

# 松北区 2023-2024 学年度上学期八年级期末调研测试

## 数 学 试 卷

考生须知:

- 1、本试卷满分为 120 分, 考试时间为 120 分钟.
- 2、答题前考生先将自己的姓名、考号、考场座位号在答题卡上填写清楚, 将“条形码”准确粘贴在条形码区域内.
- 3、请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答, 超出答题区域书写的答案无效; 在草稿纸、试题纸上答题无效.
- 4、选择题必须使用 2B 铅笔填涂, 非选择题必须使用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔书写, 字体工整、笔迹清楚.
- 5、保持卡面整洁, 不要折叠、不要弄脏、弄皱, 不准使用涂改液、刮纸刀.

### 第 I 卷 选择题(共 30 分)(涂卡)

一. 选择题(共 10 小题, 满分 30 分, 每小题 3 分)

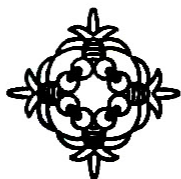
1. -2023 的倒数是 ( )

- (A) 2023                      (B)  $-\frac{1}{2023}$                       (C) -2023                      (D)  $\frac{1}{2023}$

2. 剪纸艺术是最古老的中国民间艺术之一, 先后入选中国国家级非物质文化遗产名录和人类非物质文化遗产代表作名录. 鱼与“余”同音, 寓意生活富裕、年年有余, 是剪纸艺术中很受喜爱的主题. 用数学的眼光观察下面关于鱼的剪纸中, 抽象成轴对称图形



(A) 1



(B) 2



(C) 3



(D) 4

3. 计算  $(m^2n^{-2})^{-3}$  的结果是 ( )

- (A)  $m^2n^6$                       (B)  $m^{-1}n^{-5}$                       (C)  $m^{-6}n^6$                       (D)  $m^{-6}n^5$

4. 代数式  $\frac{1}{m}, \frac{x}{3}, \frac{2a-5}{3}, \frac{2xy}{\pi-1}, \frac{m-n}{m+n}$  中, 属于分式的有 ( )

- (A) 1 个                      (B) 2 个                      (C) 3 个                      (D) 4 个

5. 下列运算中正确的是 ( )

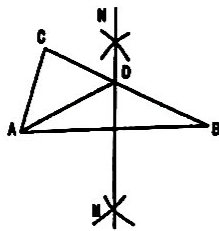
- (A)  $a^2 \cdot a^3 = a^5$  (B)  $(a^2)^3 = a^5$  (C)  $a^6 - a^2 = a^4$  (D)  $a^3 + a^5 = 2a^{10}$

6. 若  $x^2 + mx + \frac{1}{25}$  是一个完全平方式, 则  $m$  为 ( )

- (A)  $\frac{1}{5}$  (B)  $\frac{2}{5}$  (C)  $\frac{1}{5}$  或  $-\frac{1}{5}$  (D)  $\frac{2}{5}$  或  $-\frac{2}{5}$

7. 如图, 在  $\triangle ABC$  中, 分别以点  $A$  和点  $B$  为圆心, 大于  $\frac{1}{2}AB$  的长为半径画弧, 两弧相交于点  $M, N$ , 作直线  $MN$ , 交  $BC$  于点  $D$ , 连接  $AD$ . 若  $\triangle ADC$  的周长为 10,  $AB=7$ , 则  $\triangle ABC$  的周长为 ( )

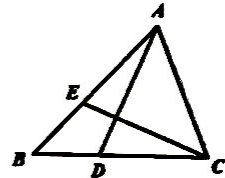
- (A) 10 (B) 34 (C) 17 (D) 16



(第7题图)



(第8题图)



(第9题图)

8. “三等分角”大约是在公元前五世纪由古希腊人提出来的. 借助如图所示的“三等分角仪”能三等分任一角. 这个三等分角仪由两根有槽的棒  $OA, OB$  组成, 两根棒在  $O$  点相连并可绕  $O$  转动,  $C$  点固定,  $OC=CD=DE$ , 点  $D, E$  可在槽中滑动. 若  $\angle BDE = 75^\circ$ , 则  $\angle CDE$  的度数是 ( )

- (A)  $60^\circ$  (B)  $65^\circ$  (C)  $75^\circ$  (D)  $80^\circ$

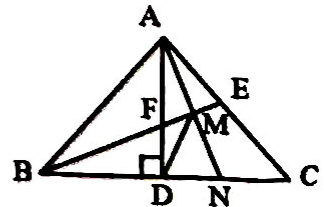
9. 如图,  $\triangle ABC$  中, 点  $D$  在  $BC$  上, 点  $E$  在  $AB$  上,  $BD=BE$ , 要使  $\triangle ADB \cong \triangle CEB$ , 还需添加一个条件, 下列四个条件不正确的是 ( )

- (A)  $AD=CE$  (B)  $AE=CD$   
(C)  $\angle BAC = \angle BCA$  (D)  $\angle BEC = \angle BDA$

10. 如图, 等腰  $\triangle ABC$  中,  $AB=AC$ ,  $\angle BAC = 90^\circ$ ,  $AD \perp BC$  于点  $D$ ,  $\angle ABC$  的平分线分别交  $AC, AD$  于  $E, F$  两点,  $M$  为  $EF$  的中点,  $AM$  的延长线交  $BC$  于点  $N$ , 连接  $DM$ , 下列结论: ①  $DF=DN$ ; ②  $\triangle DMN$  为等腰三角形;

③  $DM$  平分  $\angle BMN$ ; ④  $AE=NC$ , 其中正确结论有 ( )

- (A) ①②③ (B) ①③④ (C) ②③④ (D) ①②③④



(第10题图)

## 第II卷 非选择题(共 90 分)

### 二、填空题(每小题 3 分, 共计 30 分)

11. 随着工业和经济的发展, 中国的一些城市空气污染严重, 其中雾霾是现代生活中不得不面对的重要问题,  $PM_{2.5}$  是大气中直径小于或等于  $0.0000025$  米的颗粒物, 将  $0.0000025$  用科学记数法表示为\_\_\_\_\_米.

12. 在函数  $y = \frac{11}{1-x}$  中, 自变量  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

13. 分解因式:  $2m^2 - 4m + 2 =$ \_\_\_\_\_.

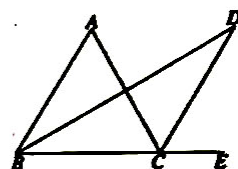
14. (五四) 计算:  $\sqrt{27} - 3\sqrt{\frac{1}{3}} =$ \_\_\_\_\_.

(六三) 若一个等腰三角形的周长为 39, 底边长与腰长的比为 5:4, 则该等腰三角形的底边长为\_\_\_\_\_.

15. 分式方程  $\frac{2}{x-2} = \frac{3}{x}$  的解为  $x =$ \_\_\_\_\_.

16. (五四制) 已知  $a = \sqrt{3} - 1$ ,  $b = \sqrt{3} + 1$ , 则代数式  $a^2 - b^2 =$ \_\_\_\_\_.

(六三制) 如图,  $\triangle ABC$  中,  $\angle ABC$  和外角  $\angle ACE$  的平分线相交于点  $D$ , 若  $\angle D = 40^\circ$ , 则  $\angle BAC$  的度数为\_\_\_\_\_.



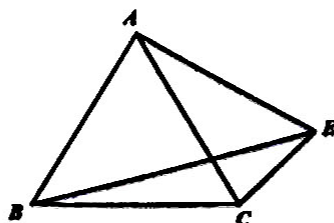
(第 16 题图)

17. 在直角  $\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $\angle B = 2\angle A$ ,  $CD$  是边  $AB$  上的高, 且  $BD = 1$ , 则  $AD =$ \_\_\_\_\_.

18. 已知  $2 + \frac{2}{3} = 2^2 \times \frac{2}{3}$ ,  $3 + \frac{3}{8} = 3^2 \times \frac{3}{8}$ ,  $4 + \frac{4}{15} = 4^2 \times \frac{4}{15}$ , ..., 若  $10 + \frac{a}{b} = 10^2 \times \frac{a}{b}$  ( $a, b$  为正整数) 则  $b - a =$ \_\_\_\_\_.

19. 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle A = 85^\circ$ ,  $\angle B = 35^\circ$ , 点  $D$  在线段  $AB$  上, 点  $F$  在射线  $BC$  上, 连接  $DF$  与射线  $AC$  相交于点  $E$ , 且  $\angle ADE = 65^\circ$ ,  $M$  是  $EF$  中点, 则  $\angle BCM =$ \_\_\_\_\_.

20. 如图, 等边  $\triangle ABC$ ,  $E$  为  $\triangle ABC$  外一点,  $AE = AC$ , 连接  $BE$ , 若  $\angle EBC = 15^\circ$ ,  $\triangle ACE$  的面积等于 9, 则  $BC$  的长为\_\_\_\_\_.



(第 20 题图)

三、解答题(其中 21-25 题各 8 分, 26、27 题各 10 分, 共计 60 分)

21. (本题 8 分) 计算:

(1)  $6a^3b^2 + 2ab \times ab^2$

(2)  $\frac{3x}{x-4y} + \frac{x+y}{4y-x} - \frac{7y}{x-4y}$

22. (本题 8 分)

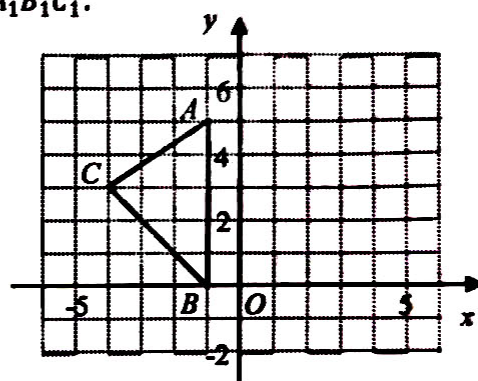
先化简, 再求代数式  $(1 + \frac{1}{a-1}) + \frac{a}{a^2-2a+1}$ , 其中  $a = 2$ .

23. (本题 8 分) 如图, 在平面直角坐标系中,  $A(-1, 5)$ ,  $B(-1, 0)$ ,  $C(-4, 3)$ .

(1) 求出  $\triangle ABC$  的面积.

(2) 在图中作出  $\triangle ABC$  关于  $y$  轴的对称图形  $\triangle A_1B_1C_1$ .

(3) 写出点  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $C_1$  的坐标.

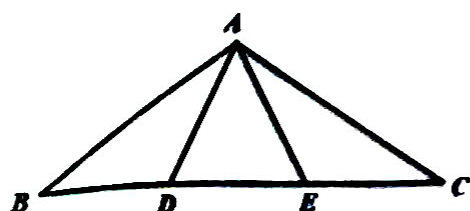


24. (本题 8 分)

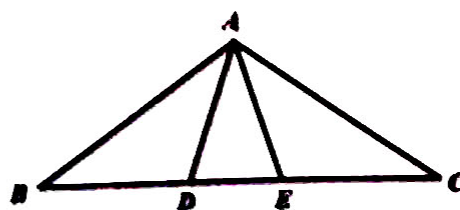
如图, 点  $D$ 、 $E$  在  $\triangle ABC$  的  $BC$  边上,  $BD=CE$ ,  $AD=AE$ .

(1) 如图 1, 求证:  $AB=AC$ ;

(2) 如图 2, 若  $\angle BAC = 108^\circ$ ,  $\angle BAC + 2\angle DAE = 180^\circ$ , 直接写出图中所有的等腰三角形(除  $\triangle ABC$  和  $\triangle ADE$  外).



(图 1)



(图 2)

25.(本题 8 分)

仔细阅读下面例题，解答问题：

例题：已知二次三项式  $x^2 - 4x + m$  有一个因式是  $(x+3)$ ，求另一个因式以及  $m$  的值.

解：设另一个因式为  $(x+n)$ ，得  $x^2 - 4x + m = (x+3)(x+n)$ ，

则  $x^2 - 4x + m = x^2 + (n+3)x + 3n$

$$\therefore \begin{cases} n+3 = -4 \\ m = 3n \end{cases} \quad \text{解得：} n = -7, m = -21. \therefore \text{另一个因式为 } (x-7), m \text{ 的值为 } -21.$$

问题：仿照以上方法解答下面问题：

(1) 已知二次三项式  $2x^2 + 3x - k$  有一个因式是  $(2x - 5)$ ，求另一个因式以及  $k$  的值.

(2) 已知二次三项式  $6x^2 + 4ax + 2$  有一个因式是  $(2x+a)$ ， $a$  是正整数，求另一个因式以及  $a$  的值.

26.(本题 10 分)

某居民小区为美化环境，计划对面积为  $1200m^2$  的区域进行绿化，安排甲、乙两个工程队完成. 已知甲队每天能完成绿化的面积是乙队每天完成绿化的面积的 2 倍，独立完成面积为  $300m^2$  区域的绿化时，甲队比乙队少用 5 天.

(1) 求甲、乙两工程队每天能完成绿化的面积分别是多少；

(2) 若小区每天需要付给甲队的绿化费用为 0.2 万元，乙队为 0.15 万元，要使这次的绿化总费用不超过 5 万元，至少安排甲队工作多少天？

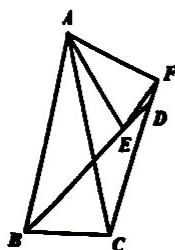


27.(本题 10 分)

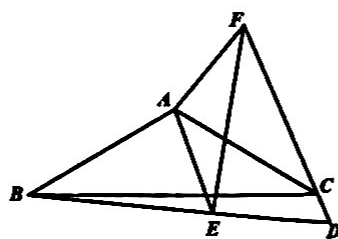
(1) 发现问题: 如图 1, 在  $\triangle ABC$  和  $\triangle AEF$  中,  $AB=AC$ ,  $AE=AF$ ,  $\angle BAC=\angle EAF=30^\circ$ , 连接  $BE$ ,  $CF$ , 延长  $BE$  交  $CF$  于点  $D$ . 则  $BE$  与  $CF$  的数量关系: \_\_\_\_\_,  $\angle BDC=$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ ;

(2) 类比探究: 如图 2, 在  $\triangle ABC$  和  $\triangle AEF$  中,  $AB=AC$ ,  $AE=AF$ ,  $\angle BAC=\angle EAF=120^\circ$ , 连接  $BE$ ,  $CF$ , 延长  $BE$ ,  $FC$  交于点  $D$ . 请猜想  $BE$  与  $CF$  的数量关系及  $\angle BDC$  的度数, 并说明理由;

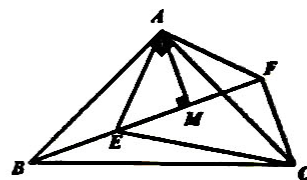
(3) 拓展延伸: 如图 3,  $\triangle ABC$  和  $\triangle AEF$  均为等腰直角三角形,  $\angle BAC=\angle EAF=90^\circ$ , 连接  $BE$ ,  $CF$ , 且点  $B$ ,  $E$ ,  $F$  在一条直线上, 过点  $A$  作  $AM \perp BF$ , 垂足为点  $M$ . 连接  $CE$ ,  $\triangle BEC$  的面积为 1,  $BF=3CF$ , 求  $\triangle ACE$  的面积.



(图 1)



(图 2)



(图 3)

# 八年上答案

| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
| 答案 | B | B | c | B | A | D | C | D | A | D  |

| 题号 | 11                                   | 12         | 13         | 14                           | 15 |
|----|--------------------------------------|------------|------------|------------------------------|----|
| 答案 | $2.5 \times 10^{-6}$                 | $x \neq 1$ | $2(m-1)^2$ | (五十四) $2\sqrt{3}$<br>(六三) 15 | 6  |
| 题号 | 16                                   | 17         | 18         | 19                           | 20 |
| 答案 | (五四) $-4\sqrt{3}$<br>(六三) $80^\circ$ | 3          | 89         | $120^\circ$                  | 6  |

21. (1)  $3a^3b^3$  (2) 2

22. 解:

$$\left(1 + \frac{1}{a-1}\right) \div \frac{a}{a^2 - 2a + 1}$$

$$= \frac{a}{a-1} \times \frac{(a-1)^2}{a} \dots\dots 3'$$

$$= a-1 \dots\dots 3'$$

$$\text{原式} = a-1 = 2-1 = 1 \dots\dots 2'$$

23. (1)  $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 5 \times 3 = 7.5; \dots\dots 2'$

(2) 图略\dots\dots 3'

(3)  $A_1(1, 5)$ ,  $B_1(1, 0)$ ,  $C_1(4, 3) \dots\dots 3'$

24.(1) 证明:

$$\because AD = AE \quad \dots\dots 1'$$

$$\therefore \angle ADE = \angle AED$$

$$\because \angle ABD + \angle ADE = 180^\circ,$$

$$\angle AEC + \angle AED = 180^\circ$$

$$\therefore \angle ADB = \angle AEC \quad \dots\dots 1'$$

$$\text{在 } \triangle ABD \text{ 和 } \triangle ACE \text{ 中, } \begin{cases} BD = CE \\ \angle ADB = \angle AEC \\ AD = AE \end{cases} \quad \dots\dots 1'$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE \text{ (SAS)}$$

$$\therefore AB = AC \quad \dots\dots 1'$$

(2)  $\triangle ABD$ 、 $\triangle ACE$ 、 $\triangle ABE$ 、 $\triangle ACD \quad \dots\dots 4'$

## 八年上答案

25. (1) 解：设另一个因式为  $(x+n)$  .

$$\text{得 } 2x^2+3x-k=(2x-5)(x+n)$$

$$\text{则 } 2x^2+3x-k=2x^2+(2n-5)x-5n\cdots\cdots 2'$$

$$\therefore \begin{cases} 2n-5=3 \\ -5n=-k \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} n=4 \\ k=20 \end{cases} \cdots\cdots 1'$$

$\therefore$  另一个因式为  $(3+4)$ ,  $k$  的值为 20. ....1'

(2) 解：设另一个因式为  $(3x+m)$  .

$$\text{得 } 6x^2+4ax+2=(2x+a)(3x+m)$$

$$\text{则 } 6x^2+4ax+2=6x^2+(2m+3a)x+am\cdots\cdots 1'$$

$$\therefore \begin{cases} 2m+3a=4a \\ am=2 \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} a=2 \\ m=1 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} a=-2 \\ m=-1 \end{cases} \cdots\cdots 2'$$

$\therefore a$  是正整数

$$\therefore a=2, m=1 \cdots\cdots 1'$$

$\therefore$  另一个因式为  $(3x+1)$  .

26. (1) 解：设乙工程队每天能完成绿化的面积为  $x \text{ m}^2$ ，则甲工程队每天能完成绿化的面积为  $2x \text{ m}^2$ .

$$\frac{300}{x} + \frac{300}{2x} = 5 \cdots\cdots 3'$$

$$\text{解得： } x=30 \cdots\cdots 1'$$

经检验  $x=30$  是原方程的解. ....1'

$$2x=60 \cdots\cdots 1'$$

答：甲、乙工程队每天能完成绿化的面积为  $60 \text{ m}^2$ 、 $30 \text{ m}^2$ .

(2) 解：设安排甲队工作  $y$  天.

$$0.2y + 0.15 \times \frac{1200-60y}{30} \leq 5 \cdots\cdots 3'$$

$$\text{解得： } x \geq 10 \cdots\cdots 1'$$

答：至少安排甲队工作 10 天. ....1'

27. (1)  $BE=CF$ ,  $\angle BDC=30^\circ$  .....2'

(2)  $BE=CF$ ,  $\angle BDC=60^\circ$  .....1'

理由如下：



## 八年上答案

---

$$\because \angle BAC = \angle EAF$$

$$\therefore \angle BAC - \angle EAC = \angle EAF - \angle EAC$$

$$\text{即 } \angle BAE = \angle CAF$$

$$\text{又 } \because AB = AC, AE = AF$$

$$\therefore \triangle BAE \cong \triangle CAF$$

$$\therefore BE = CF, \angle AEB = \angle AFC \dots\dots 1'$$

$$\because \angle EAF = 120^\circ, AE = AF$$

$$\therefore \angle AEF = \angle AFE = 30^\circ$$

$$\therefore \angle BDC = \angle BEF - \angle EFD = \angle AEB + 30^\circ - (\angle AFC - 30^\circ) = 60^\circ \dots\dots 1'$$

(3) 解:

$$\because \triangle ABC \text{ 与 } \triangle AEF \text{ 是等腰直角三角形}$$

$$\therefore AB = AC, AE = AF, \angle BAC = \angle EAF = 90^\circ$$

$$\therefore \angle AEF = \angle AFE = 45^\circ$$

$$\therefore \angle AEB = 180^\circ - \angle AEF = 135^\circ$$

$$\because \angle BAE + \angle EAC = 90^\circ$$

$$\angle FAC + \angle EAC = 90^\circ$$

$$\therefore \angle BAE = \angle CAF$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle ACF \text{ (SAS)}$$

$$\therefore \angle AEB = \angle AFC = 135^\circ, BE = CF \dots\dots 1'$$

$$\therefore \angle BFC = \angle AFC - \angle AFE = 90^\circ$$

$$\because AM \perp BF$$

$$\therefore EM = FM, \angle AMF = 90^\circ$$

$$\therefore \angle MAF = 90^\circ - \angle MFA = 45^\circ$$

$$\therefore \angle MAF = \angle MFA$$

$$\therefore AM = MF \dots\dots 1'$$

$$\therefore AM = EM = MF$$

$$\because BF = 3BE$$

$$\therefore EF = BF - BE = 2BE$$

$$\because EF = 2EM$$

## 八年上答案

---

$$\therefore BE=EM$$

$$\therefore AM=CF \dots\dots 1'$$

$$\because S_{\triangle BCE} = \frac{1}{2} BE \times CF = 1$$

$$\therefore S_{\triangle ECF} = \frac{1}{2} EF \times CF = \frac{1}{2} \times 2BE \times CF = 2 \times \frac{1}{2} BE \times CF = 2S_{\triangle ABE} = 2$$

$$\because S_{\triangle ECF} = \frac{1}{2} EF \times CF = \frac{1}{2} CF \times CF = 2$$

$$\therefore CF = \sqrt{2} \dots\dots 1'$$

$$\therefore S_{\triangle AEF} = \frac{1}{2} EF \times AM = \frac{1}{2} \times 2CF \times CF = 2$$

$$\therefore S_{\text{四边形 AECF}} = S_{\triangle AEF} + S_{\triangle ECF} = 2 + 2 = 4$$

$$\because S_{\triangle ABE} = S_{\triangle AFC} = \frac{1}{2} BE \times AM = \frac{1}{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 1$$

$$\therefore S_{\triangle AEC} = S_{\text{四边形 AECF}} - S_{\triangle AFC} = 4 - 1 = 3 \dots\dots 1'$$

(以上各解答题如有不同解法并且正确，请按相应步骤给分)