**东城区2024-2025学年度第一学期期末统一检测**

**初三数学**

2025.1

**学校 班级 姓名 教育ID号**

**考生须知：**

**1.本试卷共8页，共三道大题，28道小题、满分100分，考试时间120分钟．**

**2.在试卷和答题卡上准确填写学校、班级、姓名和教育ID号．**

**3.试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效．**

**4.在答题卡上选择题、作图题用2B铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答．**

**5.考试结束后，请将答题卡交回．**

**一、选择题（每题2分，共16分）第1-8题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.**

1. 下列事件为必然事件的是（ ）

A. 在平面上画一个三角形，其内角和是

B. 经过有交通信号灯的路口，遇到红灯

C. 不在同一条直线上的三个点确定一个圆

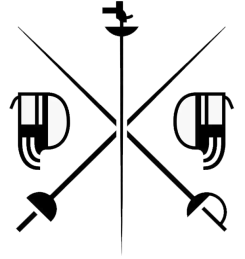
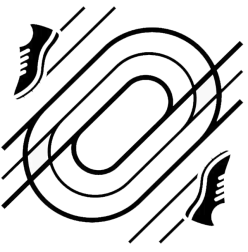
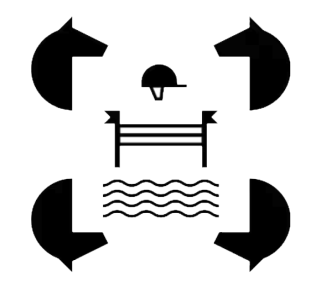
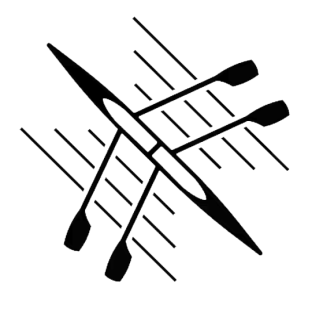
D. 购买1张彩票，中奖

2. 将抛物线向下平移2个单位长度，所得抛物线的解析式为（ ）

A.  B. 

C.  D. 

3. 第33届夏季奥运会于2024年7月26日至8月11日在法国巴黎举行，奥运会图标在视觉设计上主要融入三个方面内容——对称设计、项目场地的抽象表达以及项目的代表性元素，下列四个图标中是中心对称图形的是（ ）

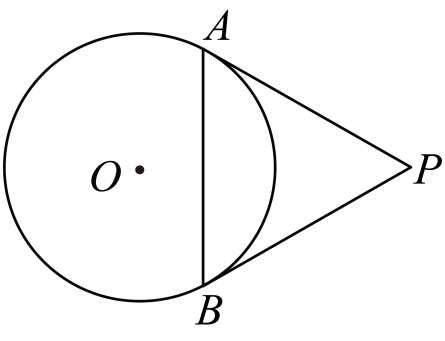
A. 击剑 B. 田径 C. 马术 D. 赛艇

4. 用配方法解方程，变形后结果正确的是（ ）

A.  B. 

C.  D. 

5. 如图，与分别相切于点*A*，*B*，，，则的长度为（ ）

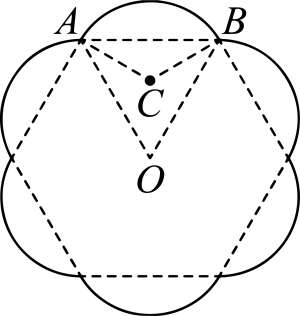


A.  B. 2 C. 3 D. 

6. 若关于*x*的一元二次方程有两个不相等的实数根，则*m*的值可能是（ ）

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

7. 铁艺花窗是园林设计中常见的装饰元素.如图是一个花瓣造型的花窗示意图，由六条等弧连接而成，六条弧所对应的弦构成一个正六边形，中心为点*O*，所在圆的圆心*C*恰好是的中心.若，则花窗的周长（图中实线部分的长度）为（ ）



A.  B.  C.  D. 

8. 二次函数（）图象上部分点的坐标满足下表：

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | … |  |  | 0 | 1 | 3 | 5 | … |
| *y* | … | 7 | 0 |  |  |  | 7 | … |

下面有四个结论：

①抛物线的开口向上；

②抛物线的对称轴为直线；

③当时，；

④是关于*x*一元二次方程（）的一个根．

其中正确结论有（ ）

A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

**二、填空题（每题2分，共16分）**

9. 在平面直角坐标系中，点关于原点对称的点的坐标是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

10. 请写出一个开口向上，并且与*y*轴交于点的抛物线的表达式\_\_\_\_\_\_．

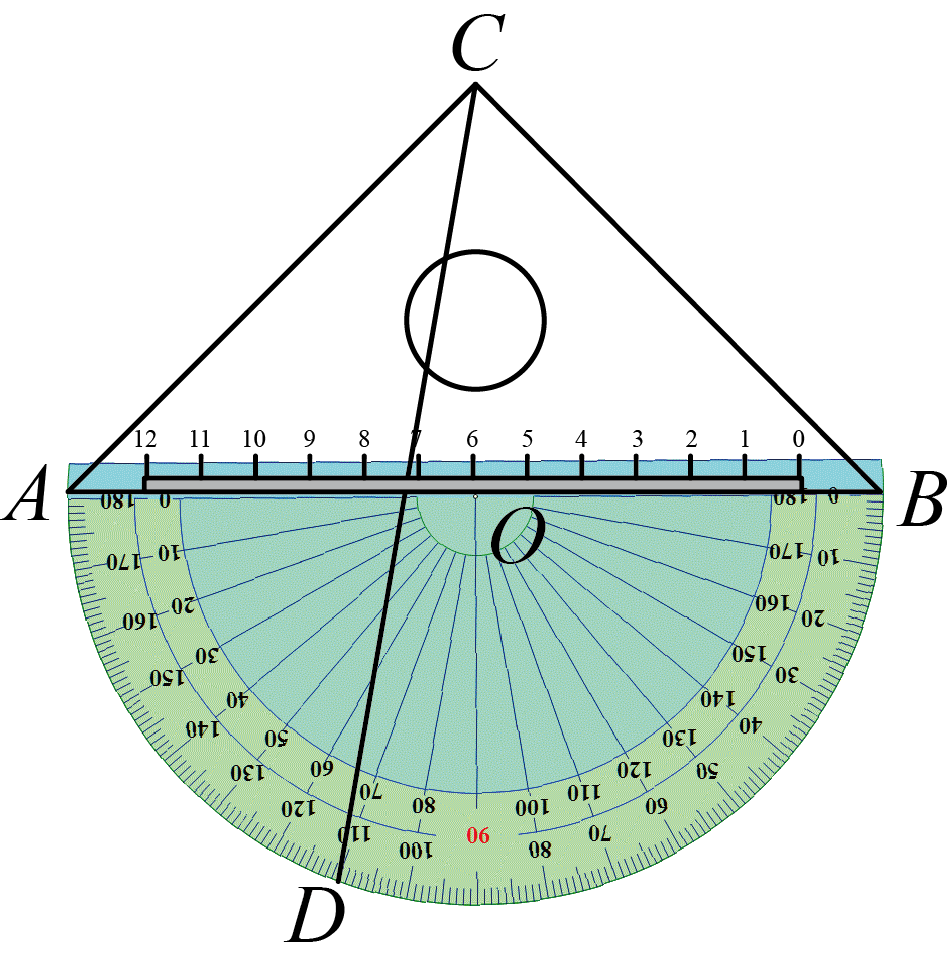
11. 某数学兴趣小组做“任意抛掷一枚图钉”的重复试验，多次试验后获得如下数据：

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 重复试验次数 | 10 | 50 | 100 | 500 | 1000 | 2000 | 5000 |
| 钉尖朝上次数 | 5 | 15 | 36 | 200 | 403 | 801 | 2001 |

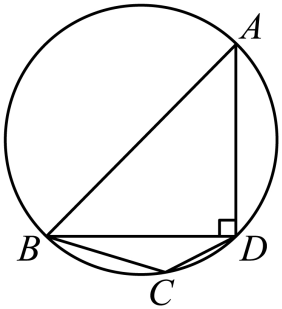
估计任意抛掷一枚图钉，钉尖朝上的概率约为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.（结果精确到）

12. 据国家统计局发布的《2024年国民经济和社会发展统计公报》显示，2021年和2023年全国居民人均可支配收入分别为万元和万元．设2021年至2023年全国居民人均可支配收入的年平均增长率为*x*，依题意可列方程为\_\_\_．

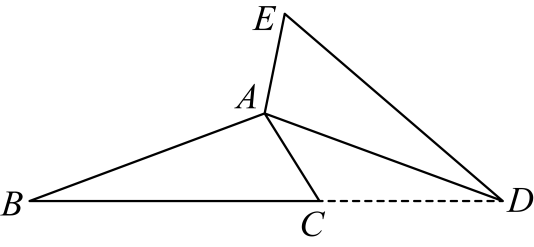
13. 如图，以点*O*为中心的量角器与直角三角板按如图方式摆放，量角器的直径与直角三角板的斜边重合，如果点*D*在量角器上对应的刻度为，连接．那么\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．



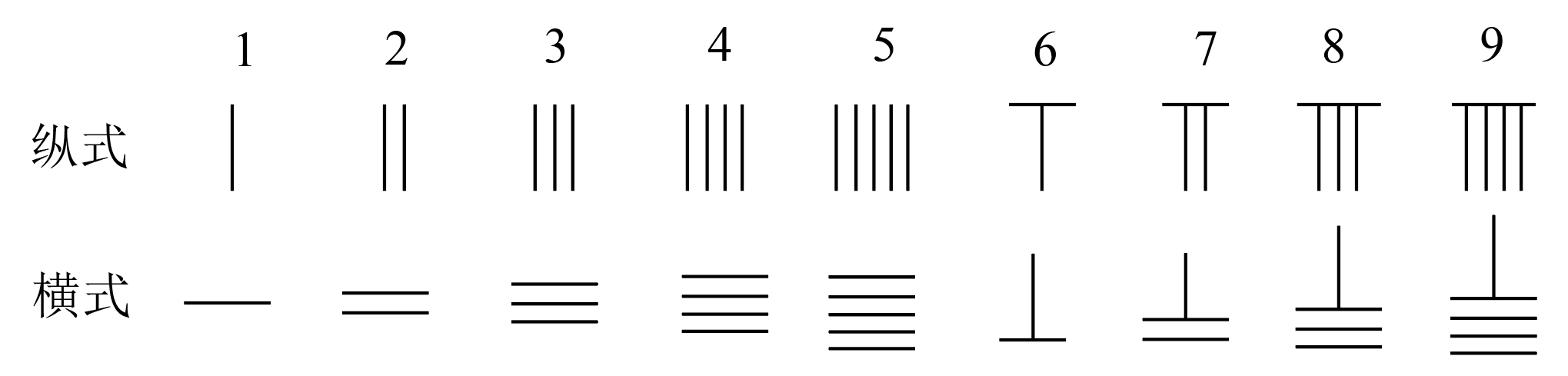
14. 如图，在圆内接四边形中，对角线，，，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

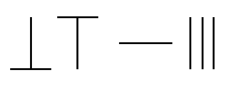


15. 如图，在中，，将绕点*A*逆时针旋转，得到，．若点*B*，*C*，*D*恰好在同一条直线上，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．



16. 古代的算筹是由一根根同样长短和粗细的小棍制成，在算筹记数法中，以“纵式”和“横式”两种方式表示数字，如图所示.



据《孙子算经》记载，算筹记数法则是：凡算之法，先识其位，一纵十横，百立千僵，千十相望，百万相当．即在算筹记数法中，表示多位数时，个位用纵式，十位用横式，百位用纵式，千位用横式，以此类推.例如，算筹表示的四位数是6613.



（1）用3根算筹表示的两位数可以是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_（写出一个即可，算筹不剩余且个位不为0）；

（2）在用4根算筹表示的所有两位数中，随机抽取一个数，这个数大于60的概率为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_（算筹不剩余且个位不为0）.

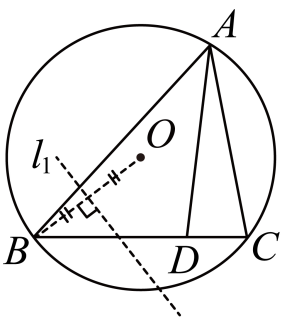
**三、解答题（共68分，第17-22题每题5分，第23-26题每题6分，第27-28题每题7分）解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

17 解方程：.

18. 如图，圆形拱门的形状是以点*O*为圆心的圆的一部分，如果*D*是中弦的中点，连接并延长交于点*C*，并且，，求的半径．



19. 已知：为的外接圆，*D*是边上的一点，连接．



求作：，使得点*E*在线段上，且．

作法：

①连接，分别作线段，垂直平分线，，两直线交于点*P*；

②以点*P*为圆心，长为半径作圆，交线段于点*E*；

③连接，．

就是所求作的角．

（1）使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明．

证明：连接．

∵点*A*，*B*，*C*在上，

∴（ ）（填推理的依据）．

∵点*B*，*O*，*E*，*C*在上，

∴ ．

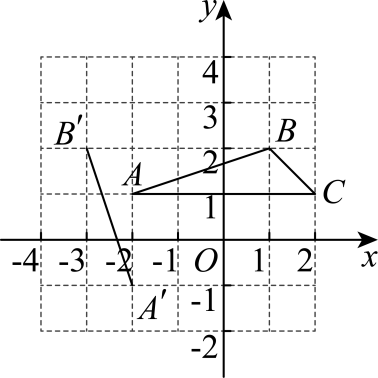
∴．

20. 已知二次函数.

（1）求该二次函数图象的顶点坐标；

（2）当时，的取值范围是 .

21. 如图，在平面直角坐标系中，点*A*，*B*，*C*的坐标分别为，，，将绕点*P*逆时针方向旋转得到，点*A*的对应点的坐标为，点*B*的对应点的坐标为．



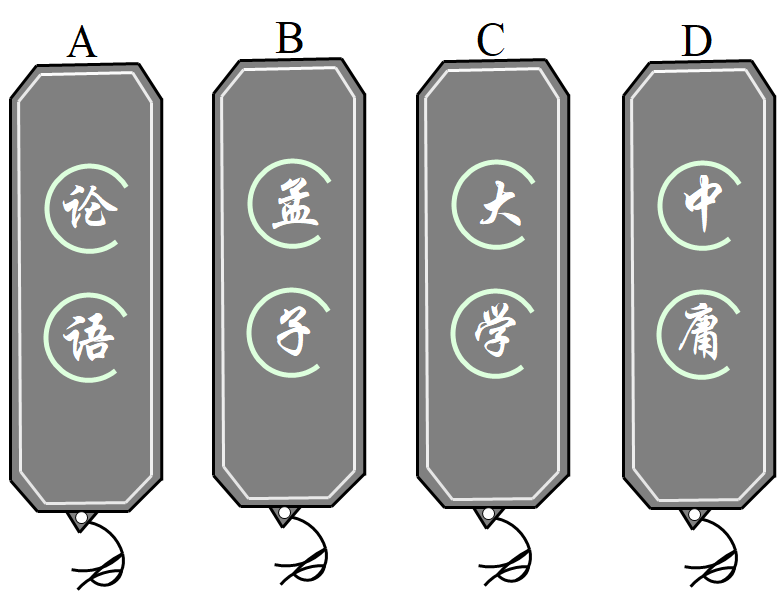
（1）点*P*的坐标是 ；（填写正确的选项）

A. B. C.

（2）画出旋转后的，并写出的坐标是 ；

（3）线段的延长线与线段交于点*M*，直接写出的度数.

22. 中国古代的“四书”是指《论语》、《孟子》、《大学》和《中庸》，它是儒家思想的核心著作，是中国传统文化的重要组成部分.下面是正面印有“四书”字样的书签*A*，*B*，*C*，*D*，书签除正面的字样外，其余完全相同．将这4张书签背面向上，洗匀放好．



（1）从中随机抽取1张，抽到“中庸”书签的概率是 ；

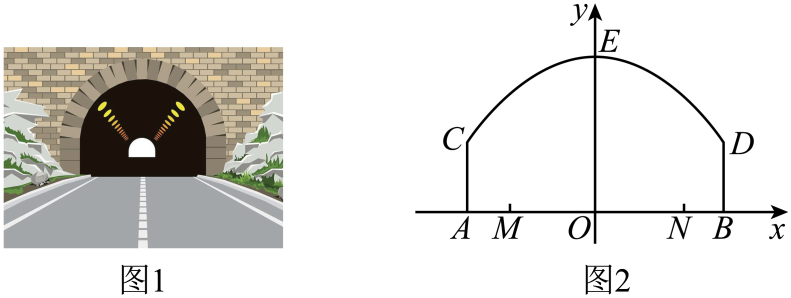
（2）从中随机抽取2张；用列举法求出随机抽取的2张书签恰好是“论语”和“大学”的概率.

23. 已知关于*x*的一元二次方程（）．

（1）求证：方程总有两个不相等的实数根；

（2）若方程的一个根是2，求代数式的值．

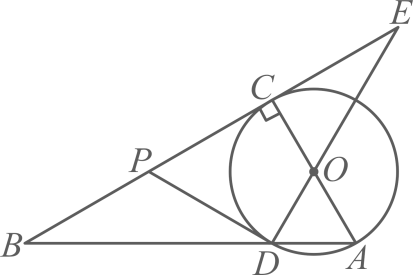
24. 如图1，某隧道内设单向两车道公路，其截面由长方形的三条边，，和抛物线的一段（点*E*为抛物线的顶点）构成．以的中点*O*为原点，分别以直线和抛物线的对称轴为*x*轴和*y*轴，建立如图2所示的平面直角坐标系．其中，米，米，米．



（1）求该抛物线的解析式；

（2）为保证安全，要求行驶车辆顶部（视为平顶）与隧道顶部在竖直方向上高度之差不小于1米．若行车道的总宽度为8米，且*O*为的中点，请计算通过隧道的车辆的限制高度．（车道分界线的宽度忽略不计）

25. 如图，在中，，以边为直径作交于点*D*，连接并延长交的延长线于点*E*，点*P*为的中点，连接.



（1）求证：是的切线；

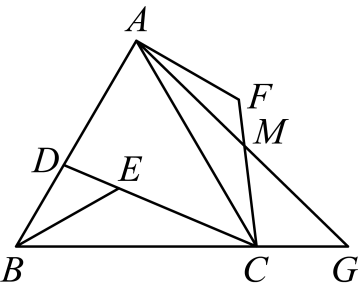
（2）若的半径为3，，求的长.

26. 在平面直角坐标系*xOy*中，点在抛物线上，设抛物线的对称轴为直线.

（1）当时，求*t*的值；

（2）点，在抛物线上，若，比较，的大小，并说明理由.

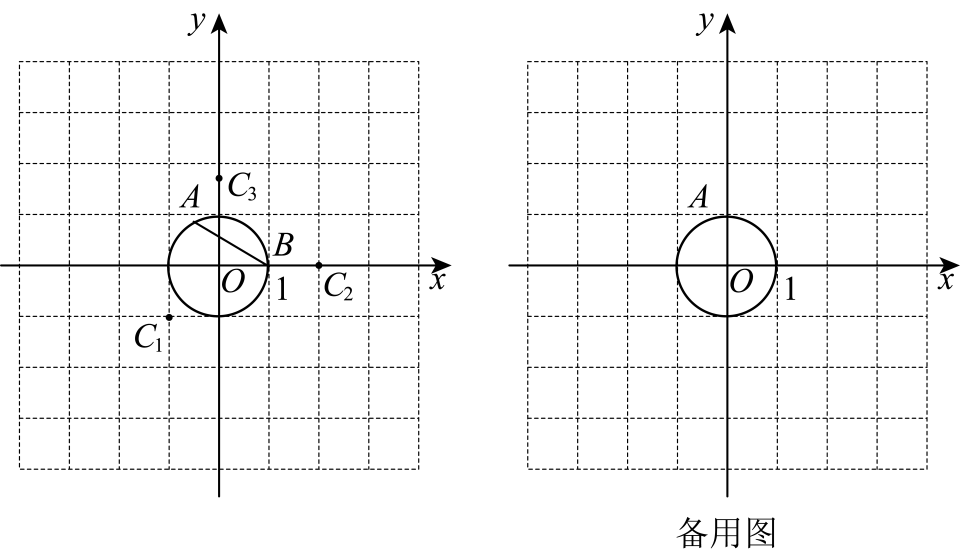
27. 如图，在等边中，*D*为上一点，连接，*E*为线段上一点（），将线段绕点*C*顺时针旋转得到线段，连接．



（1）求证：；

（2）点*G*为延长线上一点，连接交于点*M*．若*M*为的中点，用等式表示线段之间的数量关系，并证明.

28. 在平面直角坐标系中，的半径为1，对于的弦和不在直线上的点*C*，给出如下定义：若，且点*C*关于弦的中点*M*的对称点在上或其内部，则称点*C*为弦的“关联点”.



（1）已知点，.

①在点，，中，点 是弦的关联点，其中 °；

②若直线上存在的“关联点”，则*b*的取值范围是 ；

（2）若点*C*是的“关联点”，且，直接写出弦的最大值和最小值.