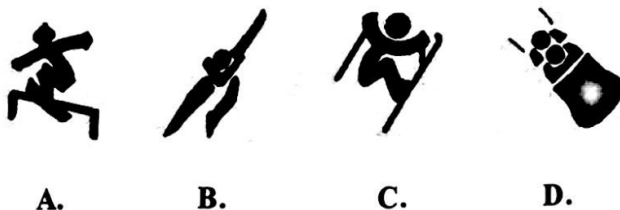
## 第I卷 选择题（共 30 分）（涂卡）

一、单项选择题（每小题 3 分，共计 30 分）

1. 下列计算中正确的是( )

- A.  $a^2 \cdot a^3 = a^6$       B.  $(-a^2)^3 = -a^6$       C.  $(3a^2)^3 = 9a^6$       D.  $3a \div 2a = a$

2. 下列冰雪运动项目的图标中，是轴对称图形的是( )



3. 下列二次根式是最简二次根式的为( )

- A.  $\sqrt{18}$       B.  $\sqrt{13}$       C.  $\sqrt{\frac{2}{3}}$       D.  $\sqrt{1.6}$

4. 使分式  $\frac{x-2}{x+1}$  有意义的  $x$  的取值范围为( )

- A.  $x \neq -1$       B.  $x \neq 1$       C.  $x \neq 2$       D.  $x \neq -1$  且  $x \neq 2$

5. 已知等腰三角形的顶角为  $100^\circ$ ，则它的底角的度数为( )

- A.  $50^\circ$       B.  $80^\circ$       C.  $40^\circ$       D.  $40^\circ$  或  $50^\circ$

请 用 蓝 色  
或 黑 色 墨  
水 钢 笔 或  
圆 珠 笔 填  
写 下 列 信 息

学 校

班 级

姓 名

装

订

线

6. 下列各式从左到右的变形, 是因式分解的是( )

A.  $x(x-1) = x^2 - x$

B.  $x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$

C.  $x^2 + 3x - 4 = x(x+3) - 4$

D.  $y^3 - 4y^2 + y = y(y^2 - 4y)$

7. 下列各式中从左到右的变形正确的是( )

A.  $\frac{2ab}{4a^2c} = \frac{b}{2c}$

B.  $\frac{a+b}{ab} = \frac{1+b}{b}$

C.  $\frac{a-3}{a^2-9} = \frac{1}{a+3}$

D.  $\frac{-a+b}{2} = -\frac{a+b}{2}$

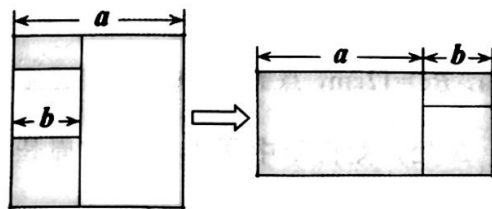
8. 如图, 在边长为  $a$  的正方形中挖掉一个边长为  $b$  的小正方形, 把余下的部分拼成一个长方形(无重叠部分), 通过计算两个图形中阴影部分的面积, 可以验证一个等式是( )

A.  $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

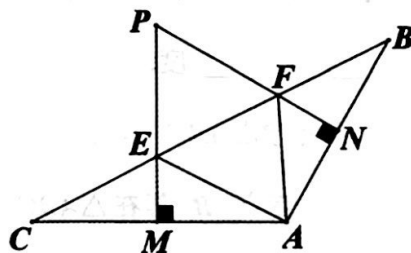
B.  $a(a-b) = a^2 - ab$

C.  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

D.  $a(a+b) = a^2 + ab$



(第 8 题图)



(第 10 题图)

9. 甲、乙两人同时从  $A$  地出发, 到距离  $A$  地 30 千米的  $B$  地. 甲比乙每小时少行 3 千米, 结果甲比乙晚到 40 分钟. 设甲每小时行  $x$  千米, 则可列方程( )

A.  $\frac{30}{x-3} - \frac{30}{x} = \frac{40}{60}$

B.  $\frac{30}{x} - \frac{30}{x+3} = \frac{40}{60}$

C.  $\frac{30}{x+3} - \frac{30}{x} = \frac{40}{60}$

D.  $\frac{30}{x} - \frac{30}{x-3} = \frac{40}{60}$

10. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle BAC = 120^\circ$ ,  $AC > AB$ , 点  $P$  是  $\triangle ABC$  外一点,  $PM$  垂直平分  $AC$  于  $M$ , 交  $BC$  于点  $E$ ,  $PN$  垂直平分  $AB$  于  $N$ , 交  $BC$  于点  $F$ , 连接  $AE$ 、 $AF$ . 则以下各说法: ①  $\angle P = 60^\circ$ ; ②  $\angle EAF = 60^\circ$ ; ③  $PE = PF$ ; ④ 点  $P$  到点  $B$  和点  $C$  的距离相等. 其中正确的个数是( )

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

## 第II卷 非选择题（共 90 分）

### 二、填空题（每小题 3 分，共计 30 分）

11. 空气污染物 PM2.5 是指空气中直径小于等于 0.00 000 25 m 的颗粒物，

其中 0.00 000 25 用科学记数法表示为\_\_\_\_\_.

12. 计算  $\sqrt{50} - \sqrt{8} =$ \_\_\_\_\_.

13. 已知点 A (2, m) 和点 B 点 (n, -3) 关于 x 轴对称, 则  $m+n=$ \_\_\_\_\_.

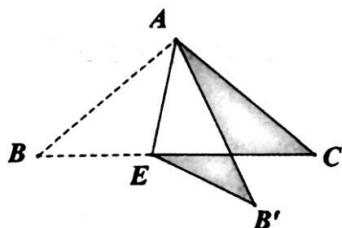
14. 分解因式  $x^3 - 10x^2 + 25x =$ \_\_\_\_\_.

15. 已知  $x^m = 2$ ,  $x^n = 7$ , 则  $x^{m-n}$  的值为\_\_\_\_\_.

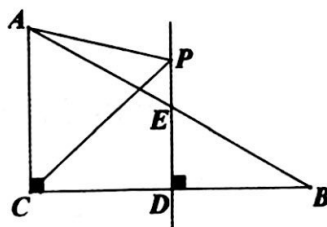
16. 已知  $a+b=-3$ ,  $ab=1$ ,  $a^2+b^2=$ \_\_\_\_\_.

17. 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle ACB=90^\circ$ ,  $\angle A=40^\circ$  点 D 是直线 AB 上的一点,  $AD=AC$ , 则  $\angle BCD$  的度数为\_\_\_\_\_度.

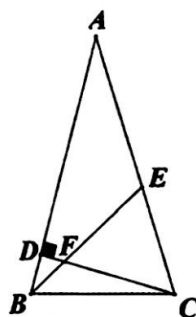
18. 如图, 在等腰  $\triangle ABC$  中,  $AB=AC$ ,  $AB=7\text{cm}$ ,  $BC=12\text{cm}$ , 点 E 在 BC 上, 将  $\triangle ABC$  沿 AE 折叠, 使点 B 落在  $\triangle ABC$  外部的点  $B'$  处, 则图形中阴影部分的周长为\_\_\_\_\_cm.



(第 18 题图)



(第 19 题图)



(第 20 题图)

19. 如图,  $\triangle ABC$  中,  $\angle ACB=90^\circ$ ,  $\angle B=30^\circ$ ,  $AC=5\text{cm}$ , P 为 BC 边的垂直平分线 DE 上一个动点, 则  $\triangle ACP$  周长的最小值为\_\_\_\_\_cm.

20. 如图, 等腰  $\triangle ABC$  中,  $AB=AC$ ,  $CD \perp AB$  于 D, 点 E 在 AC 上, 连接 BE 交 CD 于 F,  $\angle ABE=2\angle DCB$ ,  $BF+CE=\sqrt{10}$ ,  $CD=2\sqrt{2}$ , 则  $\triangle ABE$  的面积为\_\_\_\_\_.

三、解答题(其中 21 题 8 分, 22 题 6 分, 23、24 题各 8 分, 25-27 题各 10 分, 共计 60 分)

21. (本题 8 分)

计算: (1)  $(2x \cdot 3x^3 - 8x^3) \div (-x)^2$  (2)  $(2x+3y)^2 - (2x+y)(2x-y)$

22. (本题 6 分)

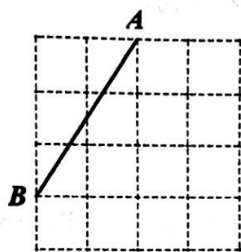
先化简, 再求值:  $\frac{2x-4}{x+1} \div (x-1-\frac{3}{x+1})$ , 其中  $x = \sqrt{3}-2$ .

23. (本题 8 分)

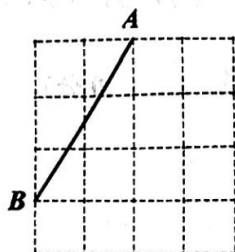
如图, 方格纸中每个小正方形的边长均为 1 个单位长度, 其中每一个小正方形的顶点叫做格点. 线段  $AB$  的两个端点均在格点上, 在图 1 中画一个以  $AB$  为腰的等腰  $\triangle ABC$ , 在图 2 中画一个以  $AB$  为腰的等腰  $\triangle ABD$ , 使两个等腰三角形不全等, 并完成下列计算.

(1) 直接写出两个三角形中较大周长与较小周长之差为\_\_\_\_\_;

(2) 直接写出两个三角形中较大面积与较小面积之差为\_\_\_\_\_.



(图1)



(图2)

24. (本题 8 分)

我们可以将一些只含有一个字母且分子、分母的次数都为一次的分式变形, 转化为整数与新的分式的和的形式, 其中新的分式的分子中不含字母, 如:

$$\frac{a+3}{a-1} = \frac{(a-1)+4}{a-1} = 1 + \frac{4}{a-1}, \quad \frac{2a-1}{a+1} = \frac{2(a+1)-3}{a+1} = 2 - \frac{3}{a+1}.$$

参考上面的方法, 解决下列问题:

(1) 将  $\frac{a}{a+1}$  变形为满足以上结果要求的形式:  $\frac{a}{a+1} =$  \_\_\_\_\_;

(2) 将  $\frac{3a+2}{a-1}$  变形为满足以上结果要求的形式:  $\frac{3a+2}{a-1} =$  \_\_\_\_\_;

(3) 若  $\frac{3a+2}{a-1}$  为正整数, 且  $a$  也为正整数, 则  $a$  的值为\_\_\_\_\_.

请用蓝色墨水或黑色圆珠笔填写下列信息

学 校

班 级

姓 名

## 25. (本题 10 分)

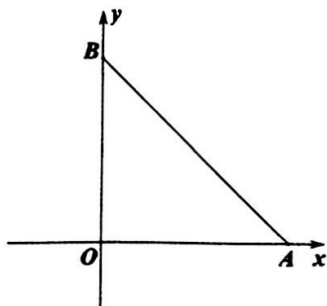
某工厂生产甲、乙两种窗户边框，已知同样用 12 米材料制成甲种边框的个数比制成乙种边框的个数少 1 个，且制成一个甲种边框比制成一个乙种边框需要多用 20% 的材料。

- (1) 求制作每个甲种边框、乙种边框各用多少米材料？
- (2) 如果制作甲、乙两种边框的材料共 640 米，要求制作乙种边框的数量不少于甲种边框数量的 2 倍，求应最多安排多少米材料制作甲种边框？（不计材料损耗）

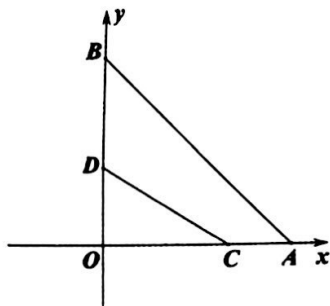
## 26. (本题 10 分)

在平面直角坐标系中，点  $O$  为坐标原点，点  $A$  在  $x$  轴的正半轴上，点  $B$  在  $y$  轴的正半轴上，连接  $AB$ ， $OA=OB$ 。

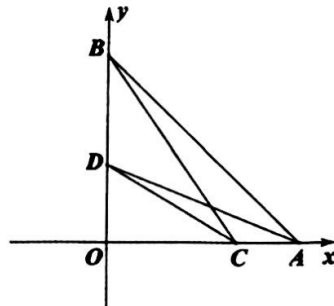
- (1) 如图 1，求  $\angle OAB$  的度数；
- (2) 如图 2，点  $C$  在  $OA$  上，点  $D$  在  $OB$  上， $OC-OD=3\sqrt{2}$ ，连接  $CD$ ，设点  $C$  的横坐标为  $t$ ， $\triangle OCD$  的面积为  $S$ ，请用含  $t$  的式子表示  $S$ ；
- (3) 如图 3，在(2)的条件下，连接  $AD$ ， $BC$ ，若  $\angle OAD=2\angle ABC$ ， $AD=13\sqrt{2}$ ，求  $S$  的值。



(图 1)



(图 2)

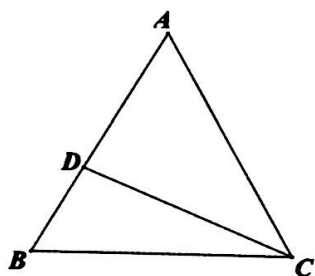


(图 3)

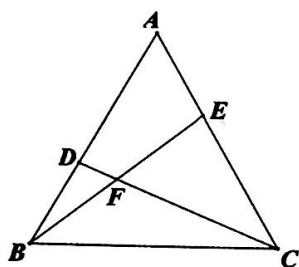
27. (本题 10 分)

在 $\triangle ABC$ 中,  $\angle ACB=60^\circ$ , 点 $D$ 在 $AB$ 边上, 连接 $CD$ ,  $\angle ADC=2\angle BCD+\angle ACD$ .

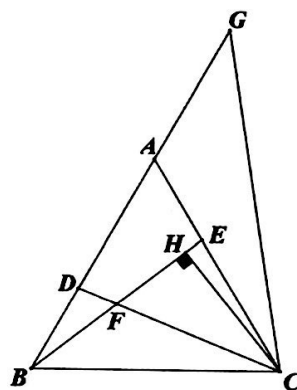
- (1) 如图 1, 求证:  $\triangle ABC$  为等边三角形;
- (2) 如图 2, 点 $E$ 在 $AC$ 边上, 连接 $BE$ 交 $CD$ 于 $F$ , 若 $AE=BD$ , 求 $\angle CFE$ 的度数;
- (3) 如图 3, 在(2)的条件下, 点 $F$ 是 $BE$ 中点, 点 $G$ 在 $BA$ 延长线上, 连接 $CG$ , 且 $\angle ACG=\angle BCD$ , 过点 $C$ 作 $CH\perp BE$ 于点 $H$ , 若 $CG=16$ ,  $DF+EH=3$ , 求线段 $BF$ 的长.



(图 1)



(图 2)



(图 3)

# 香坊区 2023-2024 学年度上学期教育质量综合评价

## 学业发展水平监测

### 八年数学参考答案及评分标准

#### 一、选择题

1. B    2. D    3. B    4. A    5. C    6. B    7. C    8. A    9. B    10. C

#### 二、填空题：

11.  $2.5 \times 10^{-6}$     12.  $3\sqrt{2}$     13. 5    14.  $x(x-5)^2$     15.  $\frac{2}{7}$

16. 7    17. 20 或 110    18. 26    19. 15    20.  $2\sqrt{5}$

#### 三、解答题

$$\begin{aligned} 21.(1) & (2x \cdot 3x^3 - 8x^3) \div (-x)^2 \\ & = (6x^4 - 8x^3) \div x^2 - -2\text{分} \\ & = 6x^2 - 8x - -2\text{分} \end{aligned}$$

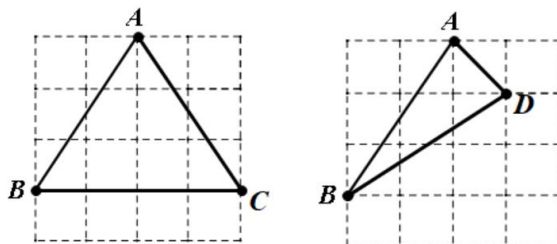
$$\begin{aligned} (2) & (2x+3y)^2 - (2x+y)(2x-y) \\ & = 4x^2 + 12xy + 9y^2 - (4x^2 - y^2) - -2\text{分} \\ & = 10y^2 + 12xy - -2\text{分} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 22.\text{解: 原式} &= \frac{2(x-2)}{x+1} \div \left[ \frac{(x-1)(x+1)}{x+1} - \frac{3}{x+1} \right] - - -2\text{分} \\ &= \frac{2(x-2)}{x+1} \cdot \frac{x+1}{(x+2)(x-2)} - - -1\text{分} \\ &= \frac{2}{x+2} - - -1\text{分} \end{aligned}$$

$$\because x = \sqrt{3} - 2$$

$$\therefore \text{原式} = \frac{2}{\sqrt{3}-2+2} = \frac{2\sqrt{3}}{3} - - -2\text{分}$$

23. 下面两个图形（顺序可以互换）.....每图 3 分



(1)  $4 - \sqrt{2}$  .....1 分

(2)  $\frac{7}{2}$  .....1 分

24. (1)  $1 - \frac{1}{a+1}$  .....3 分

(2)  $3 + \frac{5}{a-1}$  .....3 分

(3) 2 或 6 .....2 分

25.解(1)设制作一个乙种边框需用材料  $x$  米, 由题意得:

$$\frac{12}{x} = \frac{12}{(1+20\%)x} + 1 \quad \text{.....2 分}$$

解得:  $x=2$  .....1 分

经检验  $x=2$  是原分式方程的解 .....1 分

当  $x=2$  时,  $(1+20\%)x=2.4$  .....1 分

答: 制作一个甲种边框需用材料 2.4 米, 制作一个乙种边框需用材料 2 米.

(2)设应安排  $a$  米材料制作甲种边框, 由题意得:

$$\frac{640-a}{2} \geq \frac{a}{2.4} \times 2 \quad \text{.....3 分}$$

解得:  $a \leq 240$  .....1 分

$\therefore$  应安排最多安排 240 米材料制作甲种边框 .....1 分

26(1)解:  $\because OA=OB \therefore \angle OAB=\angle OBA$  .....1 分

$\because \angle AOB=90^\circ \therefore \angle OAB+\angle OBA=90^\circ$  .....1 分

$\therefore \angle OAB=\angle OBA=\frac{90^\circ}{2}=45^\circ$  .....1 分

(2)解:  $\because C$  点的横坐标为  $t \therefore OC=t$ , .....1 分

$\because OC-OD=3\sqrt{2}, \therefore OD=t-3\sqrt{2}$  .....1 分

$$\therefore S=\frac{OC \cdot OD}{2}=\frac{t}{2}(t-3\sqrt{2})=\frac{t^2-3\sqrt{2}t}{2} \quad \text{.....1 分}$$

(3) 解: 如图, 在  $AO$  延长线上截取  $EO=OD$ , 连接  $EB$ .

设  $\angle OBC=\alpha$ , 则  $\angle OCB=90^\circ-\alpha$ ,  $\angle ABC=45^\circ-\alpha$ .

$\therefore \angle OAD=2\angle ABC=90^\circ-2\alpha, \therefore \angle ADO=90^\circ-\angle OAD=2\alpha$

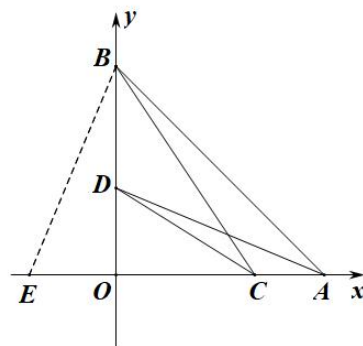
$\because OA=OB, \angle AOD=\angle EOB=90^\circ, EO=OD, \therefore \triangle AOD \cong \triangle BOE$  .....1 分

$\therefore BE=AD=13\sqrt{2}, \angle BEO=\angle ADO=2\alpha$

$\therefore \angle EBC=180^\circ-\angle BEO-\angle OCB=90^\circ-\alpha,$

$\therefore \angle EBC=\angle OCB, \therefore EC=BE=13\sqrt{2}$  .....1 分

又  $\because EC=EO+CO=t-3\sqrt{2}+t=13\sqrt{2} \therefore t=8\sqrt{2}$  .....1 分





$$\therefore S = \frac{t}{2}(t - 3\sqrt{2}) = 40 \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

27. (1) 证明:  $\because \angle ADC = 2\angle BCD + \angle ACD$ , 且  $\angle ACB = \angle BCD + \angle ACD = 60^\circ$ ,

$$\therefore \angle ADC = \angle ACB + \angle BCD = 60^\circ + \angle BCD,$$

$$\text{又} \because \angle ADC = \angle B + \angle BCD, \therefore \angle B = 60^\circ \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\therefore \angle B = \angle ACB, \therefore AB = AC, \text{且} \angle ACB = 60^\circ \therefore \triangle ABC \text{ 为等边三角形} \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

(2) 解:  $\because \triangle ABC$  为等边三角形  $\therefore \angle A = \angle ABC = 60^\circ$ ,  $AB = BC$ ,  $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

$$\text{又} \because AE = BD \therefore \triangle ABE \cong \triangle BCD \therefore \angle ABE = \angle BCD, \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\therefore \angle CFE = \angle BCD + \angle FBC = \angle ABE + \angle FBC = \angle ABC = 60^\circ \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

(3) 解: 如图, 延长 BE 交 CG 于点 K, 连接 AK.

$$\because \triangle ABC \text{ 为等边三角形} \therefore AC = BC, \angle ACB = 60^\circ, \text{又} \because \angle ACG = \angle BCD$$

$$\therefore \angle CFG = \angle ACD + \angle ACG = \angle ACD + \angle BCD = \angle ACB = 60^\circ$$

在  $\triangle KFC$  中,  $\angle CFK = \angle FCK = 60^\circ \therefore KF = CK, \therefore \triangle KFC$  为等边三角形,

$$\therefore CF = CK, \angle CKF = 60^\circ \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\therefore \triangle BCF \cong \triangle ACK, \therefore BF = AK, \angle CFB = \angle CKA,$$

$$\therefore 180^\circ - \angle CFB = 180^\circ - \angle CKA, \text{即} \angle CFE = \angle GKA = 60^\circ, \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\therefore \angle AKB = 60^\circ, \because \angle GAK = \angle AKB + \angle ABK = 60^\circ + \angle ABK, \angle CEF = \angle BAE + \angle ABE = 60^\circ + \angle ABK,$$

$$\therefore \angle GAK = \angle CEF,$$

$$\because \text{点 } F \text{ 为 } BE \text{ 的中点}, \therefore BF = EF, \therefore AK = EF,$$

$$\therefore \triangle GAK \cong \triangle CEF, \therefore GK = CF = CK = \frac{1}{2} CG = 8, \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\text{又} \because CH \perp BE \therefore \angle CHF = 90^\circ, \text{在 } \text{Rt} \triangle CHF \text{ 中}, \angle CFH = 60^\circ, \therefore \angle FCH = 30^\circ$$

$$\therefore FH = \frac{1}{2} CF = 4 \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\text{设 } EH = a, EF = BF = a + 4, BE = 2a + 8, \because EH + DF = 3, \therefore DF = 3 - EH = 3 - a,$$

$$\therefore CD = CF + DF = 8 + 3 - a = 11 - a,$$

$$\text{由 (2) 知 } \triangle BCD \cong \triangle ABE, \therefore CD = BE,$$

$$\therefore 11 - a = 2a + 8, \text{解得: } a = 1,$$

$$\therefore BF = a + 4 = 5. \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

(以上各解答题, 如有不同解法并且正确, 请按相应步骤给分)

