

2024 年九年级学业水平模拟测评

数 学

注意事项：

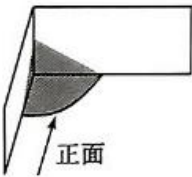
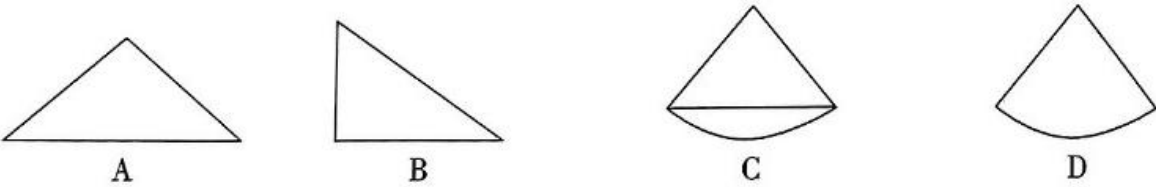
- 1. 答题前，考生务必将自己的学校、班级、姓名、考号填写在试卷和答题卡上，并将考号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
- 2. 本试卷共 8 页，三个大题，满分 120 分，考试时间 100 分钟。
- 3. 本试卷上不要答题，请按答题卡上注意事项的要求直接把答案写在答题卡上。答在试卷上的答案无效。

一、选择题(每小题 3 分，共 30 分)下列各小题均有四个选项，其中只有一个是正确的.

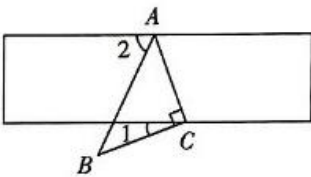
1. 下列各数中最小的数是

- A. -2                                      B.  $-\pi$                                       C. 0                                      D. 3

2. 光明中学新校区建成之际，施工方在墙角处留下一堆沙子(如图所示，两面墙互相垂直)，则这堆沙子的主视图是



(第 2 题图)



(第 4 题图)

3. 国家统计局发布的数据显示，2023 年全年全国粮食总产量 13 908.2 亿斤，比上年增加 17 7.6 亿斤，增长 1.3%，连续 9 年稳定在 1.3 万亿斤以上. 数据“1.3 万亿”用科学记数法表示为

- A.  $13 \times 10^8$                                       B.  $1.3 \times 10^{11}$   
C.  $1.3 \times 10^{12}$                                       D.  $0.13 \times 10^{13}$

4. 如图, 把等腰直角三角形 ABC 的直角顶点和另外一个顶点分别放在矩形纸片的两条对边上, 已知  $\angle 1 = 20^\circ$ , 则  $\angle 2$  的度数为

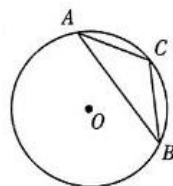
- A.  $55^\circ$                       B.  $60^\circ$                       C.  $65^\circ$                       D.  $75^\circ$

5. 化简  $\frac{a^2}{a-2} - \frac{4}{a-2}$  的结果是

- A.  $a+2$                       B.  $a-2$                       C.  $\frac{1}{a+2}$                       D.  $\frac{1}{a-2}$

6. 如图,  $\triangle ABC$  是  $\odot O$  的内接三角形, 已知  $\angle ABC = 30^\circ$ ,  $AC = 6$ , 则  $\odot O$  的半径为

- A. 1                              B. 3  
C.  $3\sqrt{2}$                       D. 6



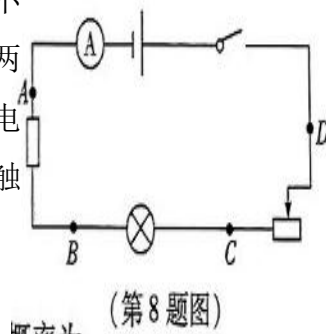
7. 定义新运算:  $m \star n = m^2 - 2m - 3n$ , 例如:  $3 \star 4 = 3^2 - 2 \times 3 - 3 \times 4 = -$  (第6题图)

9. 若关于  $x$  的一元二次方程  $x \star a = 3$  有两个不相等的实数根, 则  $a$  的取值范围是

- A.  $a \geq \frac{4}{3}$                       B.  $a \geq \frac{4}{3}$                       C.  $a - \frac{4}{3}$                       D.  $a \geq -\frac{4}{3}$

8. 如图, A, B, C, D 是电路图中的四个接线柱, 闭合开关后, 灯泡不发光. 小明同学用一根完好导线的两端随机触连 A, B, C, D 中的两个接线柱, 若电流表有示数或灯泡发光, 说明两个接线柱之间的电路元件存在故障. 已知灯泡存在断路故障, 其他元件完好, 则小明触连一次找到故障 (用导线触连接线柱 BC) 的概率为

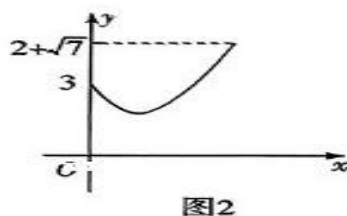
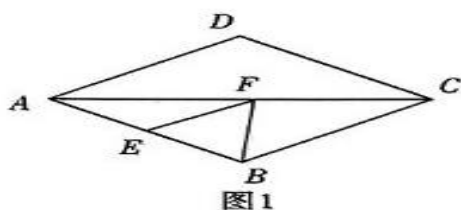
- A.  $\frac{1}{2}$                       B.  $\frac{1}{3}$                       C.  $\frac{1}{4}$                       D.  $\frac{1}{6}$



9. 点  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$  是抛物线  $y = \frac{1}{2}x^2 + 1$  上的点, 且  $|x_1| < |x_2|$ , 则  $y_1$  与  $y_2$  的大小关系为

- A.  $y_1 < y_2$                       B.  $y_1 y_2$   
C.  $y_1 = y_2$                       D. 无法确定

10. 如图 1, 在菱形 ABCD 中, E 为 AB 的中点, 点 F 沿 AC 从点 A 向点 C 运动, 连接 FE, FB. 设  $FA = x$ ,  $FE + FB = y$ , 图 2 是点 F 运动时  $y$  随  $x$  变化的关系图象, 则  $y$  的最小值是

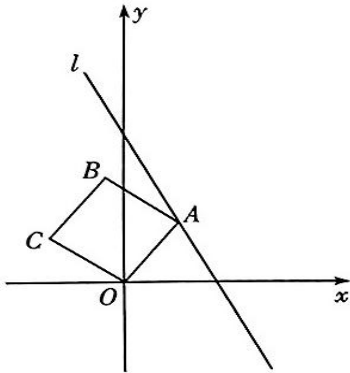
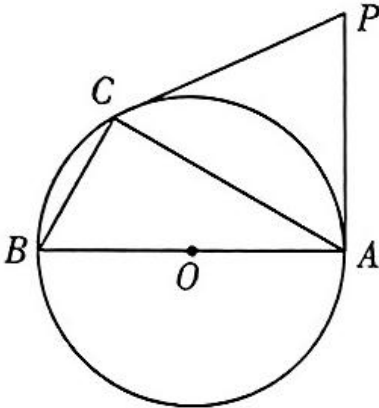
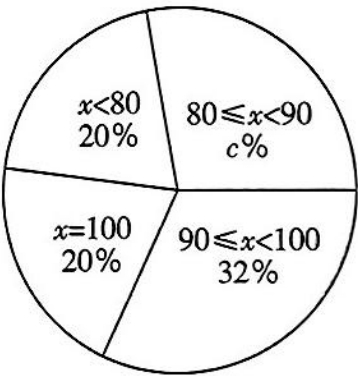


(第10题图)

- A.  $\frac{2}{3}\sqrt{3}$                       B.  $\sqrt{3}$                       C.  $\frac{4}{3}\sqrt{3}$                       D. 2

二、填空题(每小题 3 分, 共 15 分)

11. 若二次根式  $\sqrt{4x-1}$  有意义, 则  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
12. 若一次函数的图象不经过第三象限, 则其表达式可以为\_\_\_\_\_.
13. 某校为了监测学生的心理健康状况, 对九年级学生进行了心理健康测试. 小芳从中随机抽取 50 名学生, 并把这些学生的测试成绩  $x$  (单位: 分) 制成了如下的扇形统计图, 据此估计该校 850 名九年级学生中测试成绩在分数段:  $80 \leq x < 90$  分的共有\_\_\_\_\_名.



14. 如图,  $\text{Rt}\triangle ABC$  是  $\odot O$  的内接三角形, 斜边  $AB = 2\sqrt{3}$ , 直角边  $BC = \sqrt{3}$ , 点  $P$  是  $\odot O$  外一点,  $\angle BAP = 90^\circ$ , 连接  $PC$ , 若  $PC$  与  $\odot O$  相切, 则  $PC$  的长为\_\_\_\_\_.
15. 如图, 四边形  $OABC$  是正方形, 顶点  $A(3, 4)$  在直线  $l: y = kx + 10$  上. 将正方形  $OABC$  沿  $x$  轴正方向平移  $m$  ( $m > 0$ ) 个单位长度, 若正方形  $OABC$  在  $x$  轴上方的其他任一顶点恰好落在直线  $l$  上, 则  $m$  的值为\_\_\_\_\_.

三、解答题(本大题共 8 个小题, 共 75 分)

16. (10 分) (1) 计算:  $2^0 + |-2| + \sqrt{4} - \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$ ;

(2) 因式分解:  $(x + 3y)^2 - 2(x^2 - 9y^2)$ .

小刚的解题过程如下:

$$(x + 3y)^2 - 2(x^2 - 9y^2)$$

$$= (x + 3y)^2 - 2(x + 3y)(x - 3y) \dots \dots \dots \text{第一步}$$

$$= (x + 3y)(x + 3y - 2x - 6y) \dots \dots \dots \text{第二步}$$

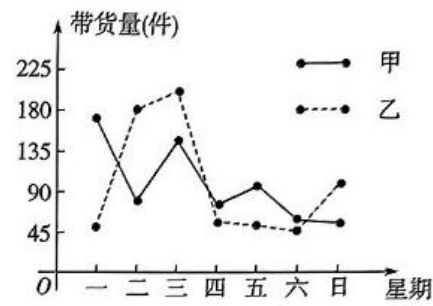
$$= (x + 3y)(-x - 3y) \dots \dots \dots \text{第三步}$$

请问小刚同学第一步变形用到的乘法公式是\_\_\_①\_\_\_(写出用字母  $a, b$  表示的乘法公式); 小颖说他的步骤中有错误, 并指出第\_\_\_②\_\_\_步出现了错误;

请用小刚的思路给出这道题的正确解法.

17. (9 分)某商家为了推广产品，决定在甲、乙两个直播间中选取一个开展直播带货，数据分析平台提供了某一星期内甲、乙两个直播间的日带货量和日观看人数的数据：

甲、乙两个直播间日带货量折线统计图



甲、乙两个直播间日观看人数统计表

星期	周一	周二	周三	周四	周五	周六	周日
直播间 人数(万人)							
甲	155.7	455	155.7	47.5	65.3	73.3	227.6
乙	66.2	284.1	357.3	66.2	58.9	122.3	225.1

该商家市场营销部对所给数据作了如下处理：

名称 直播间	直播间日观看人数(万人)		直播间日带货量(件)	
	平均数	众数	平均数	方差
甲	168.59	155.7	97	$s^2_{甲}$
乙	168.59	m	97	$s^2_{乙}$

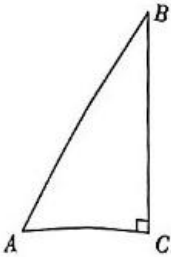
根据以上信息，回答以下问题：

- (1)上表中  $m =$  \_\_\_\_\_;  $s^2_{甲}$  \_\_\_\_\_  $s^2_{乙}$  (填 “<” “=” 或 “>”). (
- (2)假如你是该商家市场营销部经理，你会选择哪个直播间？请说明理由.

18. (9 分)如图, 在  $Rt \triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ .

(1) 请用无刻度的直尺和圆规作出  $\angle A$  的平分线, 交  $BC$  于点  $D$  (保留作图痕迹, 不写作法).

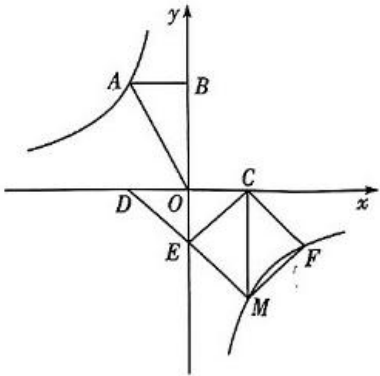
(2) 在 (1) 的条件下, 过点  $D$  作  $DH \perp AB$ , 垂足为  $H$ , 若  $BD = AD = 4$ , 求  $\triangle BDH$  的面积.



19. (9 分)如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 点  $A$  为反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  图象上一点,  $AB \perp y$  轴于点  $B$ , 且  $S_{AOB} = 8$ . 点  $M$  为反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  图象上第四象限内一动点, 过点  $M$  作  $MC \perp x$  轴于点  $C$ , 取  $x$  轴上一点  $D$ , 使得  $OD = OC$ , 连接  $DM$  交  $y$  轴于点  $E$ , 点  $F$  是点  $E$  关于直线  $MC$  的对称点.

(1) 求反比例函数的表达式.

(2) 试判断点  $F$  是否在反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的图象上, 并说明四边形  $EMFC$  的形状.



20. (9 分) 风能作为一种清洁的可再生能源，越来越受到世界各国的重视. 图 1 是某规格风力发电机，其工作发电时，当风轮叶片末端旋转至最高点，如图 2 所示，测得  $\angle CAB = 60^\circ$ ; 当风轮叶片末端旋转至最低点，如图 3 所示，测得  $\angle DAB = 33^\circ$ . 已知  $AB = 100.2\text{m}$ ,  $OE = 0.2\text{m}$ , 则该规格的风力发电机的风轮叶片长为多少? (结果精确到 1 m . 参考数据:  $\sqrt{3} \approx 1.732$ ,  $\sin 33^\circ \approx 0.545$ ,  $\cos 33^\circ \approx 0.839$ ,  $\tan 33^\circ \approx 0.649$ )



图1

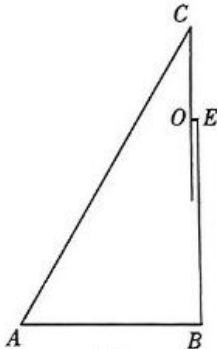


图2

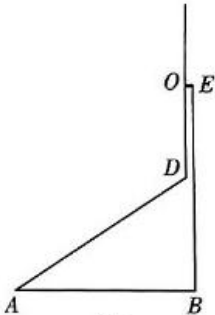


图3

21. (9 分) 某市为了科学处理垃圾，新建了 A，B 两类垃圾处理场共 20 个，其中 A 类处理不可回收垃圾，B 类处理可回收垃圾. 已知每一个 A 类垃圾处理场日处理量为 30 吨，每一个 B 类垃圾处理场日处理量为 40 吨，该市新建的 20 个垃圾处理场每天处理城市垃圾总量为 720 吨.

- (1) 求该市 A，B 两类垃圾处理场各有多少个？
- (2) 为了环保要求，不可回收垃圾再次细分为不可回收垃圾和有害垃圾，致使 A 类垃圾处理场日处理量减少了 5 吨，市政府拟将  $a(a \geq 3)$  个 B 类垃圾处理场改建成 A 类垃圾处理场，请给出新建的垃圾处理场日处理垃圾最多的改建方案，最多日处理垃圾为多少吨？

22. (10 分) 数字农业正带领现代农业进入一个崭新的时代，而智能温室大棚将成为现代农业发展进程中重要的参与者之一. 某种植大户对自己的温室大棚进行改造时，先将大门进行了装修，如图 2 所示，该大门门头示意图由矩形  $ABCD$  和抛物线形  $AED$  组成，测得  $AB = 2\text{ m}$ ,  $BC = 8\text{ m}$ ,  $OE = 4\text{ m}$ . 以水平线  $BC$  为  $x$  轴， $BC$  的中点  $O$  为原点建立平面直角坐标系.

- (1) 求此门头抛物线部分的表达式.
- (2) 改造时，为了加固，要在棚内梁  $AD$  的四等分点  $M$ ,  $N$  处焊接两排镀锌管支撑大棚，已知定制的每根镀锌管成品长  $2\text{ m}$ ，问是否需要截取，截取多少？



图1

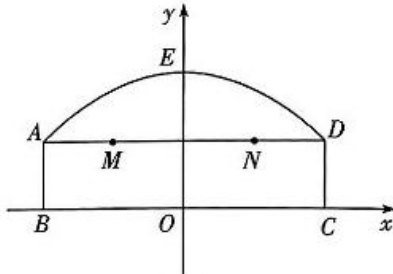


图2

23. (10 分) (1) 创设情境

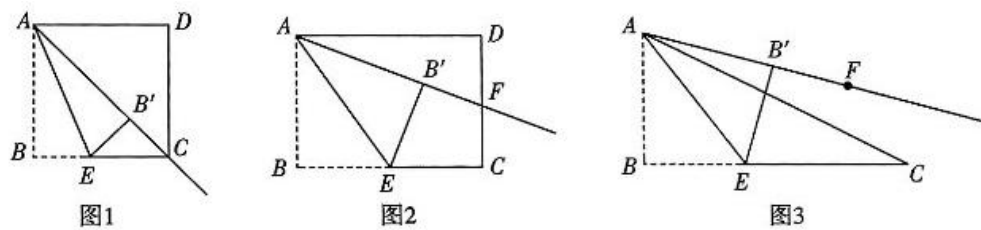
如图 1, 在正方形  $ABCD$  中,  $AB = 2 + 2\sqrt{2}$ ,  $E$  为线段  $BC$  上一动点, 将  $\triangle ABE$  沿  $AE$  翻折, 得到  $\triangle AB'E$ . 若  $AB'$  的延长线恰好经过点  $C$ , 则  $BE =$  .

(2) 发现问题

如图 2, 在矩形  $ABCD$  中,  $E$  为线段  $BC$  上一动点, 设  $AE = mAB$ , 将  $\triangle ABE$  沿  $AE$  翻折, 得到  $\triangle AB'E$ , 延长  $AB'$  交  $CD$  于点  $F$ , 若  $AF = mAE$ , 试说明点  $E$  是  $BC$  的中点.

(3) 问题解决

如图 3, 在  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle B = 90^\circ$ ,  $AB = 4$ ,  $BC = 8$ ,  $E$  为直线  $BC$  上一动点, 设  $AE = mAB$ , 将  $\triangle ABE$  沿  $AE$  翻折, 得到  $\triangle AB'E$ . 在  $AB'$  的延长线上找一点  $F$ , 使得  $AF = mAE$ . 当  $\triangle AEC$  是以  $AE$  为腰的等腰三角形时, 直接写出点  $F$  到直线  $BC$  的距离.





# 2024 年九年级学业水平模拟测评

## 数学 · 参考答案

### 一、选择题(每小题 3 分,共 30 分)

- |      |      |      |      |       |
|------|------|------|------|-------|
| 1. B | 2. B | 3. C | 4. C | 5. A  |
| 6. D | 7. C | 8. D | 9. A | 10. B |

### 二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

- |                                    |                          |
|------------------------------------|--------------------------|
| 11. $x \geq \frac{1}{4}$           | 12. $y = -x + 5$ (答案不唯一) |
| 13. 238                            | 14. 3                    |
| 15. $\frac{5}{2}$ 或 $\frac{15}{2}$ |                          |

### 三、解答题(本大题共 8 个小题,共 75 分)

16. 解:  $(1) 2^0 + |-2| + \sqrt{4} - \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$
- $= 1 + 2 + 2 - 3$  ..... (3 分)
- $= 2$  ..... (5 分)

- (2)  $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ ; 二 ..... (7 分)

正确解法如下:

$$\begin{aligned}
 & (x + 3y)^2 - 2(x^2 - 9y^2) \\
 &= (x + 3y)^2 - 2(x + 3y)(x - 3y) \\
 &= (x + 3y)(x + 3y - 2x + 6y) \\
 &= (x + 3y)(-x + 9y). \quad \text{..... (10 分)}
 \end{aligned}$$

17. 解: (1) 66.2; < ..... (4 分)
- (2) 选择甲. .... (6 分)

理由如下:

$\because$  两直播间的日观看人数与日带货量的平均数均相等, 且  $s_{\text{甲}}^2 < s_{\text{乙}}^2$ ,  $\therefore$  甲直播间日带货量情况比较稳定.  $\therefore$  选择甲直播间. .... (9 分)

18. 解: (1) 如图 1, 射线 AD 即为所求作. .... (3 分)

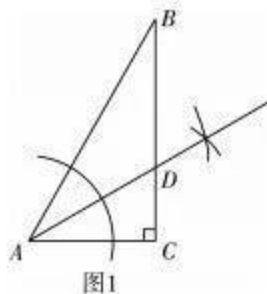


图1

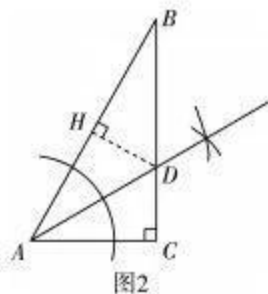


图2

(2) 如图2, 过点  $D$  作  $DH \perp AB$ , 垂足为  $H$ , 则  $\angle DHA = \angle DHB = 90^\circ$ .

$\because BD = AD = 4, \angle C = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle BAD = \angle ABD = \angle CAD = 30^\circ$ .

$\therefore DH = \frac{1}{2}BD = 2$ . ..... (5分)

由勾股定理, 得  $BH = \sqrt{BD^2 - DH^2} = 2\sqrt{3}$ . ..... (7分)

$\therefore S_{\triangle BDH} = \frac{1}{2}BH \cdot DH = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 2 = 2\sqrt{3}$ . ..... (9分)

19. 解: (1)  $\because S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2}|k| = 8, \therefore k = \pm 16$ .

$\because$  反比例函数图象在第二、四象限,  $\therefore k = -16$ .

$\therefore$  反比例函数的表达式为  $y = -\frac{16}{x}$ . ..... (3分)

(2)  $\because OE \perp CD, MC \perp CD$ ,

$\therefore OE \parallel MC, \therefore \frac{OD}{OC} = \frac{DE}{EM}$

$\because OD = OC, \therefore DE = EM$ .

$\therefore OE = \frac{1}{2}MC$ . ..... (5分)

设  $M\left(m, -\frac{16}{m}\right)$ , 则  $E\left(0, -\frac{8}{m}\right)$ .

$\because$  点  $F$  是点  $E$  关于直线  $MC$  的对称点,

$\therefore F\left(2m, -\frac{8}{m}\right)$ .

将  $F\left(2m, -\frac{8}{m}\right)$  代入  $y = -\frac{16}{x}$ , 左右两边相等,

$\therefore$  点  $F$  在反比例函数  $y = -\frac{16}{x}$  的图象上. .... (7分)

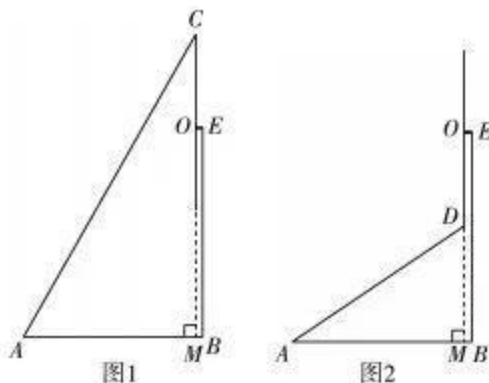
在  $\text{Rt}\triangle DCM$  中,  $\because DE = EM, \therefore CE = \frac{1}{2}DM = EM$ .

又  $\because$  点  $F$  是点  $E$  关于直线  $MC$  的对称点,

$\therefore CE = CF = EM = MF$ .

$\therefore$  四边形  $EMFC$  是菱形. .... (9 分)

20. 解: 如图, 过点  $O$  作  $OM \perp AB$ , 垂足为  $M$ , 则  $OE = MB = 0.2 \text{ m}$ ,



$\therefore AB = 100.2 \text{ m}$ ,

$\therefore AM = AB - MB = 100 \text{ m}$ . .... (2 分)

又  $\because \angle CAB = 60^\circ$ ,

$\therefore \tan \angle CAB = \frac{CM}{AM} = \sqrt{3}$ , 即  $\frac{CM}{100} = \sqrt{3}$ .

$\therefore CM = 100\sqrt{3} \approx 173.2 \text{ m}$ . .... (4 分)

又  $\because \angle DAB = 33^\circ$ ,

$\therefore \tan \angle DAM = \frac{DM}{AM} \approx 0.649$ , 即  $\frac{DM}{100} \approx 0.649$ .

$\therefore DM = 64.9 \text{ m}$ . .... (6 分)

由题意, 知发电机的风轮叶片长  $= \frac{CM - DM}{2} \approx 54 \text{ m}$ . .... (8 分)

答: 该规格的风力发电机的风轮叶片长约  $54 \text{ m}$ . .... (9 分)

21. 解: (1) 设 A 类垃圾处理场有  $x$  个, B 类垃圾处理场有  $y$  个,

$\therefore$  根据题意, 得  $\begin{cases} x + y = 20, \\ 30x + 40y = 720, \end{cases}$

解得  $\begin{cases} x = 8, \\ y = 12. \end{cases}$

答: A 类垃圾处理场有 8 个, B 类垃圾处理场有 12 个. .... (4 分)

(2) 当 A 类垃圾处理场增加  $a$  个时, 则 B 类垃圾处理场为  $(12-a)$  个.

设两类垃圾处理场日处理垃圾总量为  $w$  吨, 则

$$\begin{aligned}w &= (30-5) \times (a+8) + 40 \times (12-a) \\&= -15a + 680. \dots\dots\dots (6 \text{ 分})\end{aligned}$$

$$\because -15 < 0,$$

$\therefore w$  随着  $a$  的增大而减小.

$$\text{又} \because a \geq 3,$$

$\therefore$  当  $a=3$  时, 新建的垃圾处理场日处理垃圾最多,  $w_{\max} = -15 \times 3 + 680 = 635$  (吨).

答: 将 3 个 B 类垃圾处理场改建成 A 类垃圾处理场, 新建的垃圾处理场日处理垃圾最多, 最多为 635 吨.  $\dots\dots\dots (9 \text{ 分})$

22. 解: (1) 由题意, 知  $AB=2 \text{ m}$ ,  $BC=8 \text{ m}$ ,  $OE=4 \text{ m}$ ,

$$\therefore \text{点 } A(-4, 2), \text{点 } D(4, 2), \text{点 } E(0, 4). \dots\dots\dots (2 \text{ 分})$$

设抛物线的顶点式为  $y = ax^2 + 4$  ( $a \neq 0$ ).

将点  $A(-4, 2)$  代入, 得  $2 = 16a + 4$ ,

$$\text{解得 } a = -\frac{1}{8}.$$

$$\therefore \text{此门头抛物线部分的表达式为 } y = -\frac{1}{8}x^2 + 4 \quad (-4 \leq x \leq 4). \dots\dots\dots (4 \text{ 分})$$

(2) 需要截取.  $\dots\dots\dots (5 \text{ 分})$

$\because$  要在棚内梁  $AD$  的四等分点  $M, N$  处焊接镀锌管,  $AD=BC=8 \text{ m}$ ,

$$\therefore \text{当 } x=2 \text{ 或 } x=-2 \text{ 时, 代入抛物线的表达式得 } -\frac{1}{8} \times 2^2 + 4 = 3.5 \text{ (m)}. \dots\dots\dots (6 \text{ 分})$$

$$\because AB=CD=2 \text{ m},$$

$$\therefore \text{需要镀锌管长度为 } 3.5 - 2 = 1.5 \text{ (m)}. \dots\dots\dots (8 \text{ 分})$$

$$\because 2 - 1.5 = 0.5 > 0,$$

$$\therefore \text{需要截取, 每根镀锌管截取 } 0.5 \text{ m}. \dots\dots\dots (10 \text{ 分})$$

23. 解: (1) 2  $\dots\dots\dots (2 \text{ 分})$

(2) 如图 1, 连接  $EF$ ,

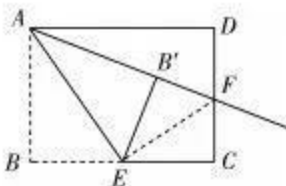


图1

由折叠, 知  $\angle FAE = \angle EAB$ .

又  $\because \frac{AF}{AE} = \frac{AE}{AB} = m, \therefore \triangle AEF \sim \triangle ABE$ .

$\therefore \angle AEF = \angle B = 90^\circ$ . ..... (3 分)

$\therefore \angle AEB' + \angle FEB' = 90^\circ$ .

$\therefore \angle AEB + \angle FEC = 90^\circ$ .

由折叠的性质, 知  $\angle AEB = \angle AEB'$ .

$\therefore \angle FEB' = \angle FEC$ . ..... (5 分)

$\because \angle EB'F = \angle FCE = 90^\circ, EF = EF$ ,

$\therefore \triangle B'EF \cong \triangle CEF$  (AAS). ..... (7 分)

$\therefore EB' = EC$ .

$\therefore EB = EC$ , 即点  $E$  是  $BC$  的中点. .... (8 分)

(3)  $\frac{9}{4}$  或 16 ..... (10 分)