

阿城区八年级期末考试

数学学科试题

2024.01

考号	装
姓名	订

考生须知:

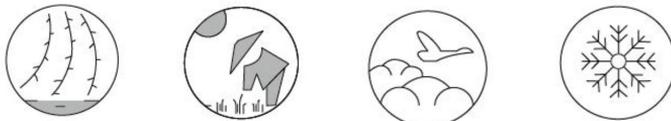
1. 本试卷满分 120 分，考试时间为 120 分钟。
2. 答题前，考生先将自己的“考号”、“姓名”在答题卡上填写清楚，将“条形码准确粘贴在条形码区域内。
3. 请按照题号顺序在答题卡各题目的区域内作答，超出答题区域的答案无效；在草稿纸上、试题纸上答案无效。
4. 选择题必须使用 2B 铅笔填涂；非选择题必须使用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚。
5. 保持卡面整洁，不要折叠、不要弄脏、弄皱，不准使用涂改液、刮纸刀。

一、选择题：（每小题 3 分，共计 24 分）

1. 下列运算结果最大的是（ ）

- A. $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$ B. 2^0 C. 2^{-1} D. $(-2)^3$

2. 下面四幅作品分别代表二十四节气中的“立春”、“芒种”、“白露”、“大雪”，其中是轴对称图形的是（ ）



- A. B. C. D.

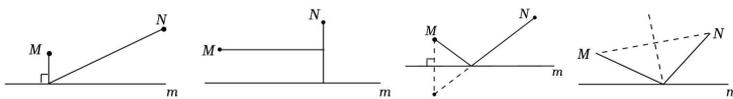
3. 以下列长度的三条线段为边，能组成三角形的是（ ）

- A. 3, 5, 9 B. 4, 6, 12 C. 2, 2, 4 D. 5, 6, 8

4. 下列运算结果正确的是（ ）

- A. $a^2 \cdot a^5 = a^{10}$ B. $(-2a^2)^3 = -8a^6$ C. $24a^3b^2 \div 3ab^2 = 8a^2b$ D. $a^2 + a^3 = a^5$

5. 如图，河道 m 的同侧有 M 、 N 两个村庄，计划铺设一条管道将河水引至 M 、 N 两地，下面的四个方案中，管道长度最短的是（ ）



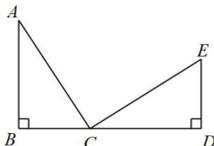
- A. B. C. D.

6. 如图，在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDE$ 中， $\angle B = \angle D = 90^\circ$ ， $AC = CE$ ， B 、 C 、 D 三点在同一直线上，添加下列条件，不能判定 $\triangle ABC \cong \triangle CDE$ 的是（ ）

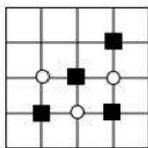
- A. $AB = CD$ B. $AB = DE$ C. $\angle ACE = 90^\circ$ D. $\angle A + \angle E = 90^\circ$

7. 如图，乐乐和壮壮下棋，乐乐执圆子，壮壮执方子。如图，棋盘中心方子的位置用 $(-1, 0)$ 表示，右下角方子的位置用 $(0, -1)$ 表示。乐乐将第 4 枚圆子放入棋盘后，所有棋子构成一个轴对称图形。他放的位置是（ ）

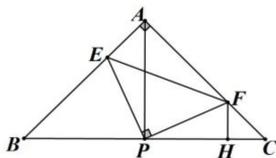
- A. $(-2, 1)$ B. $(-1, -2)$ C. $(1, -2)$ D. $(-1, 1)$



第 6 题图



第 7 题图



第 8 题图

8. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle BAC=90^\circ$, $\angle EPF$ 的顶点 P 是 BC 的中点, 两边 PE 、 PF 分别交 AB 、 AC 于点 E 、 F (点 E 不与 A 、 B 重合), $\angle EPF=90^\circ$, 过点 F 作 $FH \perp BC$ 于点 H , 给出以下四个结论:

① $AE=CF$; ② $\triangle EPF$ 是等腰直角三角形; ③ $S_{\text{四边形}AEPF} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC}$;

④ 当 $BP=BE$ 时, $FA-CF=2FH$. 上述结论中始终正确的个数有 ().

- A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

二、填空题: (每小题 3 分, 共计 24 分)

9. 某种秋冬流感病毒的直径约为 0.000 000 308 米, 该直径用科学记数法表示为_____米.

10. 若分式 $\frac{3x}{3x+2}$ 有意义, 则 x 的取值范围为_____.

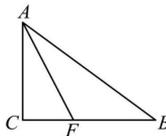
11. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, AF 是角平分线, $AB=5$, $CF=1.5$, 则 $\triangle ABF$ 的面积为_____.

12. 计算 $-15a^5b^3c \div 5a^4bc$ 的结果为_____.

13. 把多项式 $16ax^2 - 4ay^2$ 分解因式的结果是_____.

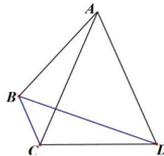
14. 已知 $a^m=4$, $a^n=8$, 则 a^{m+n} 的值为_____.

15. 已知 $\triangle ABC$, 其中 $\angle ACB=90^\circ$, 分别以点 A , C 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}AC$ 长为半径作弧, 两弧交于点 D , E , 然后再以 C 为圆心, AC 长为半径作弧, 与直线 DE 交于点 F , 则 $\angle FCB$ 的度数为_____.



第 11 题图

16. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, AC 、 BD 为对角线, $AC=AD$, $\angle CBD=\angle CAD$, $\angle CAD+2\angle CDB=90^\circ$, 若 $BC=\sqrt{2}$, $\triangle ABC$ 的面积为 2, 则 BD 的长为_____.



第 16 题图

三、解答题 (其中 17—21 题各 8 分, 22—23 题各 10 分; 24 题 12 分, 共计 72 分)

17. (本题 8 分)

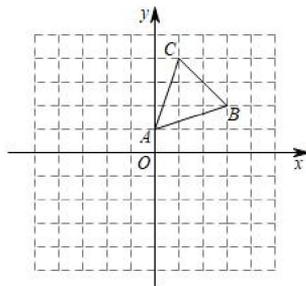
计算: (1) $(-3x)^2 \cdot 4x^4 - (x^2)^3$ (2) $(2x-5)^2 - (2x+3)(3x-2)$;

18. (本题 8 分)

先化简, 再求值: $1 - \frac{x-y}{x+2y} \div \frac{x^2-y^2}{x^2+4xy+4y^2}$, 其中 $x = (-\frac{1}{3})^{-1}$, $y = \pi^0$.

19. (本题 8 分)

如图, 在平面直角坐标系中, $\triangle ABC$ 的顶点 $A(0, 1)$, $B(3, 2)$, $C(1, 4)$ 均在小正方形网格的格点上.



第 19 题图

(1) 画出 $\triangle ABC$ 关于 x 轴的对称图形 $\triangle A_1B_1C_1$ (点 A 、

B 、 C 的对应点分别为 A_1 、 B_1 、 C_1) ;

(2) 画 $\triangle ABD$, 点 D 在第二象限内的格点上, 且 $\angle ADB = 45^\circ$

画出所有符合条件的图形, 并写出点 D 的坐标.

20. (本题 8 分)

通常, 用两种不同的方法计算同一个图形的面积, 可以得到一个恒等式.

如图 1 是一个长为 $2a$, 宽为 $2b$ 的长方形, 沿图中虚线对折后用剪刀平均分成四个小长方形, 然后按图 2 的形状拼成一个正方形. 请解答下列问题:

(1) 图 2 中阴影部分的正方形的边长是 _____;

(2) 请用两种不同的方法表示图 2 中阴影部分的面积:

方法 1: _____; 方法 2: _____;

(3) 观察图 2, 请你写出 $(a+b)^2$ 、 $(a-b)^2$ 、 ab 之间的等量关系是 _____;

(4) 如图 3, 点 C 是线段 AB 上的一点, 以 AC , BC 为边向两边作正方形, 面积分别是 S_1 和 S_2 , 若 $AB=9$, 两正方形的面积 $S_1+S_2=51$, 求 $\triangle ACF$ 的面积.

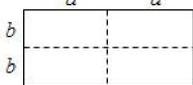


图 1

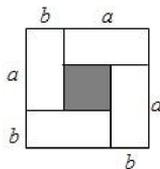


图 2

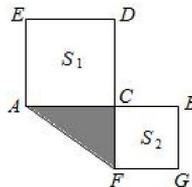


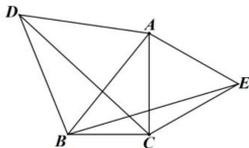
图 3

21. (本题 8 分)

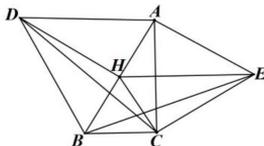
如图 1, 已知, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, 以 AB 、 AC 为边向外作等边三角形 ABD 、等边三角形 ACE , 连接 CD 、 BE .

(1) 求证: $CD = BE$;

(2) 如图 2, 若 $\angle BAC=30^\circ$, 点 H 为 AB 的中点, 连接 CH 、 DH 、 EH , 请直接写出与 $\triangle ABC$ 全等的所有三角形.



第 21 题图 1



第 21 题图 2

22. (本题 10 分)

乐乐超市准备购进甲、乙两种商品进行销售, 已知, 每个甲商品的进价比每个乙商品的进价少 2 元, 且用 80 元购进甲商品的数量与用 100 元购进乙商品的数量相同.

(1) 求每个甲、乙两种商品的进价分别是多少元?

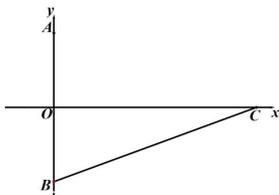
(2) 若该商场购进甲商品的数量比乙商品的数量的 3 倍还少 5 个, 甲、乙两种商品的售价分别是 12 元/个和 15 元/个, 且将购进的甲、乙两种商品全部售出后, 可使总利润不少于 456 元, 那么商场至少购进乙商品多少个?

23. 综合与实践 (本题 10 分)

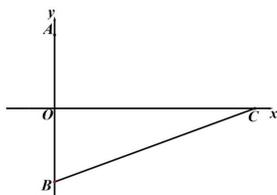
如图, 在平面直角坐标系中, 点 O 为坐标原点, 点 A、点 B 关于 x 轴对称, $A(0, 3)$, $C(8, 0)$, 连接 BC, 点 P 从点 B 出发, 沿 y 轴以每秒 1 个单位的速度向原点 O 运动, 同时, 点 Q 从点 C 出发, 沿 x 轴以每秒 2 个单位的速度向原点 O 运动, 当点 P 到达原点, 点 Q 也停止运动.

(1) 连接 AQ、PQ, 设点 P 的运动时间为 t 秒, $\triangle APQ$ 的面积为 S ($S \neq 0$), 用含 t 的式子表示 S (不要求写出 t 的取值范围);

(2) 点 M、点 N 在过 A 垂直于 y 轴的直线上, 连接 PM, QM, PN, QN, 当 $\triangle PQM$ 是以 PQ 为直角边的等腰直角三角形时, 恰好 $\angle PNQ = 45^\circ$, 求此时点 N 的坐标.



第 23 题图



第 23 题备用图

24. 综合与探究 (本题 12 分)

如图, 已知, $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 点 D 为 BC 边上一点, 连接 AD, 将 $\triangle ABD$ 沿直线 AD 折叠, 得到 $\triangle ADE$, 作 AF 平分 $\angle EAC$ 交 BC 于 F.

【尝试发现】

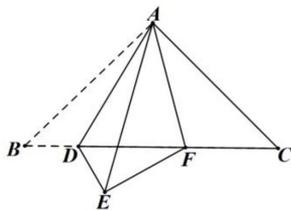
- (1) ①若 $\angle DEF = 80^\circ$, 则 $\angle DAF =$ _____.
- ②若 $\angle DEF = \angle DAF$, 则 $\angle DAF =$ _____.
- ③若 $\angle DEF = \alpha$, 则 $\angle DAF =$ _____ (用含 α 的式子表示);

【简单应用】

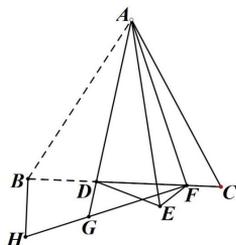
(2) 如图 1, 若 $\angle DEF = 90^\circ$, $\angle EAF = 2\angle DAE$, 求证: $DF = 2BD$;

【拓展延伸】

(3) 如图 2, 若 $\angle DEF = 120^\circ$, 过点 F 作 AF 的垂线交 AD 延长线于点 G, 在 FG 延长线上取点 H, 使 $\angle BHF + \angle DAE = 90^\circ$, $BD = 2FC$, 试探究 GD, GH, GF 三条线段之间的数量关系并证明.



第 24 题图 1



第 24 题图 2

阿城区八年级期末考试数学学科参考答案及评分标准 2024.01

一、选择题（每小题 3 分，共 24 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	D	D	B	C	B	D	A

二、填空题（每小题 3 分，共 24 分）

题号	9	10	11	12
答案	3.08×10^{-7}	$x \neq -\frac{2}{3}$	3.75	$-3ab^2$
题号	13	14	15	16
答案	$4a(2x-y)(2x+y)$	32	30° 或 150°	$3\sqrt{2}$

三、解答题（其中 17—21 题各 8 分，22—23 题各 10 分；24 题 12 分，共计 72 分）

17. （本题 8 分）

(1) 原式 $= 9x^2 \cdot 4x^4 \cdot x^6$ …2 分

$= 36x^6 \cdot x^6$ …1 分

$= 35x^6$ …1 分

(2) 原式 $= 4x^2 - 20x + 25 - (6x^2 - 4x + 9x - 6)$ …2 分

$= 4x^2 - 20x + 25 - 6x^2 + 4x - 9x + 6$ …1 分

$= -2x^2 - 25x + 31;$ …1 分

18. （本题 8 分）

解：原式 $= 1 - \frac{x-y}{x+2y} \cdot \frac{(x+2y)^2}{(x+y)(x-y)}$ …2 分

$= 1 - \frac{x+2y}{x+y}$ …1 分

$= \frac{x+y-x-2y}{x+y}$ …1 分

$= -\frac{y}{x+y},$ …1 分

当 $x=-3,$ …1 分 $y=1,$ …1 分 原式 $= -\frac{1}{-3+1} = \frac{1}{2}.$ …1 分

19. （本题 8 分）

(1) 图 …2 分 (2) 每图 2 分，共 4 分 D $(-1, 2)$ 或 $(-1, 4)$ 每个坐标 1 分，共 2 分

20. (本题 8 分)

(1) $a - b$. **...2 分**

(2) 方法 1: $(a - b)^2$; 方法 2: $(a+b)^2 - 4ab$. **每个 1 分, 共 2 分**

(3) $(a - b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$. **...2 分**

(4) 解: 设 $AC=x$ $CF=y$ $x^2+y^2=51$ $x+y=9$ $(x+y)^2=81$ $x^2+y^2+2xy=81$

$xy=15$ **...1 分** $\triangle ACF$ 的面积 = $\frac{1}{2}xy = \frac{15}{2}$ **...1 分**

21. (本题 8 分)

(1) 证明: $\because \triangle ABD, \triangle ACE$ 为等边三角形 $\therefore AC=AE$ $AB=AD$ **...1 分**

$\therefore \angle CAE = \angle BAD = 60^\circ$ $\therefore \angle CAE + \angle BAC = \angle BAD + \angle BAC$ $\therefore \angle DAC = \angle BAE$ **...1 分**

$\therefore \triangle DAC \cong \triangle BAE$ **...1 分** $\therefore CD=BE$ **...1 分**

(2) $\triangle EHA$ $\triangle EHC$ $\triangle DHA$ $\triangle DHB$ **每个 1 分, 共 4 分**

22. (本题 10 分)

解: (1) 设每件乙种商品的进价为 x 元, 则每件甲种商品的进价为 $(x - 2)$ 元,

根据题意, 得 $\frac{80}{x-2} = \frac{100}{x}$ **...2 分** 解得: $x=10$ **...1 分**

经检验, $x=10$ 是原方程的根, **...1 分**

每件甲种商品的进价为: $10 - 2 = 8$.

\therefore 每件甲种商品的进价为 8 元, 每件乙种商品件的进价为 10 元. **...1 分**

(2) 设购进乙种商品 y 个, 则购进甲种商品 $(3y - 5)$ 个.

$(12 - 8)(3y - 5) + (15 - 10)y \geq 456$, **...2 分**

解得: $y \geq 28$. **...2 分**

\therefore 至少购进乙种商品 28 个. **...1 分**

23. 综合与实践 (本题 10 分)

(1) \because 点 A、点 B 关于 y 轴对称 $A(0, 3)$ $C(8, 0)$ $\therefore OA=OB=3$ **...1 分**

$OC=8$ $BP=t$ $AP=6-t$ **...1 分** $CQ=2t$ $OQ=8-2t$ **...1 分**

$S = \frac{AP \cdot OQ}{2} = \frac{(6-t)(8-2t)}{2} = t^2 - 10t + 24$ **...1 分**

(2) ① 当 $\angle MPQ = 90^\circ$ 时

$\because \angle MPA + \angle APQ = 90^\circ$ $\angle MPA + \angle PMA = 90^\circ$ $\therefore \angle PMA = \angle APQ$

$\because \angle MAP = \angle POQ = 90^\circ$ $PM=PQ$ $\therefore \triangle APM \cong \triangle OQP$ $AP=OQ$

$\therefore 6-t=8-2t$ $t=2$ $OQ=4$ **...1 分**

过 P 作 $PH \perp PN$ 交 NQ 延长线于点 H

$\because \angle NPH = 90^\circ$ $\angle PNQ = 45^\circ$ $\therefore \angle PNH = \angle PHN$ $PN=PH$

$\because \angle MPN + \angle NPQ = 90^\circ$ $\angle NPQ + \angle QPH = 90^\circ$ $\therefore \angle MPN = \angle QPH$

$\because PM=PQ$ $\therefore \triangle APM \cong \triangle OQP$ $\therefore \angle MNP = \angle PHN = 45^\circ$ $\therefore \angle ANQ = \angle ANP +$

$\angle PNM = 90^\circ$ $AN \perp NQ$ **...1 分**

$\therefore Q(4, 0)$ $A(0, 3)$ $\therefore N(4, 3)$ **...1 分**

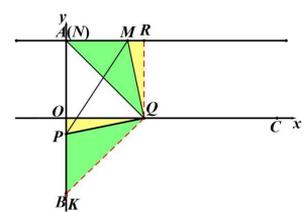
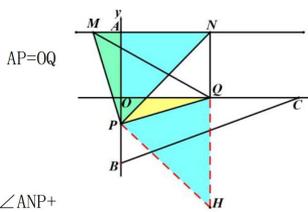
② 当 $\angle PQM = 90^\circ$ 时 过 Q 作 $QK \perp QN$ 交 NP 延长线于点 K

$\because \angle PNQ = \angle PKQ = 45^\circ$ $\therefore QN=QK$ $\therefore \angle MQN = \angle PQQ$ $QM=QP$

$\therefore \triangle MQN \cong \triangle PQQ$ $\therefore \angle MNQ = \angle PKQ = 45^\circ$ **...1 分**

$\therefore \angle PNM = \angle PNQ + \angle QNM = 90^\circ$ $PN \perp AM$ **...1 分**

$PA \perp AM$ 点 A 与点 N 重合 $\therefore N(0, 3)$ **...1 分**



24. 综合与探究 (本题 12 分)

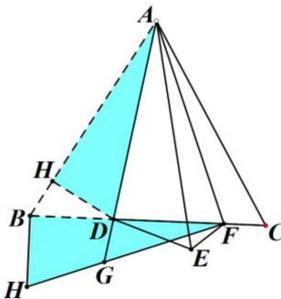
(1) ① 50° ② 60° ③ $90^\circ - \frac{1}{2}\alpha$ 每空 1 分, 共 3 分

(2)

证明: $\because AB=AC \quad \therefore \angle ABC=\angle ACB$ \because 将 $\triangle ABD$ 沿直线 AD 折叠得到 $\triangle ADE \quad \therefore \triangle ADB \cong \triangle ADE$
 $\therefore AB=AE \quad AE=AC \quad \therefore AF$ 平分 $\angle EAC \quad \therefore \angle FAE=\angle FAC \quad \therefore AF=AF \quad \therefore \triangle AFE \cong \triangle AFC$ **...1 分**
 $\therefore \angle ACB=\angle AEF \quad \angle DEF=\angle ABC+\angle ACB \quad \therefore \angle DEF=90^\circ \quad \therefore \angle ABC=\angle ACB=45^\circ \quad \therefore \angle BAC=90^\circ$ **...1 分**
 $\therefore \angle EAF=2\angle DAE \quad \therefore \angle EAF=\angle FAC=30^\circ \quad \angle AFD=75^\circ$
 $\therefore \angle AFC=\angle AFE=105^\circ \quad \therefore \angle DFE=30^\circ$ **...1 分**
 $\therefore \angle DEF=90^\circ \quad \therefore DF=2DE \quad \therefore BD=DE \quad \therefore DF=2DB$ **...1 分**

(3) $GF=GH+GD$ **...1 分**

证明: $\because \angle DEF=120^\circ \quad \therefore \angle ABC=\angle ACB=60^\circ$
 $\therefore AB=AC \quad \therefore \triangle ABC$ 为等边三角形 **...1 分**
 $\therefore \angle BAC=2\angle DAF \quad \therefore \angle DAF=30^\circ \quad \therefore AF \perp FG$
 $\therefore AG=2FG$ 过 D 作 $DH \perp AB$ 于点 $H \quad \therefore \angle BHD=90^\circ$
 $\therefore \angle BDH=30^\circ \quad \therefore BD=2BH \quad \therefore BD=2FC \quad \therefore BH=FC$
 $\therefore AB=BC \quad \therefore AH=BF$ **...1 分**
 $\therefore \angle BHF+\angle DAE=90^\circ \quad \angle BHF+\angle BAD=90^\circ \quad \therefore \angle HDA+\angle DAE=90^\circ$
 $\therefore \angle HDA=\angle BHF \quad \therefore \angle ABC=\angle AGF \quad \therefore \angle BAD=\angle BFH$
 $\therefore \triangle ADH \cong \triangle FHB$ **...1 分**
 $\therefore HF=AD \quad GH+GF=AD \quad \therefore GF+GH+DG=2GF \quad \therefore GF=GH+GD$ **...1 分**



(以上各解答题如有不同解法并且正确, 请按相应步骤给分)