**东城区2024-2025学年度第一学期期末统一检测**

**初三数学**

2025.1

**学校 班级 姓名 教育ID号**

**考生须知：**

**1.本试卷共8页，共三道大题，28道小题、满分100分，考试时间120分钟．**

**2.在试卷和答题卡上准确填写学校、班级、姓名和教育ID号．**

**3.试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效．**

**4.在答题卡上选择题、作图题用2B铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答．**

**5.考试结束后，请将答题卡交回．**

**一、选择题（每题2分，共16分）第1-8题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.**

1. 下列事件为必然事件的是（ ）

A. 在平面上画一个三角形，其内角和是

B. 经过有交通信号灯的路口，遇到红灯

C. 不在同一条直线上的三个点确定一个圆

D. 购买1张彩票，中奖

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查事件的分类，熟知必然事件、不可能事件、随机事件的概念：必然事件指在一定条件下，一定发生的事件．不可能事件是指在一定条件下，一定不发生的事件，不确定事件即随机事件是指在一定条件下，可能发生也可能不发生的事件．据此并结合相关知识逐项判断即可．

【详解】解：A、在平面上画一个三角形，其内角和是是不可能事件，故该选项不符合题意；

B、经过有交通信号灯的路口，遇到红灯是随机事件，故该选项不符合题意；

C、不在同一条直线上的三个点确定一个圆是必然事件，故该选项符合题意；

D、购买1张彩票，中奖是随机事件，故该选项不符合题意；

故选：C．

2. 将抛物线向下平移2个单位长度，所得抛物线的解析式为（ ）

A.  B. 

C.  D. 

【答案】B

【解析】

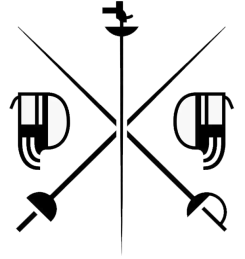
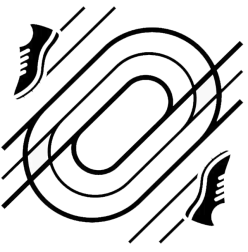
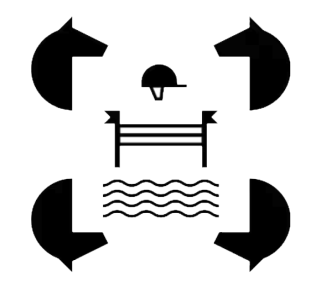
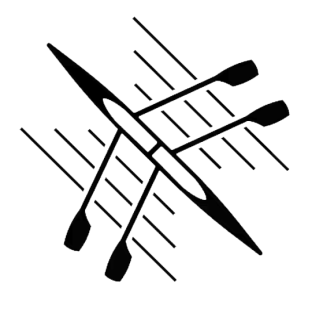
【分析】根据“左加右减、上加下减”的原则进行解答即可．

此题主要考查了二次函数图像与几何变换，熟练掌握平移的规律“左加右减，上加下减”是解题的关键．

【详解】解：将抛物线向下平移2个单位长度，所得抛物线的解析式为，

故选：B．

3. 第33届夏季奥运会于2024年7月26日至8月11日在法国巴黎举行，奥运会图标在视觉设计上主要融入三个方面的内容——对称设计、项目场地的抽象表达以及项目的代表性元素，下列四个图标中是中心对称图形的是（ ）

A. 击剑 B. 田径 C. 马术 D. 赛艇

【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查了中心对称图形的概念，根据把一个图形绕某一点旋转，如果旋转后的图形能够与原来的图形重合，那么这个图形就叫做中心对称图形，这个点叫做对称中心，逐一判断即可得到答案，熟练掌握中心对称图形的概念并能灵活运用是解决此题的关键．

【详解】解：A、图形不是中心对称图形，故本选项不符合题意；

B、图形是中心对称图形，故本选项符合题意；

C、图形不是中心对称图形，故本选项不符合题意；

D、图形不是中心对称图形，故本选项不符合题意 ；

故选：B．

4. 用配方法解方程，变形后结果正确的是（ ）

A.  B. 

C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查配方法解一元二次方程，根据配方法的求解步骤求解即可．

【详解】解：，

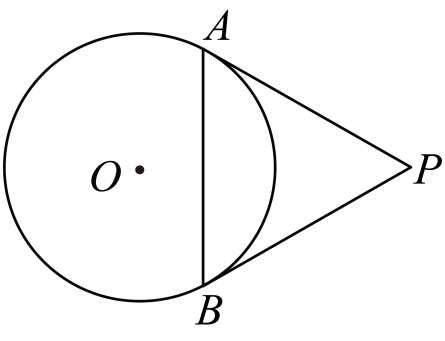
移项，得，

配方，得，

即，

故选：A．

5. 如图，与分别相切于点*A*，*B*，，，则的长度为（ ）



A.  B. 2 C. 3 D. 

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了切线长定理，等边三角形的判定与性质；由切线长定理得，由得是等边三角形，由等边三角形的性质即可求得结果．

【详解】解：∵与分别相切，

∴；

∵，

∴是等边三角形，

∴；

故选：B．

6. 若关于*x*的一元二次方程有两个不相等的实数根，则*m*的值可能是（ ）

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

【答案】A

【解析】

【分析】根据一元二次方程有两个不相等的实数根，可得，解出*m*的取值范围即可进行判断．

【详解】解：根据题意，得，

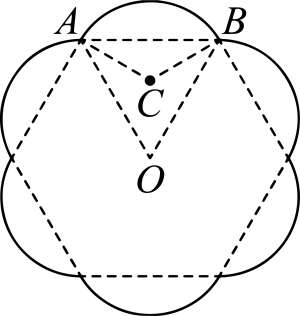
解得，

∵，

故选：A．

【点睛】本题考查了一元二次方程根的情况，熟练掌握根的判别式是解题的关键．

7. 铁艺花窗是园林设计中常见的装饰元素.如图是一个花瓣造型的花窗示意图，由六条等弧连接而成，六条弧所对应的弦构成一个正六边形，中心为点*O*，所在圆的圆心*C*恰好是的中心.若，则花窗的周长（图中实线部分的长度）为（ ）



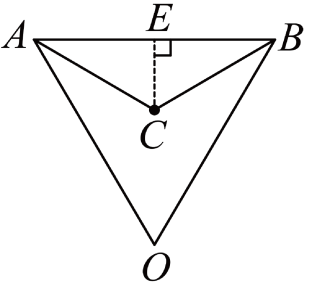
A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查正多边形与圆，解直角三角形，求弧长，过点*C*作，根据正多边形的性质得出为等边三角形，再由内心的性质确定，得出，利用余弦得出，再求弧长即可求解．

【详解】解：如图所示：过点*C*作于点*E*，



∵六条弧所对应的弦构成一个正六边形，

∴，，

∴为等边三角形，

∵圆心*C*恰好是的内心，

∴，

∴，

∵，

∴，

∴，

∴的长为：，

∴花窗的周长为：；

故选：D．

8. 二次函数（）图象上部分点的坐标满足下表：

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x* | … |  |  | 0 | 1 | 3 | 5 | … |
| *y* | … | 7 | 0 |  |  |  | 7 | … |

下面有四个结论：

①抛物线的开口向上；

②抛物线的对称轴为直线；

③当时，；

④是关于*x*的一元二次方程（）的一个根．

其中正确的结论有（ ）

A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了二次函数的图象与性质、二次函数与一元二次方程的关系、二次函数与不等式的关系，熟练掌握二次函数的图象与性质是解题的关键．

根据当和时，函数值相等，求出对称轴，判断②，得出顶点坐标，得出抛物线的开口方向，判断①，得出的对称点为，根据抛物线的开口向上，判断③，根据和时，，判定④，进而可得出答案．

【详解】解：∵当和时，

∴函数图象抛物线对称轴为，则为最低点，故②错误，

∴抛物线的开口向上，故①正确，

∵，

∴的对称点为，

又∵抛物线的开口向上，

∴当时，，故③正确，

∵和时，，

∴是方程，即方程的一个根，故④正确，

综上所述，正确的是①③④，共3个，

故选：C．

**二、填空题（每题2分，共16分）**

9. 在平面直角坐标系中，点关于原点对称的点的坐标是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】本题考查坐标与图形变换-中心对称，根据关于原点对称的点的横纵坐标都互为相反数求解即可．

【详解】解：在平面直角坐标系中，点关于原点对称的点的坐标是，

故答案为：．

10. 请写出一个开口向上，并且与*y*轴交于点的抛物线的表达式\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】此题考查了二次函数的性质，熟练掌握二次函数性质是解本题的关键．写出一个二次函数，使其二次项系数为正数，常数项为即可．

【详解】解：根据题意得：（答案不唯一），

故答案为：（答案不唯一）

11. 某数学兴趣小组做“任意抛掷一枚图钉”的重复试验，多次试验后获得如下数据：

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 重复试验次数 | 10 | 50 | 100 | 500 | 1000 | 2000 | 5000 |
| 钉尖朝上次数 | 5 | 15 | 36 | 200 | 403 | 801 | 2001 |

估计任意抛掷一枚图钉，钉尖朝上的概率约为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.（结果精确到）

【答案】

【解析】

【分析】本题考查了求频率，用频率估计概率，随着试验次数的增加，频率稳定趋向一个固定的值，这个固定值即是概率；求出各个频率即可估计出概率．

【详解】解：表中从左往右，频率分别为，

钉尖朝上的概率约为；

故答案为：．

12. 据国家统计局发布的《2024年国民经济和社会发展统计公报》显示，2021年和2023年全国居民人均可支配收入分别为万元和万元．设2021年至2023年全国居民人均可支配收入的年平均增长率为*x*，依题意可列方程为\_\_\_．

【答案】

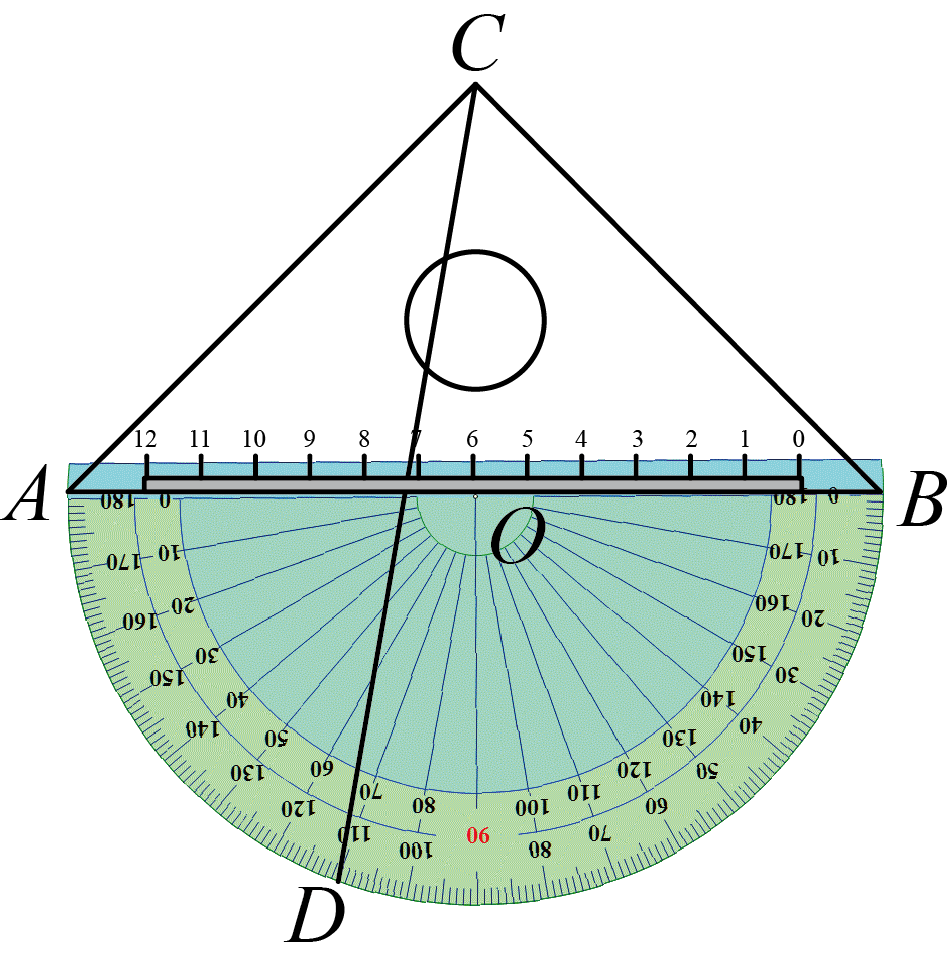
【解析】

【分析】本题考查了由实际问题抽象出一元二次方程，利用2023年全国居民人均可支配收入2021年全国居民人均可支配收入（2021年至2023年全国居民人均可支配收入的年平均增长率），即可列出关于*x*的一元二次方程，此题得解．

【详解】解：根据题意得：．

故答案为：．

13. 如图，以点*O*为中心的量角器与直角三角板按如图方式摆放，量角器的直径与直角三角板的斜边重合，如果点*D*在量角器上对应的刻度为，连接．那么\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

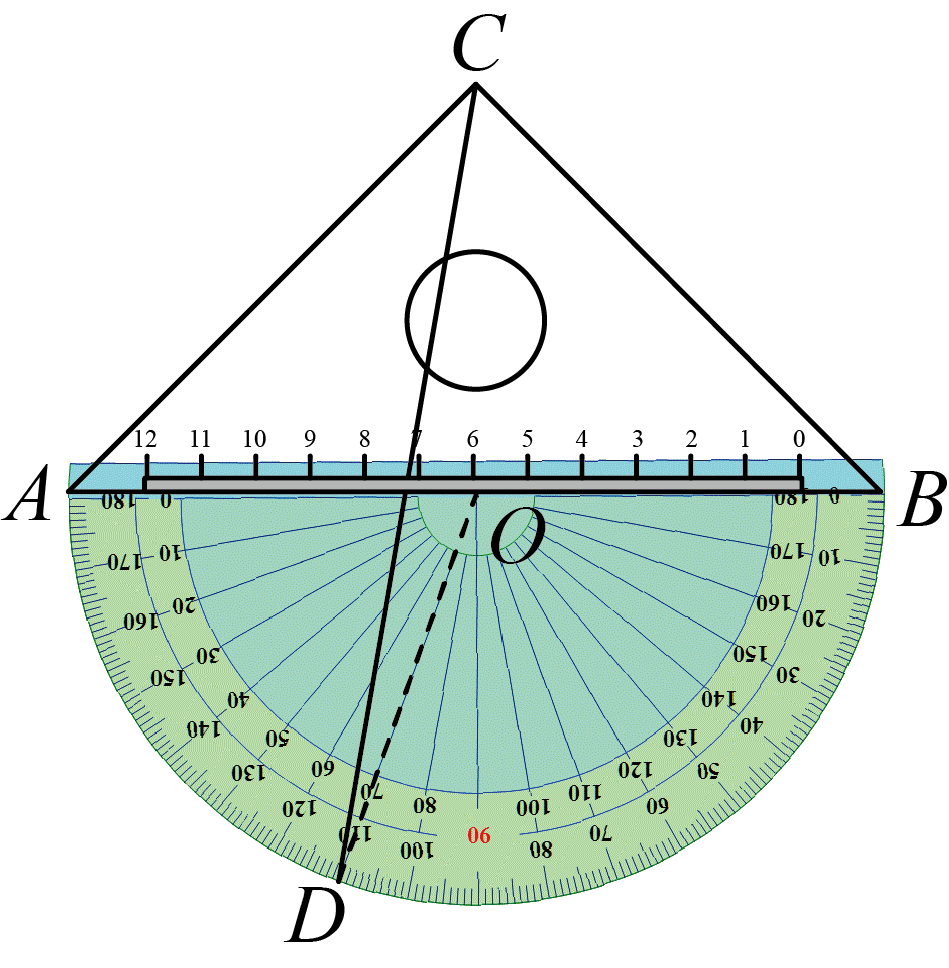


【答案】55

【解析】

【分析】本题主要考查圆周角定理，先确定点*D*在该量角器所在的圆上，再根据量角器得到，然后根据圆周角定理得到即可求解．

【详解】解：连接，则，



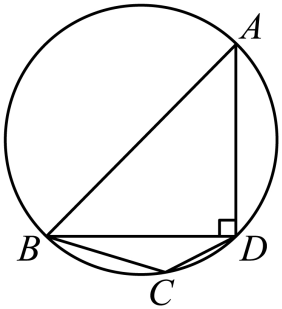
∵量角器的直径与直角三角板的斜边重合，，

∴点*D*在该量角器所在的圆上，

∴，

故答案为：55．

14. 如图，在圆内接四边形中，对角线，，，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．



【答案】

【解析】

【分析】本题考查了圆内接四边形的性质、三角形的内角和定理、等腰三角形的判定、勾股定理，先根据圆内接四边形的性质求得，再利用三角形的内角和定理和等腰三角形的判定得到，再利用勾股定理求解即可．

【详解】解：在圆内接四边形中，，

∴，

∵，，

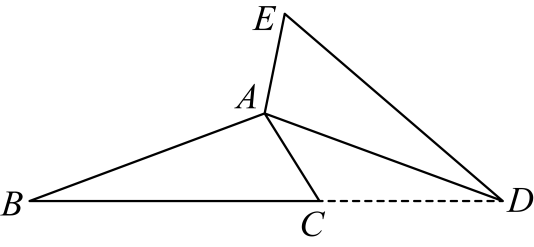
∴，

∴，

∴，

故答案为：．

15. 如图，在中，，将绕点*A*逆时针旋转，得到，．若点*B*，*C*，*D*恰好在同一条直线上，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．



【答案】

【解析】

【分析】本题考查旋转性质、三角形的内角和定理、等腰三角形的性质，先根据旋转性质得到，，，再利用三角形的内角和定理，结合等边对等角求得即可．

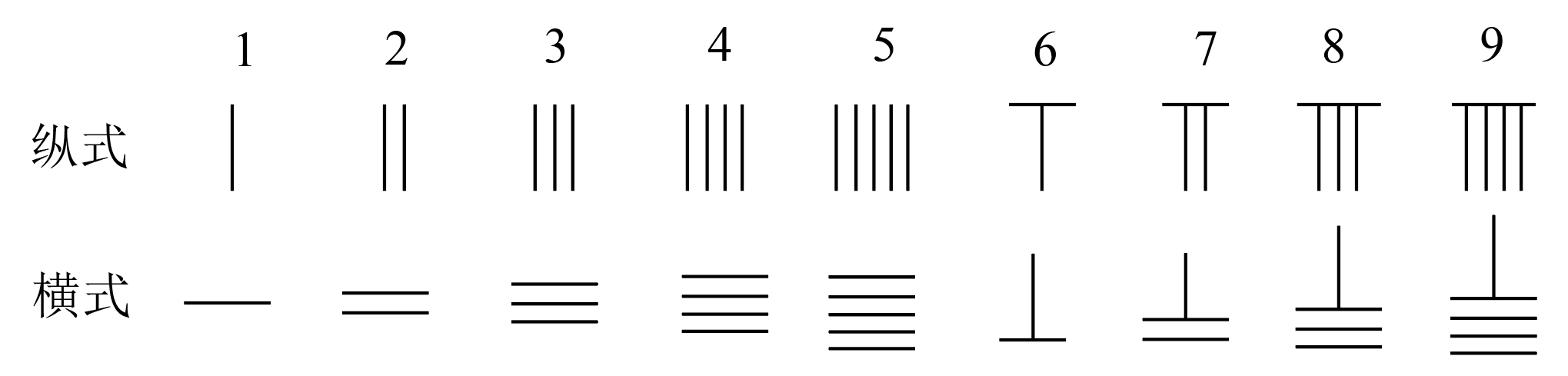
【详解】解：由旋转性质得，，，

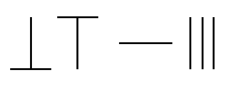
∴，

∴，

故答案为：．

16. 古代的算筹是由一根根同样长短和粗细的小棍制成，在算筹记数法中，以“纵式”和“横式”两种方式表示数字，如图所示.



据《孙子算经》记载，算筹记数法则是：凡算之法，先识其位，一纵十横，百立千僵，千十相望，百万相当．即在算筹记数法中，表示多位数时，个位用纵式，十位用横式，百位用纵式，千位用横式，以此类推.例如，算筹表示的四位数是6613.



（1）用3根算筹表示的两位数可以是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_（写出一个即可，算筹不剩余且个位不为0）；

（2）在用4根算筹表示的所有两位数中，随机抽取一个数，这个数大于60的概率为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_（算筹不剩余且个位不为0）.

【答案】 ①. 21（答案不唯一） ②. 

【解析】

【分析】本题考查了求概率，求出所有可能的结果数及事件发生时可能的结果数，利用概率公式即可求解．

（1）由题意，三根算筹可以是1与2的组合，也可以是6与1的组合，由此即可任写一个即可；

（2）在用4根算筹表示的所有两位数，可以是13，31，22，62，26，71，17共7个数，其中大于60的数有4个，则可求得概率．

【详解】解：（1）三根算筹可以是1与2的组合，即12或21；也可以是6与1的组合，即16或61；4个数中任写一个；

故答案为：21（答案不唯一）；

（2）在用4根算筹表示的所有两位数，可以是13，31，22，26，62,66，71，17共8个数，其中大于60的数有3个，则抽取一个数大于60的概率为；

故答案为：．

**三、解答题（共68分，第17-22题每题5分，第23-26题每题6分，第27-28题每题7分）解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

17. 解方程：.

【答案】，

【解析】

【分析】本题考查解一元二次方程，直接利用配方法解方程即可．

【详解】解：

配方，得，

即，

开平方，得，

解得，．

18. 如图，圆形拱门的形状是以点*O*为圆心的圆的一部分，如果*D*是中弦的中点，连接并延长交于点*C*，并且，，求的半径．



【答案】

【解析】

【分析】本题考查了垂径定理的推论与勾股定理；连接，并设圆的半径为*r*；由垂径定理推论得，；在中，利用勾股定理建立方程即可求得半径．

【详解】解：如图，连接，设圆的半径为*r*；

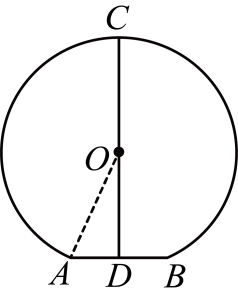
∵*D*是中弦的中点，

∴，；

∵，

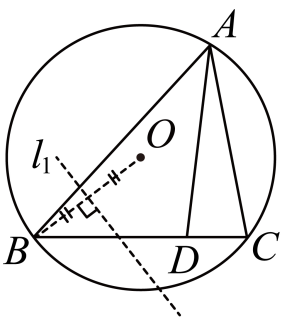
∴在中，由勾股定理得：，

解得：；



答：的半径为．

19. 已知：为的外接圆，*D*是边上的一点，连接．



求作：，使得点*E*在线段上，且．

作法：

①连接，分别作线段，的垂直平分线，，两直线交于点*P*；

②以点*P*为圆心，长为半径作圆，交线段于点*E*；

③连接，．

就是所求作的角．

（1）使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明．

证明：连接．

∵点*A*，*B*，*C*在上，

∴（ ）（填推理的依据）．

∵点*B*，*O*，*E*，*C*在上，

∴ ．

∴．

【答案】（1）见解析 （2）圆周角定理；

【解析】

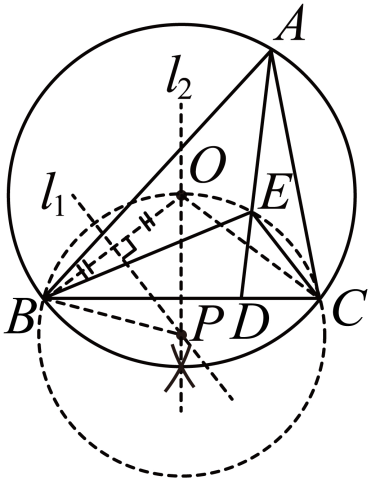
【分析】本题考查基本作图、圆周角定理、垂径定理、线段垂直平分线的性质，熟练掌握圆周角定理是解答的关键．

（1）根据题中作图步骤，结合垂径定理、线段垂直平分线的性质、和圆的基本性质画图即可；

（2）根据圆周角定理补全证明过程即可．

【小问1详解】

解：补全图形如图所示：

【小问2详解】

证明：连接．

∵点*A*，*B*，*C*在上，

∴（圆周角定理）．

∵点*B*，*O*，*E*，*C*在上，

∴．

∴．

故答案为：圆周角定理；

20. 已知二次函数.

（1）求该二次函数图象的顶点坐标；

（2）当时，的取值范围是 .

【答案】（1）

（2）

【解析】

【分析】（1）把二次函数的解析式化为顶点式，然后利用的性质即可得解；

（2）根据二次函数的性质求解即可．

【小问1详解】

解：



，

∴二次函数的图象的顶点坐标为；

【小问2详解】

解：且对称轴在的范围内，

当时函数值有最大值，最大值为，

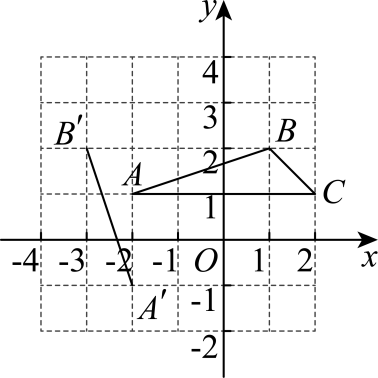
当时函数值有最小值，最小值为，

∴函数值的取值范围是，

故答案为：．

【点睛】本题主要考查了把化成顶点式，的图象与性质，二次函数的图象与系数的关系，二次函数的最值等知识点，熟练掌握二次函数的图象与性质是解题的关键．

21. 如图，在平面直角坐标系中，点*A*，*B*，*C*的坐标分别为，，，将绕点*P*逆时针方向旋转得到，点*A*的对应点的坐标为，点*B*的对应点的坐标为．



（1）点*P*的坐标是 ；（填写正确的选项）

A. B. C.

（2）画出旋转后的，并写出的坐标是 ；

（3）线段的延长线与线段交于点*M*，直接写出的度数.

【答案】（1）A （2）图见解析，

（3）

【解析】

【分析】此题考查了坐标与图形-旋转变换，旋转的性质，寻找旋转中心，全等三角形的判定与性质，解题的关键是理解题意，画出图形，结合有关性质正确求解．

（1）线段，的垂直平分线的交点*P*即为所求；

（2）根据要求作出图形，根据图形可得坐标；

（3）根据旋转的性质，即可解决问题．

【小问1详解】

解：如图，旋转中心*P*的坐标为，

故选：A．

小问2详解】

解：如图，即为所求作，点坐标为，

故答案为：；

【小问3详解】

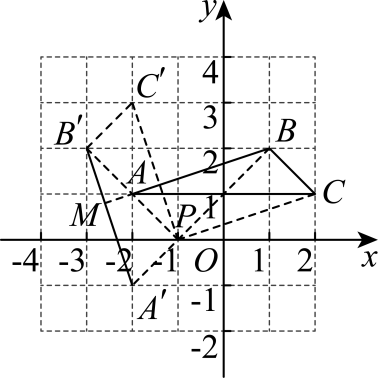
解：由旋转的性质可得，，，

∴

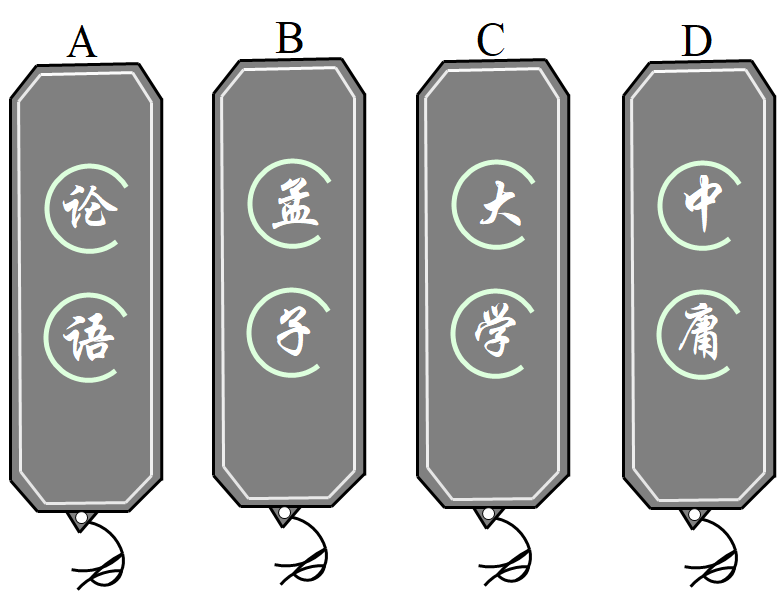
∴，又，

∴，

则．



22. 中国古代的“四书”是指《论语》、《孟子》、《大学》和《中庸》，它是儒家思想的核心著作，是中国传统文化的重要组成部分.下面是正面印有“四书”字样的书签*A*，*B*，*C*，*D*，书签除正面的字样外，其余完全相同．将这4张书签背面向上，洗匀放好．



（1）从中随机抽取1张，抽到“中庸”书签的概率是 ；

（2）从中随机抽取2张；用列举法求出随机抽取的2张书签恰好是“论语”和“大学”的概率.

【答案】（1）

（2）

【解析】

【分析】此题考查了用树状图或列表法求概率，解题的关键是熟悉树状图或列表法，并掌握概率计算公式．

（1）直接利用概率公式求解即可；

（2）先画树状图得到所有等可能的结果，从中找到满足条件的结果数，然后利用概率公式求解即可．

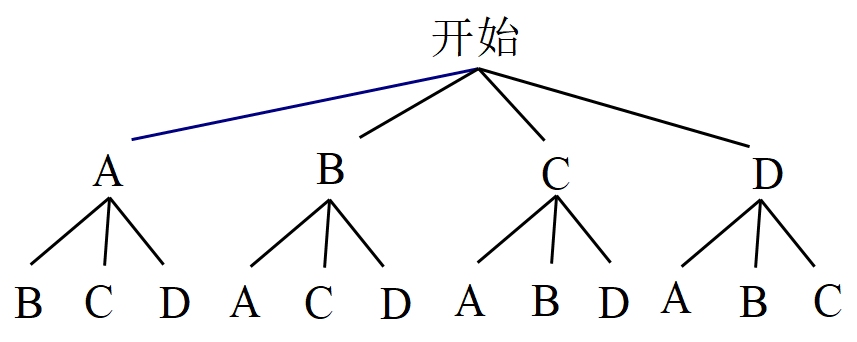
【小问1详解】

解：共有4张书签，从中随机抽取1张，抽到“中庸”书签的概率是，

故答案为：；

【小问2详解】

解：画树状图如下：



总共有12种等可能的结果，其中随机抽取的2张书签恰好是“论语”和“大学”的有2种，

∴随机抽取的2张书签恰好是“论语”和“大学”的概率为．

23. 已知关于*x*的一元二次方程（）．

（1）求证：方程总有两个不相等的实数根；

（2）若方程的一个根是2，求代数式的值．

【答案】（1）见解析 （2）3

【解析】

【分析】本题考查了一元二次方程的解，一元二次方程根的判别式，求代数式的值等知识，掌握这些知识是解题的关键．

（1）计算出一元二次方程的判别式，根据判别式的符号即可证明；

（2）把方程的根2代入一元二次方程中，得到，即有，再整体代入代数式中即可求得值．

【小问1详解】

证明：关于*x*的一元二次方程为（）

则，

∵，

∴，

∴方程总有两个不相等的实数根；

【小问2详解】

解：∵是关于*x*的一元二次方程（）的一个根，

∴，

即，

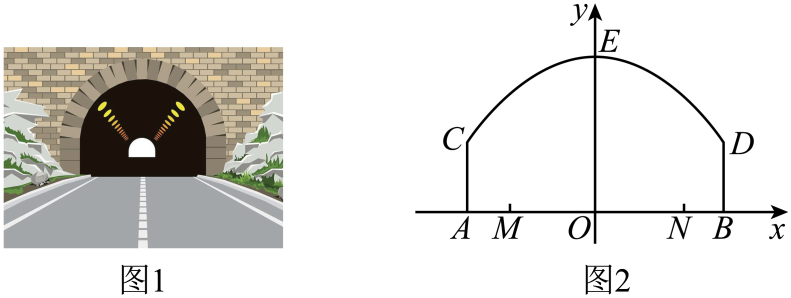
∴





．

24. 如图1，某隧道内设单向两车道公路，其截面由长方形的三条边，，和抛物线的一段（点*E*为抛物线的顶点）构成．以的中点*O*为原点，分别以直线和抛物线的对称轴为*x*轴和*y*轴，建立如图2所示的平面直角坐标系．其中，米，米，米．



（1）求该抛物线的解析式；

（2）为保证安全，要求行驶车辆顶部（视为平顶）与隧道顶部在竖直方向上高度之差不小于1米．若行车道的总宽度为8米，且*O*为的中点，请计算通过隧道的车辆的限制高度．（车道分界线的宽度忽略不计）

【答案】（1）

（2）米

【解析】

【分析】本题考查二次函数的应用，理解题意，正确求得抛物线的解析式是解答的关键．

（1）利用待定系数法求解解析式即可；

（2）先将代入（1）中解析式求得*y*值，结合与隧道顶部竖直方向上高度之差不小于1米求解即可．

【小问1详解】

解：根据题意，抛物线经过点，，

设抛物线的解析式为，

则，解得，

∴抛物线的解析式为；

【小问2详解】

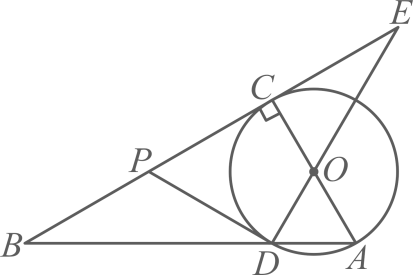
解：根据题意，，

当时，，

∵与隧道顶部在竖直方向上高度之差不小于1米，

∴通过隧道的车辆的限制高度为米

25. 如图，在中，，以边为直径作交于点*D*，连接并延长交的延长线于点*E*，点*P*为的中点，连接.



（1）求证：是的切线；

（2）若的半径为3，，求的长.

【答案】（1）见详解 （2）

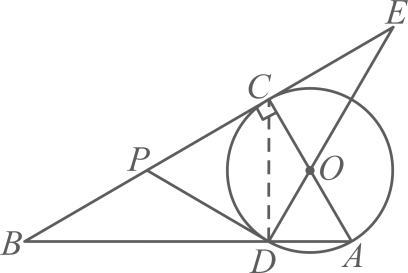
【解析】

【分析】（1）连接，由“直径所对的圆周角等于”可得，由“直角三角形中斜边上的中线等于斜边的一半”可得，进而可得．又由可得，进而可得，则可得，即可得证．

（2）先根据三角形外角定理可得，进而可得，则，进而可得．在中，根据三角函数的定义即可求出的长．

【小问1详解】

证明：如图，连接，



∵是的直径，

．

在中, 点*P*为的中点，

，

，

，

，

，

，

，

，

，

∴是的切线．

【小问2详解】

解：，且，

，

，

，

，

，

，

，

，

，

在中，，

．

【点睛】本题主要考查了圆的相关性质：直径所对的圆周角等于，直角三角形的性质以及解直角三角形．熟练掌握相关知识是解题的关键．

26. 在平面直角坐标系*xOy*中，点在抛物线上，设抛物线的对称轴为直线.

（1）当时，求*t*的值；

（2）点，在抛物线上，若，比较，的大小，并说明理由.

【答案】（1）

（2）

【解析】

【分析】本题考查二次函数图象与性质、熟练掌握二次函数的性质是解答的关键．

（1）根据二次函数的性质得到抛物线的对称轴为直线，结合已知求解即可；

（2）先根据已知求得，进而求得，然后根据抛物线的开口向上，得到离对称轴越远，函数值越大求解即可．

【小问1详解】

解：∵点在抛物线上，

∴，

∵，

∴，解得，

由得抛物线的对称轴为直线，

∴；

【小问2详解】

解：∵，，

∴，则或，

∴，

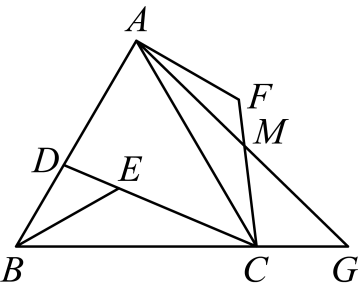
∵，

∴，

∵，，又抛物线的开口向上，

∴．

27. 如图，在等边中，*D*为上一点，连接，*E*为线段上一点（），将线段绕点*C*顺时针旋转得到线段，连接．



（1）求证：；

（2）点*G*为延长线上一点，连接交于点*M*．若*M*为的中点，用等式表示线段之间的数量关系，并证明.

【答案】（1）见解析 （2），证明见解析

【解析】

【分析】本题考查了等边三角形的性质，全等三角形的判定与性质，掌握这些知识点并构造适当的辅助线证明三角形全等是解题的关键．

（1）证明即可；

（2）过点*A*作，交的延长线于点*H*，则可证明，从而有，则有；再证明，得，由线段的和差关系即可得证．

【小问1详解】

证明：∵为等边三角形，

∴；

∵线段绕点*C*顺时针旋转得到线段，

∴，

∴，

∴，

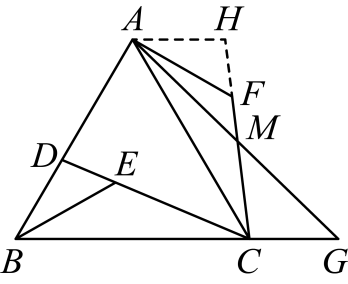
∴，

∴；

【小问2详解】

解：；

证明如下：如图，过点*A*作，交的延长线于点*H*；



∴，，

∴；

∵，

∴，

∴，

∴，

∴；

∵*M*为的中点，

∴；

∵，，

∴，

∴，

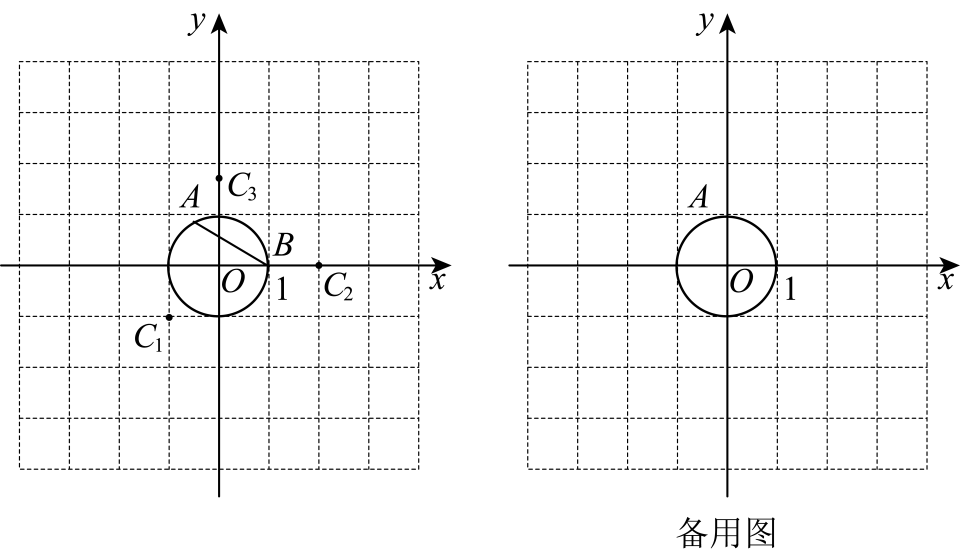
∵，

∴，

∴，

∴．

28. 在平面直角坐标系中，的半径为1，对于的弦和不在直线上的点*C*，给出如下定义：若，且点*C*关于弦的中点*M*的对称点在上或其内部，则称点*C*为弦的“关联点”.



（1）已知点，.

①在点，，中，点 是弦的关联点，其中 °；

②若直线上存在的“关联点”，则*b*的取值范围是 ；

（2）若点*C*是的“关联点”，且，直接写出弦的最大值和最小值.

【答案】（1）①，60；

（2）最大值和最小值分别和1

【解析】

【分析】（1）①反向思考，作出关于点*M*的对称圆，只要满足，，在上或内部，均符合题意，先根据中点坐标公式求出*M*，再求出，根据点与圆的位置关系即可求解；

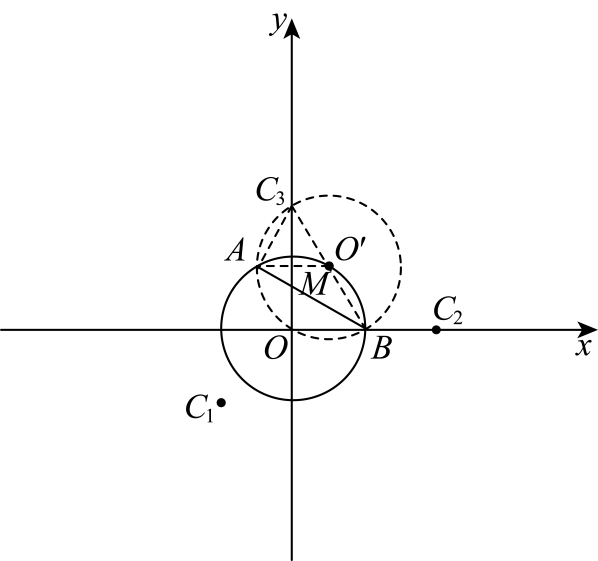
②同上作出关于点*M*的对称圆，连接，可求，，则，故的“关联点”在优弧上（不包括端点），若直线上存在的“关联点”，则直线与优弧上（不包括端点）有交点，当直线经过点*A*时，把代入，求出，当直线与相切时，记切点为*H*，连接，记直线与轴交于点，可求，则，过作轴交直线于点，求出点，代入，求得：，那么时，直线上存在的“关联点”；

（2）先确定点*C*在以*O*为圆心为半径的圆上，对于弦，我们固定点，调整点*A*位置即可，同上作出关于点*M*对称的，则根据关联点的定义可知：点*C*首先需要在关于点*M*对称的上或者内部（不包括*A*、*B*），以为底边，作顶角为的等腰，由圆周角定理可得，故点*C*又得在以为圆心，为半径的优弧上，那么优弧必须与以*O*为圆心为半径的圆有交点，才符合题意，当优弧必须与以*O*为圆心为半径的圆相切时，最小，设切点为点，由圆的对称性可知共线，，设，则同上可得，由，得到，解得：，则，当恰好经过优弧时，此时最大，那么此时点与重合，则，求得，那么，综上，弦的最大值为，最小值为1．

【小问1详解】

解：①∵点*C*关于弦的中点*M*的对称点在上或其内部，则称点*C*为弦的“关联点”，

∴反向思考，作出关于点*M*的对称圆，只要满足，，在上或内部，均符合题意，



∵，，

∴，

∵，

∴，

∵，

∴点到的距离为，

∴点上，

同理经过计算，到的距离为均大于半径，故不符合题意，

∴点是弦的关联点，

连接，

∴，同理可求，，

∴，

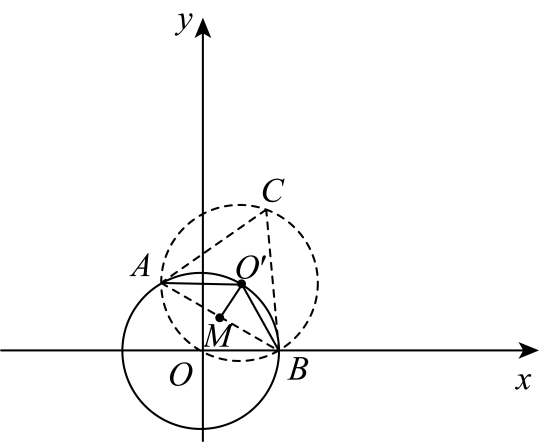
∴，

∵，

∴，

故答案为：，60；

②同上作出关于点*M*的对称圆，连接，



∵，，，，

同理可求，，，

∴同理可求，

∴，

∴，

∴，

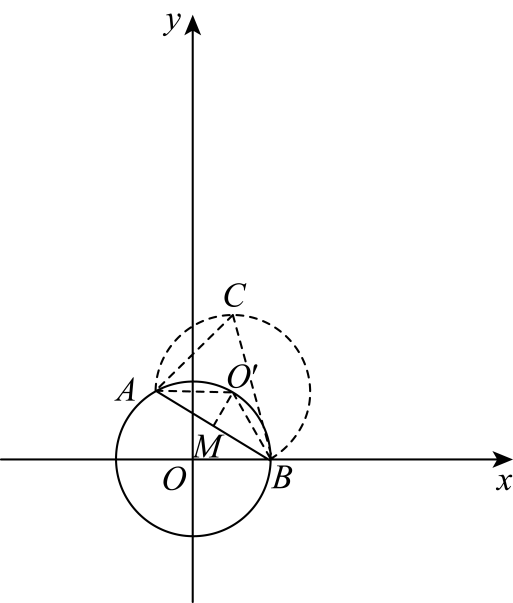
∴，

∴的“关联点”在优弧上（不包括端点），

∴若直线上存在的“关联点”，

则直线与优弧上（不包括端点）有交点，

当直线经过点*A*时，如图：

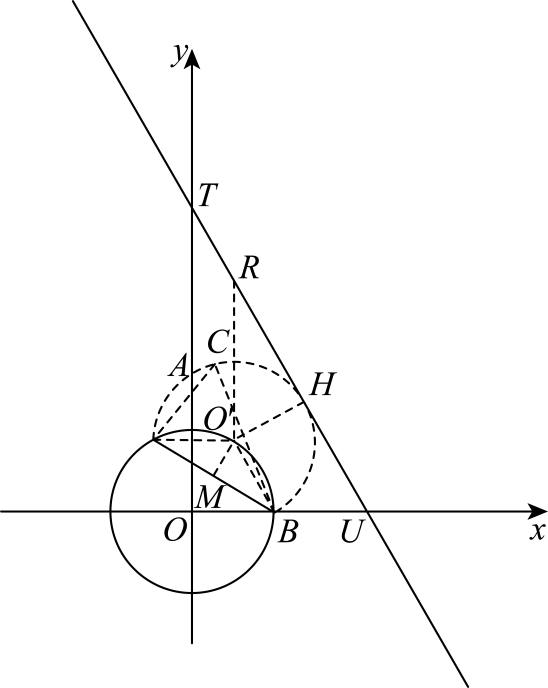


∴把代入得：，

解得：，

∴，直线与优弧上（不包括端点）有交点，

当直线与相切时，如图：



记切点*H*，连接，记直线与轴交于点，

当时，，

解得：，

∴，

当，，

∴，

则，

∴，

过作轴交直线于点，

则，

∵由切线得性质得到：

∴，

∴点，

代入，

求得：，

∴，直线与优弧上（不包括端点）有交点，

综上所述：时，直线上存在的“关联点”，

故答案为：；

【小问2详解】

解：∵，

∴点*C*在以*O*为圆心为半径的圆上，

对于弦，我们固定点，调整点*A*位置即可，

同上作出关于点*M*对称的，

∵点*C*是的“关联点”，

∴根据关联点的定义可知：点*C*首先需要在关于点*M*对称的上或者内部（不包括*A*、*B*），

∵点*C*是的“关联点”，

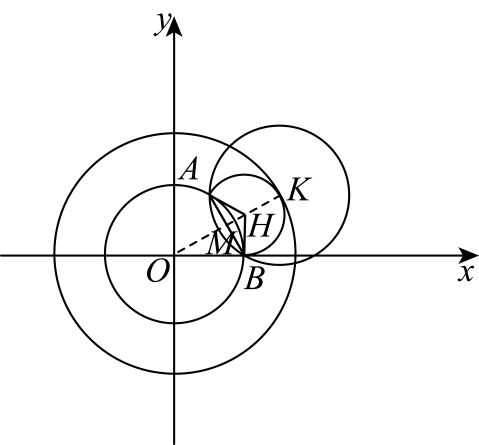
∴以为底边，作顶角为的等腰，

∴由圆周角定理可得：，

∴点*C*又得在以为圆心，为半径的优弧上，

那么优弧必须与以*O*为圆心为半径的圆有交点，才符合题意，

∴当优弧必须与以*O*为圆心为半径的圆相切时，最小，设切点为点，如图：



由圆的对称性可知共线，，

设，则同上可得，

∴在中，，

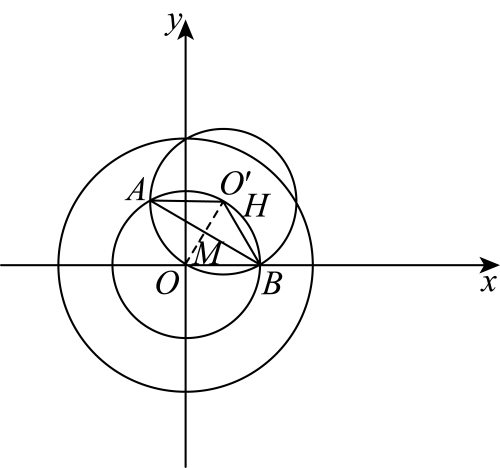
∵，

∴，

解得：或（舍）

∴，

当恰好经过优弧时，此时最大，那么此时点与重合，如图：



∴，

∴，

∴，

综上，弦的最大值为，最小值为1．

【点睛】本题考查了新定义，难度很大，涉及圆周角定理，解直角三角形，点与圆的位置关系，等腰三角形的判定与性质，勾股定理等知识点，综合性很强，解题的关键在于反向思考和固定变量解决问题．