

2023—2024 学年第一学期期末调研试卷

九年级数学

注意事项:

1. 本试卷共 6 页, 三个大题, 满分 120 分, 考试时间 100 分钟;
2. 本试卷上不要答题, 请按答题卡上注意事项的要求直接把答案填写在答题卡上, 答在试卷上的答案无效.

一、选择题 (每小题 3 分, 共 30 分) 下列各题均有四个选项, 其中只有一个是正确的.

1. 下列图形中既是轴对称图形, 又是中心对称图形的是 ()



2. 已知反比例函数的图象经过 $(4, -2)$, 那么这个反比例函数的解析式是 ()

A. $y = \frac{2}{x}$

B. $y = -\frac{2}{x}$

C. $y = \frac{8}{x}$

D. $y = \frac{-8}{x}$

3. 若关于 x 的一元二次方程的根为 $x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times 1 \times (-4)}}{2 \times 1}$, 则这个方程是 ()

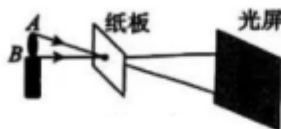
A. $x^2 + 2x + 4 = 0$

B. $x^2 - 2x + 4 = 0$

C. $x^2 + 2x - 4 = 0$

D. $x^2 - 2x - 4 = 0$

4. 如图是“小孔成像”实验示意图. 已知蜡烛与有小孔的纸板之间水平距离为 50cm, 当蜡烛火焰的高度 AB 是它的像 $A'B'$ 高度的一半时, 蜡虫与光屏之间水平距离为 ()



第 4 题图

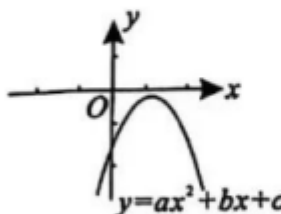
A. 150cm

B. 100cm

C. 50cm

D. 25cm

5. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示, 无论 x 为何值时, $y < 0$ 的条件是 ()



第 5 题图

A. $a > 0, b^2 - 4ac > 0$

B. $a < 0, b^2 - 4ac < 0$

C. $a < 0, b^2 - 4ac > 0$

D. $a > 0, b^2 - 4ac < 0$

6. 假定鸟卵孵化后, 雏鸟为雌鸟与雄鸟的概率相同, 如果 3 枚鸟卵全部成功孵化, 那么 3 只雏鸟中至少有 2 只雌鸟的概率为 ()

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{2}{3}$

C. $\frac{2}{5}$

D. $\frac{3}{8}$

7. 若蓄电池的电压为定值, 则电流 I (单位, A) 与电阻 R ($R > 0$, 单位: Ω) 是反比例函数关系, 当 $R = 9\Omega$ 时, $I = 4A$. 下列结论正确的个数为 ()

①蓄电池的电压为 36 伏

②电流 I 随电阻 R 的增大而减小③当 $R = 3\Omega$ 时, $I = 12A$

④该函数图象分别位于第一、第三象限

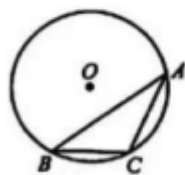
A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

8. 如图, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, $\angle A = 30^\circ$, $BC = 2\text{cm}$, 则 $\odot O$ 直径为 ()



第 8 题图

A. 2 cm

B. 3 cm

C. 4 cm

D. 5 cm

9. 抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 经过平移可得到抛物线 $y = -\frac{1}{2}(x+1)^2 - 2$, 下列平移正确的是 ()

A. 先向左平移 1 的单位长度, 再向下平移 2 个单位长度

B. 先向上平移 1 的单位长度, 再向右平移 2 个单位长度

C. 先向右平移 1 的单位长度, 再向下平移 2 个单位长度

D. 先向上平移 1 的单位长度, 再向左平移 2 个单位长度

10. 如图, 把正方形纸片 $OABC$ 置于平面直角坐标系中, 顶点 A 的坐标为 $(3,0)$, 点 $P(1,2)$ 在正方形纸片上,

将正方形纸片绕其右下角的顶点按顺时针方向依次旋转 90° , 点 P 第一次旋转至图①的点 P_1 位置, 第二次旋

转至图②的点 P_2 位置……, 则正方形纸片连续旋转 2023 次后, 点 P_{2023} 的坐标为 ()

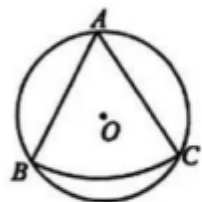


第 10 题图

A. $(6068,1)$ B. $(6070,1)$ C. $(6065,2)$ D. $(6073,2)$

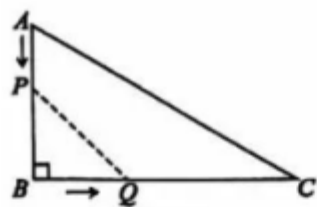
二、填空题 (每小题 3 分, 共 15 分)

11. 请写出一个图象位于第二、四象限的反比例函数解析式：_____.
12. 某校九年级组织一次辩论赛，规定进行单循环赛（每两班赛一场），共赛了 28 场，该校九年级共有多少个班级参加了辩论赛？设该校九年级共有 x 个班参加了辩论赛，根据题意，可列方程为_____.
13. 如图，从一块直径为 2 的圆形铁皮上剪出一个圆心角为 60° 的扇形，则被剪掉部分的面积为_____（结果保留 π ）.



第 10 题图

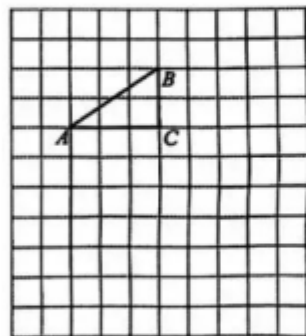
14. 若点 $A(-2, y_1)$, $B(-1, y_2)$, $C(1, y_3)$ 都在抛物线 $y = -(x+1)^2 + 2$ 的图像上，则 y_1, y_2, y_3 的大小关系为_____（用“ $<$ ”连接）.
15. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 90^\circ$, $AB = 6\text{mm}$, $BC = 12\text{mm}$, 动点 P 从点 A 开始沿边 AB 向点 B 以 2mm/s 的速度移动，动点 Q 从点 B 开始沿边 BC 向点 C 以 4mm/s 的速度移动，如果 P, Q 两点分别从 A, B 两点同时出发，那么当 $\triangle PBQ$ 与 $\triangle ABC$ 相似时， $\triangle PBQ$ 的面积是_____ mm^2 .



第 10 题图

三、解答题（本大题共 8 个小题，满分 75 分）

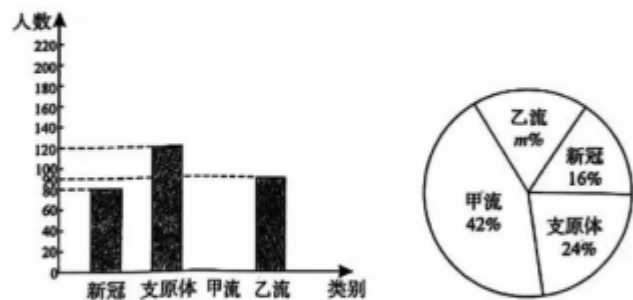
16. (12 分) 解方程：(1) $3(x-1)^2 - 12 = 0$ (2) $5x^2 - 4x - 1 = 0$
17. (8 分) 如图所示的正方形网格中， $\triangle ABC$ 的顶点均在格点上，解答下列问题：



- (1) 画出 $\triangle ABC$ 向右平移 4 个单位长度，向下平移 6 个单位长度得到的 $\triangle A_1B_1C_1$,
- (2) 画出 $\triangle ABC$ 绕点 C 顺时针旋转 180° 得到的 $\triangle A_2B_2C$ (点 A, B 的对应点分别为点 A_2, B_2), $\triangle A_1B_1C_1$

与 $\triangle A_2B_2C$ 成_____（填“轴对称”或“中心对称”），若是轴对称，请在图中画出对称轴，若是中心对称，请在图中找出对称中心并标注字母 O 。

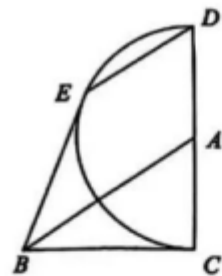
18.（9分）冬季是各类呼吸道传染病的高发季，某市疾控中心对一周内上报的新冠、支原体、甲流、乙流病毒感染者人数做了统计，整理分析绘制出两幅不完整的统计图。



请根据图中的信息解决下面的问题．

- 由图可知一周内统计的感染者总人数为_____人，图中 m 的值为_____；
- 患甲流的人数为_____人，请补全条形统计图；
- 该疾控中心决定进行传染病防治宣传工作，现有工作人员2名男生和2名女生，要求从中随机选取2人，若每个工作人员被选取的可能性相等，求选取的2人中至少有1名男生的概率（画树状图或列表法）。

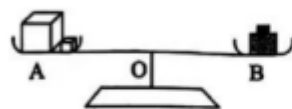
19.（9分）如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，延长 CA 到点 D ，使 $AD=CA$ ，在以 A 为圆心、 CD 为直径的半圆上取一点 E ，使 $DE\parallel AB$ ，连接 BE ．



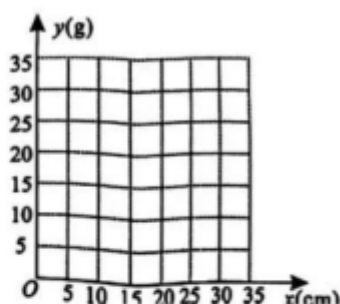
- 求证： BE 是 $\odot A$ 的切线；
- 若 $DE=6$ ， $AB=\frac{25}{3}$ ，求 BC 的长．

20.（9分）如图①，实验课上，小明同学设计了一个探究杠杆平衡条件的实验：在天平的固定托盘 A 中放置一些大小不等的立方体，在活动托盘 B 中放置一定质量的砝码，使得天平平衡．改变活动托盘 B 与点 O 的距离 $x(\text{cm})$ ，观察活动托盘 B 中砝码的质量 $y(\text{g})$ 的变化情况．实验数据记录如表：

$x(\text{cm})$	10	15	20	25	30
$y(\text{g})$	30	20	15	12	10



图①



图②

- (1) 把表中 x ， y 的各组对应值作为点的坐标，如 $(10, 30)$ ， $(15, 20)$ ……在图②的坐标系中描出相应的点，并用平滑的曲线顺次连接这些点；
- (2) 观察所画的图象，猜测 y 与 x 之间的函数关系，求出函数关系式；
- (3) 当砝码的质量为 $16g$ 时，活动托盘 B 与点 O 的距离是多少？

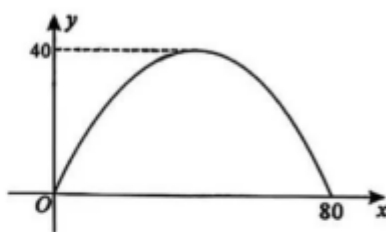
21. (9分) 某市按照《关于切实做好 2024 年初中毕业升学体育考试工作的通知》的要求，跳绳项目为必选项目。某体育用品店销售一种跳绳，4 月份销售 150 条，6 月份销售 216 条，若从 4 月份到 6 月份销售量的月增长率相同。

- (1) 求该跳绳销售量的月增长率；
- (2) 若此种跳绳的进价为 30 元/条。经过市场调研，当售价为 40 元/条时，月销售量为 600 条，若在此基础上售价每上涨 1 元，则月销售量将减少 10 条，为使月销售利润达到 10000 元，而且尽可能让顾客得到实惠，求该跳绳的实际售价。

22. (9分) “千载竹艺，万缕竹篾”满载着手艺的传承和传统民族文化的魅力，小明在爷爷指导下用细竹篾编了一个罩子保护饭菜（如图①）。它的横截面可以看成是一个抛物线的形状。小明对菜罩进行了测量：其直径为 80 厘米，高度为 40 厘米，随后小明利用抛物线的知识以菜罩左边缘为原点建立平面直角坐标系（如图②）。

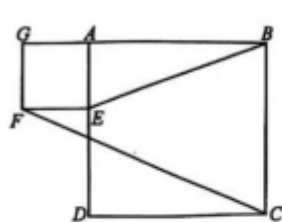


图①

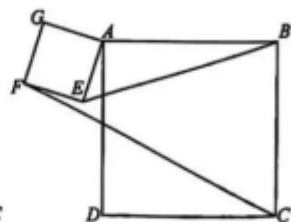


图②

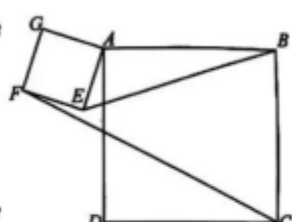
- (1) 请你帮小明求出抛物线的解析式；
 - (2) 如果菜罩紧贴桌面，菜罩内盘子放成一排，爷爷的发明能放下三个直径为 22 厘米，高度为 3 厘米的盘子吗？请说明理由。
23. (10分) 如图①，在正方形 $ABCD$ 中， $AB = 4$ ，在 AD 上取一点 E ，使得 $AE = \sqrt{3}$ ，以 AE 为边作正方形 $AEFG$ ，连接 BE ， CF 。



图①



图②



备用图

问题发现：

- (1) $\frac{BE}{CF}$ 的值是_____；直线 BE ， CF 所夹锐角的度数是_____。

拓展探究：

- (2) 如图②，正方形 $AEGF$ 绕点 A 顺时针旋转时，上述结论是否成立？若成立，请结合图②证明；若不成立，请说明理由；

解决问题：

- (3) 在旋转过程中，当点 E 到直线 AB 的距离为 $\sqrt{2}$ 时，请直接写出 CF 的长。

九年级人教版数学参考答案

一、(每小题 3 分, 共 30 分)

1. B 2. D 3. C 4. A 5. B 6. A 7. C 8. C 9. A 10. B

二、(每小题 3 分, 共 15 分)

11. $y = -\frac{1}{x}$ (答案不唯一) 12. $\frac{x(x-1)}{2} = 28$ 13. $\frac{\pi}{2}$ 14. $y_3 < y_1 < y_2$ 15. 9 或 $\frac{144}{25}$

三、解答题:

16. (12 分)

(1) 解: $3(x-1)^2 = 12$, $(x-1)^2 = 4$, $x-1 = \pm 2$, $x = \pm 2 + 1$

$x_1 = 3$, $x_2 = -1$

(2) 解: $a = 5$, $b = 4$, $c = -1$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \times 5 \times (-1) = 36 > 0$

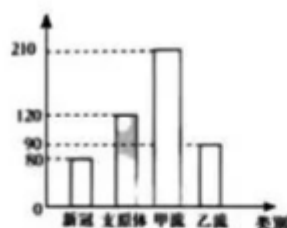
$x = \frac{4 \pm 6}{2 \times 5} = \frac{4 \pm 6}{10}$, $x_1 = 1$, $x_2 = -\frac{1}{5}$.

17. (8 分) (1) 图略

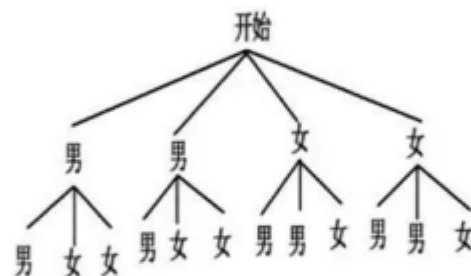
(2) 图略 中心对称 点 O 的位置图略

18. (9 分) 解: (1) 500, 18;

(2) 210, 补全条形统计图为 (下图)



(3) 画树状图为:



共 12 种等可能的结果, 其中抽取的 2 人中至少有 1 个男生的结果数为 10 种,

所以 $P_{\text{(抽取的 2 人中至少有 1 个男生)}} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$.

19. (9 分) (1) 证明: 如图 1, 连接 AE ,

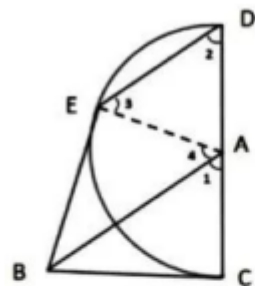


图 1

$\because DE \parallel AB$, $\therefore \angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$, $\because AD = AE$,
 $\therefore \angle 2 = \angle 3$, $\therefore \angle 1 = \angle 4$,

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ABE$ 中, $\begin{cases} AC = AE \\ \angle 1 = \angle 4 \\ AB = AB \end{cases}$, $\therefore \triangle ABC \cong \triangle ABE (SAS)$,

$\therefore \angle C = \angle AEB = 90^\circ$,

$\because AE$ 是 $\odot O$ 的半径, $\therefore BE$ 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 解: 如图 2, 连接 CE ,

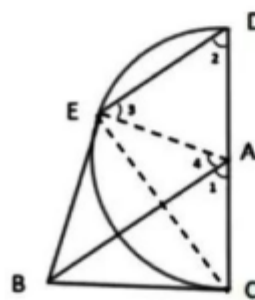


图 2

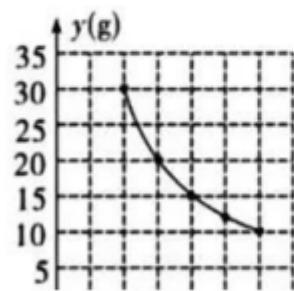
$\because CD$ 是 $\odot A$ 的直径, $\therefore \angle CED = 90^\circ$, $\therefore \angle CED = \angle BCA$,

又 $\because \angle 2 = \angle 1$, $\therefore \triangle CED \sim \triangle BCA$, $\therefore \frac{DE}{AC} = \frac{CD}{BA}$, 即 $\frac{6}{AC} = \frac{2AC}{\frac{25}{3}}$

解得: $AC = 5$.

\therefore 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $BC = \sqrt{\left(\frac{25}{3}\right)^2 - 5^2} = \frac{20}{3}$.

20. (9 分) 解: (1) 描点, 连线如图所示:



由图象猜测 y 与 x 之间的函数关系为反比例函数， \therefore 设 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ ，

把 $x=10$ ， $y=30$ 代入，得 $k=300$ ，

$\therefore y = \frac{300}{x} (x > 0)$ ，将其余各点代入验证均适合，

$\therefore y$ 与 x 的函数关系式为 $y = \frac{300}{x} (x > 0)$ ；

(3) 把 $y=16$ 代入 $y = \frac{300}{x}$ ，得 $x=18.75$ ，

\therefore 当砝码的质量为 16g 时，活动托盘 B 与点 O 的距离是 18.75cm.

21. (9 分) 解：(1) 设该跳绳销售量的月增长率为 x ，依题意得： $150(1+x)^2 = 216$.

解得： $x_1 = 0.2 = 20\%$ ， $x_2 = -2.2$ (不合题意，舍去) .

答：该跳绳销售量的月增长率为 20% .

(2) 设该跳绳的实际售价为 y 元，

依题意，得： $(y-30)[600-10(y-40)] = 10000$ ，

整理，得： $y^2 - 130y + 4000 = 0$ ，

解得： $y_1 = 80$ (不合题意，舍去)， $y_2 = 50$ ，

答：该跳绳的实际售价应定为 50 元.

22. (9 分) 解：(1) 设抛物线解析式为 $y = a(x-h)^2 + k$ ，由题意知，其顶点坐标为 $(40, 40)$ ，

则抛物线为 $y = a(x-40)^2 + 40$ ，把点 $(80, 0)$ 代入，得 $0 = a(80-40)^2 + 40$ ，

解得 $a = -\frac{1}{40}$

\therefore 抛物线的解析式为 $y = -\frac{1}{40}(x-40)^2 + 40$

(2) 能放下.

理由如下：当 $x = \frac{80-3 \times 22}{2} = 7$ 时， $y = -\frac{1}{40}(7-40)^2 + 40 = 12.775 > 3$.

\therefore 菜罩内一排能放下三个这样的盘子.

23. (10 分) (1) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ， 45°

(2) 成立

证明：连接 AC ， AF

\because 四边形 $ABCD$ ， $AEFG$ 为正方形

$$\therefore \angle CAD = \angle FAE = 45^\circ, \angle BAD = 90^\circ$$

$$\therefore \angle BAE = 90^\circ + \angle DAE, \angle FAC = \angle CAD + \angle FAE + \angle DAE = 90^\circ + \angle DAE$$

$$\therefore \angle BAE = \angle FAC$$

$$\because AB = 4, AE = \sqrt{3}, \therefore AC = 4\sqrt{2}, AF = \sqrt{6}$$

$$\therefore \frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AF} = \frac{1}{\sqrt{2}}, \therefore \triangle ACF \sim \triangle ABE$$

$$\therefore \frac{BE}{CF} = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

延长 BE 交 CF 于点 M , AC 交 BM 于点 N

$$\because \triangle ACF \sim \triangle ABE, \therefore \angle ABE = \angle ACF, \because \angle ANB = \angle MNC, \therefore \angle NMC = \angle BAN = 45^\circ$$

即直线 BE 、 CF 所夹锐角度数为 45° .

$$(3) 3\sqrt{6} \text{ 或 } \sqrt{22}$$