

九年级数学试卷(选用)

2025.1

(考试时间 120 分钟 满分 100 分)

学校_____ 班级_____ 姓名_____ 考号_____

考生须知

1. 本试卷共 6 页,共三道大题,25 道小题.
2. 在试卷和答题卡上准确填写学校、班级、姓名和考号.
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上,在试卷上作答无效.
4. 在答题卡上,选择题用 2B 铅笔作答,其他试题用黑色字迹签字笔作答.
5. 考试结束,请将本试卷、答题卡、草稿纸一并交回.

一、选择题(共 24 分,每题 3 分)

第 1-8 题均有四个选项,符合题意的选项只有一个.

1. 纹样作为中国传统文化的重要组成部分,是古人智慧与艺术的结晶,反映出不同时期的风俗习惯,早已融入我们的生活.下面纹样的示意图中,是中心对称图形但不是轴对称图形的是



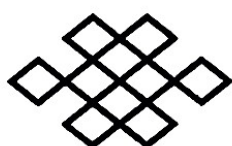
如意纹

(A)



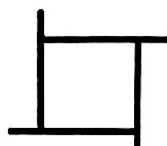
冰裂纹

(B)



盘长纹

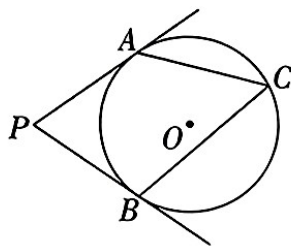
(C)



风车纹

(D)

2. 如图, PA, PB 分别与 $\odot O$ 相切于 A, B 两点, 点 C 在 $\odot O$ 上, 若 $\angle P = 70^\circ$, 则 $\angle C$ 的度数为

(A) 55° (B) 70° (C) 110° (D) 140° 

3. 将抛物线 $y = x^2$ 向右平移 1 个单位, 得到的抛物线的解析式为

(A) $y = x^2 + 1$ (B) $y = x^2 - 1$ (C) $y = (x + 1)^2$ (D) $y = (x - 1)^2$

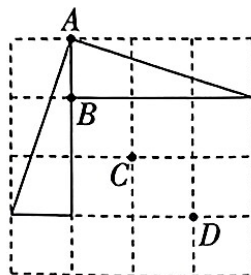
4. 如图, 在正方形网格中的这两个格点三角形的旋转中心是

(A) 点 A

(B) 点 B

(C) 点 C

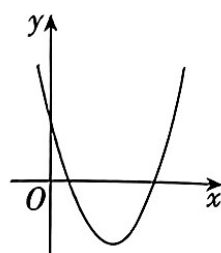
(D) 点 D



5. 同时抛掷两枚质地均匀的硬币, 下列说法正确的是
- (A) 两枚硬币都正面向上的可能性最大
- (B) 两枚硬币都反面向上的可能性最大
- (C) 一枚硬币正面向上, 一枚硬币反面向上的可能性最大
- (D) 以上三种情况的可能性相同

6. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示, 下列各式成立的是

- (A) $a < 0$
- (B) $b < 0$
- (C) $c < 0$
- (D) $b^2 - 4ac < 0$



7. 据国家统计局公布的《中华人民共和国 2023 年国民经济和社会发展统计公报》, 我国原油产量从 2021 年到 2023 年增长了 5.1%, 设这两年的平均增长率为 x , 下列方程正确的是

- (A) $(1+x)^2 = 105.1\%$
- (B) $(1+x)^2 = 5.1\%$
- (C) $(1-x)^2 = 5.1\%$
- (D) $1+x^2 = 105.1\%$

8. 已知关于 x 的方程 $x^2 + bx + c = 0$ ($bc \neq 0$) 有两个不相等的实数根 x_1, x_2 ($x_1 < x_2$), 关于 x 的方程 $bx + c = 0$ 的根为 x_3 , 给出下面三个结论:

- ① $x_1 < x_2 < x_3$;
- ② $x_1 < x_3 < x_2$;
- ③ $x_3 < x_1 < x_2$.

上述结论中, 所有可能正确的结论的序号是

- (A) ①
- (B) ②
- (C) ①③
- (D) ①②③

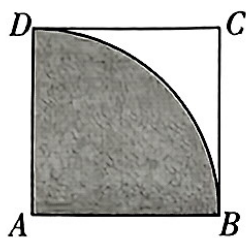
二、填空题(共 24 分, 每题 3 分)

9. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $A(2, -3)$ 关于原点对称的点的坐标是_____.
10. 若关于 x 的一元二次方程 $(a-1)x^2 - 2x + a^2 - 1 = 0$ 有一个根为 $x=0$, 则 a 的值为_____.
11. 请举一个反例说明命题“各角相等的圆内接多边形是正多边形”是错误的:_____.
12. 若代数式 $x^2 + 10x + a$ 可以配方为 $(x+b)^2$, 则 $a+b =$ _____.
13. 某射击运动员在同一条件下的射击记录如下:

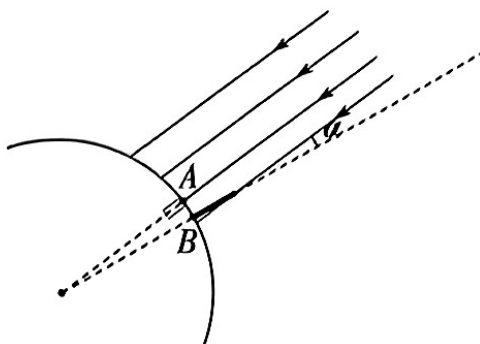
射击次数	20	40	100	200	400	1000
“射中 9 环以上”的次数	15	33	78	158	321	801

估计这名运动员射击一次时“射中 9 环以上”的概率为_____ (结果保留小数点后一位).

14. 如图,从一张边长为 2 cm 的正方形纸片上剪出一个扇形,将剪下来的扇形围成一个圆锥,此圆锥的底面圆的半径为 _____ cm.



第 14 题图



第 15 题图

15. 埃拉托色尼是一位古希腊的杰出数学家,他首创了“地理学”这个词,被尊称为“地理学之父”. 他的名著《对地球大小的修正》中提出了一种测量地球周长的设想,如图,塞伊尼(点 A)和亚历山大(点 B)是几乎在同一条经线上的两座城市,两地相距约 800 km,在塞伊尼城有一口垂直于地面的水井,夏至日中午 12 点太阳光可直射井底,同一时刻在亚历山大城竖起一根垂直于地面的木棍,利用影子测出太阳光线与木棍所在直线的夹角 α 约为 7.2° ,据此可以估算地球的周长约为 _____ km.
16. 在半径为 5 的圆中,有两条弦的长分别为 6 和 8,这两条弦的中点的距离 x 的取值范围是 _____.

三、解答题(共 52 分,第 17-22 题,每题 5 分,第 23-24 题,每题 7 分,第 25 题 8 分)

17. 解方程: $x^2 + 2x - 1 = 0$.

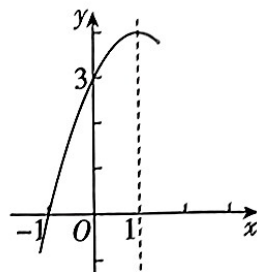
18. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (m-2)x + \frac{m^2}{4} - m = 0$.

- (1) 求证: 方程总有两个不相等的实数根;
 (2) 若方程的两个根都是正整数, 求 m 的最小值.

19. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的部分图象和对称轴如图所示.

(1) 求该二次函数的表达式;

(2) 若方程 $ax^2 + bx + c = k$ 总有两个正实数根, 直接写出 k 的取值范围.



20. 北京天坛, 原名“天地坛”, 是中国现存最大的古代祭祀性建筑群. 天坛内坛由圜丘、祈谷坛、斋宫三组古建筑群组成, 某数学兴趣小组想测量圜丘坛(图1)最下层圆形石坛的直径, 先画出直径再直接测量不太可能, 先测量周长再计算直径也比较麻烦, 研讨后他们自制了一个直角曲尺, 制定了测算方案并画出了示意图.



图 1

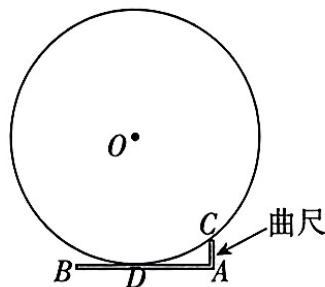


图 2

直角曲尺的短边 AC 长为 0.5 m , 在测量时, 用直角曲尺的长边 AB 贴紧圆形石坛的边缘, 并使短边 AC 与圆形石坛的边缘接触, 此时长边 AB 与圆形石坛的接触点记为点 D , 量得 AD 的长为 5.2 m , 示意图如图 2 所示.

请根据以上信息计算圜丘坛最下层圆形石坛的直径.

21. 甲、乙两人做游戏, 同时掷两枚质地均匀的骰子, 规则如下:

甲胜 两枚骰子点数相同;

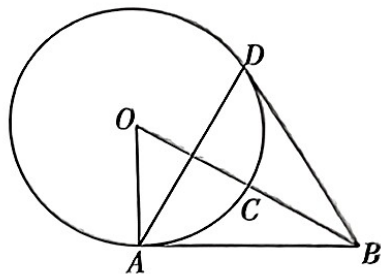
乙胜 两枚骰子的点数之和为 m .

是否存在 m 的值使得甲、乙两人获胜的概率相同? 请用画树状图或列表的方法说明你的结论.

22. 如图,在 $\text{Rt}\triangle OAB$ 中, $\angle OAB = 90^\circ$, $\angle ABO = 30^\circ$, C 为 OB 边的中点, $\odot O$ 经过点 C , BD 与 $\odot O$ 相切于点 D .

(1) 求证: AB 与 $\odot O$ 相切;

(2) 若 $AB = 2$, 求 AD 的长.



23. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 + bx$ 与 x 轴有两个交点, 其中一个交点的坐标为 $(-b, 0)$.

(1) 求 a 的值和抛物线的对称轴(用含 b 的式子表示);

(2) 若点 $A(2, y_1)$, $B(b, y_2)$, $C(b+1, y_3)$ 在该抛物线上, 且 $y_3 < y_1 < y_2$, 求 b 的取值范围.

24. 在正方形 $ABCD$ 中, E 为射线 AB 上一点(不与点 A, B 重合), 将线段 DE 绕点 E 顺时针旋转 90° 得到线段 EF , 连接 CF , 作 $FG \perp CF$ 交射线 AB 于点 G .

(1) 如图 1, 当点 E 在线段 AB 上时,

①依题意补全图形, 并证明 $\angle ADE = \angle FEG$;

②用等式表示线段 AE 和 EG 之间的数量关系, 并证明;

(2) 已知 $AB = 1$, $\triangle EFG$ 能否是等腰三角形? 若能, 直接写出使 $\triangle EFG$ 是等腰三角形的 AE 的长度; 若不能, 说明理由.

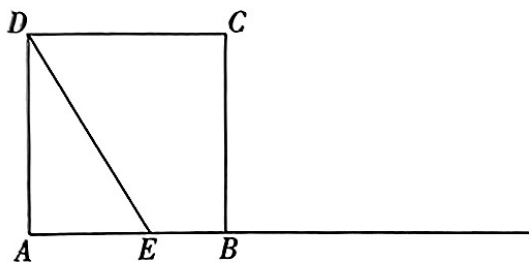
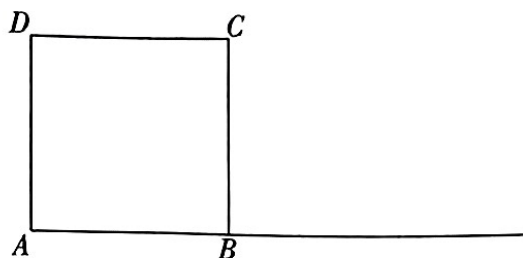


图 1



备用图

25. 对于平面直角坐标系 xOy 中的两点 $M(x_1, y_1)$ 和 $N(x_2, y_2)$ 给出如下定义: 如果 $|x_1 - x_2| \geq 1$, 或者 $|y_1 - y_2| \geq 1$, 则称点 M 到点 N 的距离很远.

已知点 $A(3, 0)$, $B(3, 3)$.

(1) 在点 $C(\frac{5}{2}, \frac{1}{2})$, $D(1, 2)$, $E(4, -\frac{1}{2})$ 中到点 A 的距离很远的是点_____;

(2) 若抛物线 $y = ax^2$ 上的任意一点到 A, B 两点的距离都很远, 则 a 的取值范围是_____;

(3) 点 P 在 $\triangle OAB$ 的内部或边上, 点 Q 在直线 $y = \frac{2}{3}x$ 上, 若点 P 到 O, A, B, Q 四点的距离都很远, 直接写出点 P 运动区域的面积的最小值及此时的点 Q 的坐标.

