

2023—2024 学年度上学期八年级数学学科调研测试题

一. 选择题(每题 3 分, 共 30 分)

1. 一种细菌的半径是 0.000 012 厘米, 用科学记数法表示为 () 厘米.

- A. 12×10^{-6} B. 0.12×10^{-4} C. 1.2×10^{-5} D. 1.2×10^{-4}

2. 下列运算正确的是 ().

- A. $(a^2)^3 = a^5$ B. $2a^{-2} = \frac{1}{2a^2}$ C. $a^6 \div a^2 = a^3$ D. $(ab^2)^2 = a^2b^4$

3. 下列所给的汽车标志中, 不是轴对称图形的是 ().



A.



B.



C.



D.

4. 下列选项中的代数式, 是分式的为 ().

- A. $\frac{x}{3}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{5}{x+3}$ D. $\frac{1}{\sqrt{a}}$

5. 点 (2, 5) 关于 x 轴对称的点的坐标是 ().

- A. (-2, 5) B. (-2, -5) C. (2, -5) D. (5, 2)

6. 已知 $2^m = a$, $2^n = b$, m, n 为正整数, 则 2^{m+n} 为 ().

- A. $a+b$ B. ab C. $2ab$ D. a^2+b^2

7. 若 $4x^2 + kx + 1$ 是一个完全平方式, 则常数 k 的值为 ().

- A. ± 4 B. 4 C. ± 2 D. 2

8. 下列选项中的式子, 是最简二次根式的是 ().

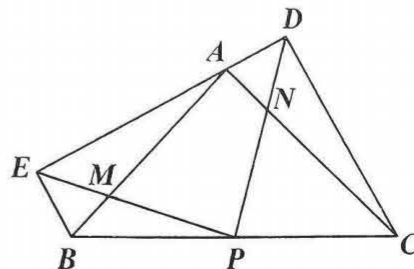
- A. $\sqrt{\frac{1}{3}}$ B. $\sqrt{147}$ C. $\sqrt{25a}$ D. $\sqrt{a^2 + 1}$

9. 点 A, B 的坐标分别为 (1, 3), (5, 1), 点 P 在 x 轴上, PA+PB 的值最小时, 点 P 的坐标为 ().

- A. (1, 0) B. (3, 0) C. (4, 0) D. (5, 0)

10. 如图, $\triangle ABC$, $AB=AC$, 点 A 在 DE 上, $\angle BEA = \angle BAC = \angle ADC = 90^\circ$, $\angle BEA$ 的平分线交 AB 于 M, 交 BC 于 P, 连接 PD 交 AC 于点 N, 以下四个结论: ① $ED=EB+CD$; ② $BP=PC$; ③ 四边形 AMPN 的面积是 $\triangle ABC$ 面积的一半; ④ $AD \cdot AM = AN \cdot AE$. 一定正确的有 () 个.

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4



(第 10 题图)

二、填空题（每题 3 分，共 30 分）

11. 若 $\sqrt{2x-3}$ 有意义, 则实数 x 的范围是_____.

12. 分式 $\frac{1}{m+3}$ 有意义, 则字母 m 满足的条件是_____.

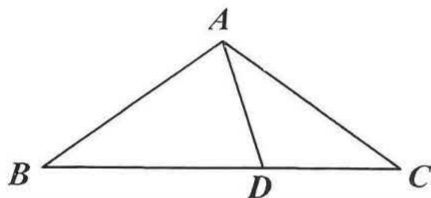
13. 计算 $\sqrt{75} - \sqrt{12}$ 的结果是_____.

14. 将多项式 $2x^2 - 2$ 分解因式的结果为 _____.

15. 上午 8 时, 一条船从海岛 A 出发, 以 20 海里/时的速度向正北航行, 当日 10 时到达海岛 B 处, 从 A 望灯塔 C 在北偏西 42° 方向, 从 B 望灯塔 C 在北偏西 84° 方向, 则海岛 B 到灯塔 C 的距离为 _____ 海里.

16. 观察下列各式的规律: ① $1 \times 3 - 2^2 = -1$; ② $2 \times 4 - 3^2 = -1$; ③ $3 \times 5 - 4^2 = -1 \cdots$. 请按以上规律用含有字母的式子表示第 n (n 为正整数) 个算式为_____.

17. 如图, 点 D 在 $\triangle ABC$ 的边 BC 上, $AC=AB=BD$, $AD=CD$, 则 $\angle BAC$ 为_____度.



(第17题图)

18. 1261 年, 我国南宋数学家杨辉用如图所示的三角形解释二项和的乘方规律, 我们把这个三角形称为“杨辉三角形”, 根据图中各式的规律, $(a+b)^6$ 展开的多项式中各项系数之和为_____.

		1				
		1		1		
	1		2		1	
1		3		3		1
		⋮		⋮		

 $(a+b)^1=a+b$
 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
 $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$
 ⋮

(第 18 题图)

19. 已知 $y = \sqrt{(x-4)^2} - x + 5$, 当 x 分别取 1, 2, 3, …, 2024 时, 所对应 y 值的总和是_____.

20. 定义：如果一个正整数能表示为两个正整数 m, n 的平方差，且 $m-n>1$ ，则称这个正整数为“方差优数”，例如 $12=4^2-2^2$ ，12 就是一个“方差优数”，可以利用 $m^2-n^2=(m+n)(m-n)$ 进行研究，若将“方差优数”从小到大排列，则第 10 个“方差优数”是_____.

三. 解答题 (60 分)

21. (每小题 3 分, 共 6 分) (1) 计算 $2^{-1} + (-2024)^0 - \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2}$;

(2) 运用乘法公式计算 104×96 .

22. 计算 (每小题 3 分, 共 18 分) (1) $4x^2\left(x - \frac{1}{4}\right)$;

(2) $(y+1)^2 - (y+2)(y-2)$;

(3) $\frac{8a^2b^4}{c^4d^2} \div \left(-\frac{2ab^3}{c^2d}\right)^2$;

(4) $\frac{x^2+4x+4}{x+1} \div \left(x-1-\frac{3}{x+1}\right)$;

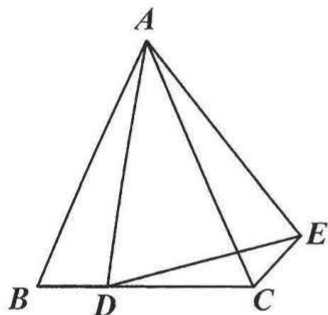
(5) $(4\sqrt{10} - 3\sqrt{6}) \div \frac{\sqrt{2}}{2}$;

(6) $\sqrt{8} + (\sqrt{2}+3)(\sqrt{2}-5)$.

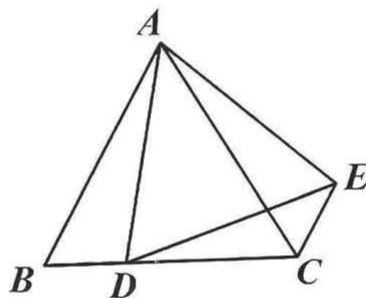
23. (本题 6 分) 点 D 为 $\triangle ABC$ 的边 BC 上一点, 连接 AD, 点 E 在 $\triangle ABC$ 外, 连接 AE, DE, $AE=AD$, $CE=BD$.

(1) 如图 1, 若 $\angle DAE + \angle DCE = 180^\circ$, 请你判定 $\triangle ABC$ 的形状并证明;

(2) 如图 2, 若 $\angle ADE = \angle ACB = 60^\circ$, 请你判定 $\triangle ABC$ 的形状并证明.



(图 1)



(图 2)

24. (本题 5 分) 若关于 x 的分式方程 $\frac{1}{x-2} + 3 = \frac{3-k}{2-x}$ 的解为正实数, 求 k 的取值范围.

25. (本题 5 分) 在国家精准扶贫的政策下, 某村企生产的黑木耳获得了国家绿色食品标准认证, 绿标的认证, 使该村企的黑木耳在市场上更有竞争力, 今年每斤黑木耳的售价比去年增加了 20 元. 预计今年的销量是去年的 4 倍, 年销售额为 360 万元. 已知去年的年销售额为 60 万元, 问该村企去年黑木耳的年销量为多少万斤?

26. (本题 8 分) 如果一个三角形的三边长分别为 a, b, c , 记 $p = \frac{a+b+c}{2}$, 那么三角形的面积为

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \quad \text{①}$$

古希腊的几何学家海伦(Heron, 约公元 50 年), 在数学史上以解决几何测量问题而闻名. 在他的著作《度量》一书中, 给出了公式①和它的证明, 这一公式称为海伦公式.

我国南宋时期数学家秦九韶(约 1202-1261), 曾提出利用三角形的三边求面积的秦九韶公式

$$S = \sqrt{\frac{1}{4} \left[a^2 b^2 - \left(\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2} \right)^2 \right]} \quad \text{②}$$

(1) 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=8, BC=10, AC=12$, 利用上面公式①求 $\triangle ABC$ 的面积;

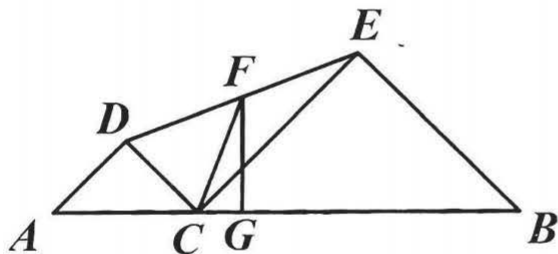
(2) 求证: $\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{\frac{1}{4} \left[a^2 b^2 - \left(\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2} \right)^2 \right]}$

27. (本题 12 分) 如图, 点 C 为 AB 上一动点, 以 AC, BC 为斜边在 AB 同侧作等腰直角三角形 ACD 与等腰直角三角形 CBE , 连接 DE , 点 F 在 DE 上, 连接 $CF, FD=FC$.

(1) 求证: 点 F 为 DE 的中点;

(2) 过点 F 作 AB 的垂线, 点 G 为垂足, 求 $\frac{FG}{AB}$ 的值;

(3) 若 $AB=12, \triangle ACD$ 与 $\triangle CEB$ 的面积和为 S , 求 S 的最小值.



(第 27 题图)

2023—2024 学年度上学期八年级数学学科调研测试题参考答案

一. 1.C 2.D 3.B 4.C 5.C 6.B 7.A 8.D 9.C 10.D

二. 11. $x \geq \frac{3}{2}$ 12. $m \neq -3$ 13. $3\sqrt{3}$ 14. $2(x+1)(x-1)$ 15. 40

16. $n(n+2) - (n+1)^2 = -1$ 17. 108 18. 64 19. 2036 20. 32

三. 21. ①1

三个中间结果 (有 1 个对) 1 分

三个中间结果都对 1 分

正确结果 1 分

②9984

$(100+4)(100-4)$ 1 分

$100^2 - 4^2$ 或 $10000-16$ 1 分 正确结果 1 分

(没按要求利用乘法公式计算的 结果正确 1 分)

22. ① $4x^3 - x^2$

$4x^3$ 1 分 $-x^2$ 1 分 $4x^3 - x^2$ 1 分

② $2y+5$

利用公式 每对 1 个 (去括号符号错不给分) 1 分 共 2 分

正确结果 1 分

③ $\frac{2}{b^2}$

除式乘方计算正确 1 分 变乘法 1 分 正确结果 1 分

④ $\frac{x+2}{x-2}$

有一处正确 1 分

中间过程都对 1 分

结果 1 分

⑤ $8\sqrt{5} - 6\sqrt{3}$

变乘 $\sqrt{2}$ 或 $\frac{2}{\sqrt{2}}$ 1 分 有 $(8\sqrt{5} \text{ 或 } -6\sqrt{3})$ 1 分 正确结果 1 分

⑥ -13

$2\sqrt{2}$ 1 分

正确 展开 $(\sqrt{2}+3)(\sqrt{2}-5)$ 1 分

正确结果 1 分

23. (1) $\triangle ABC$ 为等腰三角形 1 分

$\angle BDC = \angle AEC$ 1 分 全等及结论 1 分

(2) $\triangle ABC$ 为等边三角形 1 分

得出正确的全等形 1 分 证得等边三角形 1 分

24. $x = \frac{k+2}{3}$ 2 分

$k > -2$ 1 分

$k \neq 4$ 1 分

结论 $k > -2$ 且 $k \neq 4$ 1 分

25. 设列方程 2 分 正确解得去年黑木耳的年销量 1.5 万斤 1 分

(经) 检验 1 分 结论 1 分

26. (1) $15\sqrt{7}$

15, 7, 5, 3 中 (或求解过程) 对 1 个 1 分 再对 1 个 1 分

中间过程全对 1 分

正确结果 1 分

(2) $p = \frac{a+b+c}{2}$ 代入 1 分

代入 1 分

第一次平方差公式 1分

完全平方公式 1分

第二次平方差公式及结论 1分

27. (1) 正确得到 $\angle DCE=90^\circ$ 1 分 正确得到 $\angle FDC= \angle FCD$ 1 分

正确得到 $FC = FE$ 1分 正确得到点 F 为 DE 的中点 1分

(2) 过点 F 做 CD 的垂线交 AC 于点 M 连接 DM

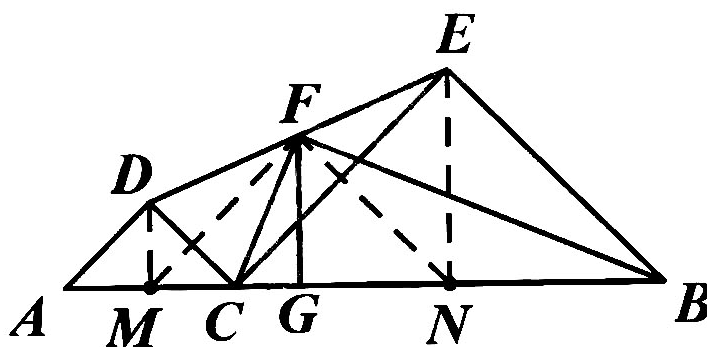
过点 F 做 CE 的垂线交 BC 于点 N, 连接 EN

正确得到 $FG=GM$ (或 $FG=GN$) 1 分

正确得到 $MN=2FG$ 1 分

正确得到 $AB=2MN'$ 1 分

结论 $\frac{FG}{AB}$ 的值为 $\frac{1}{2}$



(3) 设 $AM=x$,

$$S=x^2+(6-x)^2 \quad 1 \text{ 分}$$
$$S=2x^2-12x+36 \quad 1 \text{ 分}$$
$$S = 2(x - 3)^2 - 18 \quad 1 \text{ 分}$$

正确得到 S 的最小值为 18 (要有讨论根据) 1 分

(不同做法酌情给分)